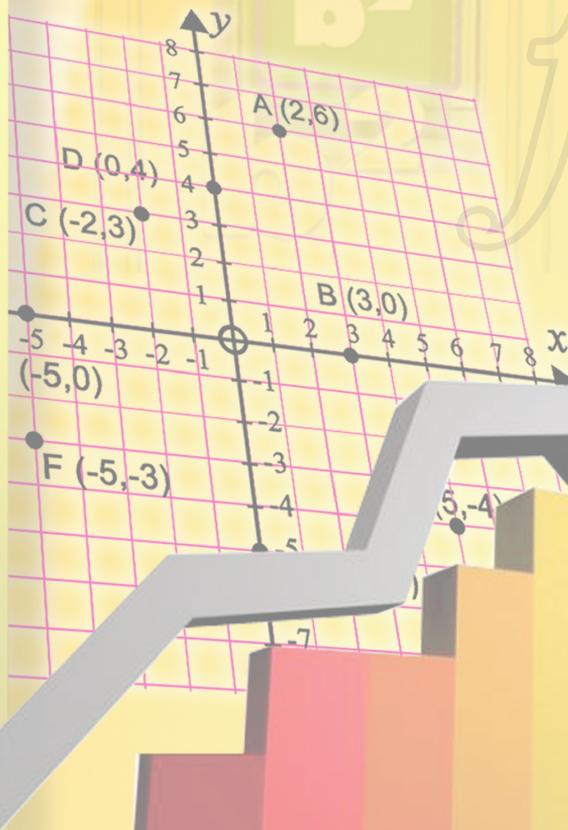
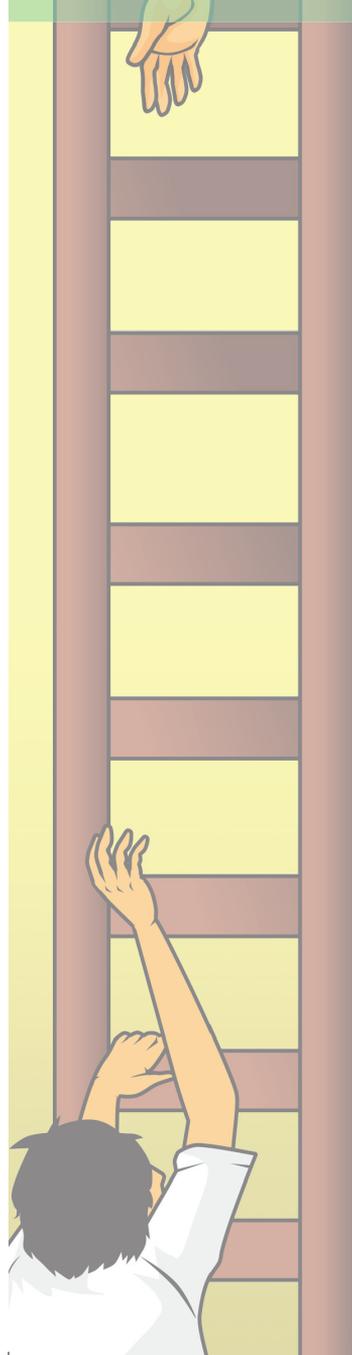




Buku Guru

MATEMATIKA



SMP/MTs
Kelas
VIII

Hak Cipta © 2014 pada Kementerian Pendidikan dan Kebudayaan
Dilindungi Undang-Undang.

MILIK NEGARA
TIDAK DIPERDAGANGKAN

***Disklaimer:** Buku ini merupakan buku guru yang dipersiapkan Pemerintah dalam rangka implementasi Kurikulum 2013. Buku guru ini disusun dan ditelaah oleh berbagai pihak di bawah koordinasi Kementerian Pendidikan dan Kebudayaan, dan dipergunakan dalam tahap awal penerapan Kurikulum 2013. Buku ini merupakan “dokumen hidup” yang senantiasa diperbaiki, diperbaharui, dan dimutakhirkan sesuai dengan dinamika kebutuhan dan perubahan zaman. Masukan dari berbagai kalangan diharapkan dapat meningkatkan kualitas buku ini.*

Katalog Dalam Terbitan (KDT)

Indonesia. Kementerian Pendidikan dan Kebudayaan.

Matematika / Kementerian Pendidikan dan Kebudayaan.-- Jakarta : Kementerian Pendidikan dan Kebudayaan, 2014.

x, 418 hlm : illus. ; 25 cm.

Untuk SMP/MTs Kelas VIII

ISBN 978-602-282-083-3 (jilid lengkap)

ISBN 978-602-282-085-7 (jilid 2)

1. Matematika -- Studi dan Pengajaran
II. Kementerian Pendidikan dan Kebudayaan

I. Judul

510

Kontributor Naskah : Abdur Rahman As'ari, Mohammad Tohir, Erik Valentino, Zainul Imron, Ibnu Taufiq, Nuniek Slamet Hariarti, dan Dana Arief Lukmana.

Penelaah : Agung Lukito, Turmudi, dan Dadang Juandi.

Penyelia Penerbitan : Pusat Kurikulum dan Perbukuan, Balitbang, Kemdikbud.

Cetakan ke-1, 2014

Disusun dengan huruf Times New Roman, 11 pt.

Kata Pengantar

Matematika adalah bahasa universal dan karenanya kemampuan matematika siswa suatu negara sangat mudah dibandingkan dengan negara lain. Selain dari itu, matematika juga dipakai sebagai alat ukur untuk menentukan kemajuan pendidikan di suatu negara. Kita mengenal PISA (*Program for International Student Assessment*) dan TIMSS (*The International Mathematics and Science Survey*) yang secara berkala mengukur dan membandingkan antara lain kemajuan pendidikan matematika di beberapa negara.

Standar internasional semacam ini memberikan arahan dalam merumuskan pembelajaran matematika di SMP/MTs. Hasil perbandingan antara yang kita ajarkan selama ini dengan yang dinilai secara internasional menunjukkan adanya perbedaan, baik terkait materi maupun kompetensi. Perbedaan ini menjadi dasar dalam merumuskan pembelajaran Matematika dalam Kurikulum 2013.

Buku Matematika Kelas VIII SMP/MTs Kurikulum 2013 ini ditulis dengan berdasarkan pada materi dan kompetensi yang disesuaikan dengan standar internasional tersebut. Terkait materi misalnya, sebagai tambahan, sejak kelas VII telah diajarkan antara lain tentang data dan peluang; pola dan barisan bilangan, aljabar, dan bangun; serta transformasi geometri. Keseimbangan antara matematika angka dan matematika pola dan bangun selalu dijaga. Kompetensi pengetahuan bukan hanya sampai memahami secara konseptual tetapi sampai ke penerapan melalui pengetahuan prosedural dalam pemecahan masalah matematika. Kompetensi keterampilan berfikir juga diasah untuk dapat memecahkan masalah yang membutuhkan pemikiran order tinggi seperti menalar pemecahan masalah melalui permodelan, pembuktian dan perkiraan/pendekatan.

Walaupun demikian, pembahasan materi selalu didahului dengan pengetahuan konkret yang dijumpai siswa dalam kehidupan sehari-hari. Permasalahan konkret tersebut dipergunakan sebagai jembatan untuk menuju ke dunia matematika abstrak melalui pemanfaatan simbol-simbol matematika yang sesuai melalui permodelan. Sesampainya pada ranah abstrak, metode-metode matematika diperkenalkan untuk menyelesaikan model permasalahan yang diperoleh dan mengembalikan hasilnya pada ranah konkret.

Buku ini menjabarkan usaha minimal yang harus dilakukan siswa untuk mencapai kompetensi yang diharapkan. Sesuai dengan pendekatan yang dipergunakan dalam Kurikulum 2013, siswa diberanikan untuk mencari dari sumber belajar lain yang tersedia dan terbentang luas di sekitarnya. Peran guru sangat penting untuk meningkatkan dan menyesuaikan daya serap siswa dengan ketersediaan kegiatan pada buku ini. Guru dapat memperkayanya dengan kreasi dalam bentuk kegiatan-kegiatan lain yang sesuai dan relevan yang bersumber dari lingkungan sosial dan alam.

Implementasi terbatas pada tahun ajaran 2013/2014 telah mendapat tanggapan yang sangat positif dan masukan yang sangat berharga. Pengalaman tersebut dipergunakan semaksimal mungkin dalam menyiapkan buku untuk implementasi menyeluruh pada tahun ajaran 2014/2015 dan seterusnya. Walaupun demikian, sebagai edisi pertama, buku ini sangat terbuka dan terus dilakukan perbaikan untuk penyempurnaan. Oleh karena itu, kami mengundang para pembaca memberikan kritik, saran dan masukan untuk perbaikan dan penyempurnaan pada edisi berikutnya. Atas kontribusi tersebut, kami mengucapkan terima kasih. Mudah-mudahan kita dapat memberikan yang terbaik bagi kemajuan dunia pendidikan dalam rangka mempersiapkan generasi seratus tahun Indonesia Merdeka (2045).

Jakarta, Januari 2014
Menteri Pendidikan dan Kebudayaan

Mohammad Nuh



DAFTAR ISI

Kata Pengantar.....	iii
Daftar Isi	iv
Petunjuk Penggunaan buku.....	vii

Semester 1

Bab 1	Sistem Koordinat	1
	Narasi Tokoh Matematika Sistem Koordinat	3
	Membelajarkan 1.1 Memahami Posisi Titik terhadap Sumbu x dan Sumbu y	5
	Membelajarkan 1.2 Memahami Posisi Titik terhadap Titik Asal (0, 0) dan Titik Tertentu (a, b)	12
	Membelajarkan 1.3 Memahami Posisi Garis terhadap Sumbu x dan Sumbu y	23
	Soal Pengayaan.....	35
Bab 2	Operasi Aljabar	39
	Narasi Tokoh Aljabar	41
	Membelajarkan 2.1 Mengetahui Bentuk Aljabar	42
	Membelajarkan 2.2 Memahami Penjumlahan dan Pengurangan Bentuk Aljabar	50
	Membelajarkan 2.3 Memahami Perkalian Bentuk Aljabar	54
	Membelajarkan 2.4 Memahami Pembagian Bentuk Aljabar	61
	Membelajarkan 2.5 Memahami Cara Menyederhanakan Bentuk Aljabar	67
	Soal Pengayaan.....	79
Bab 3	Fungsi	81
	Narasi Tokoh Fungsi	83
	Membelajarkan 3.1 Memahami Ciri-ciri Fungsi	84
	Membelajarkan 3.2 Memahami Bentuk Penyajian Fungsi	99
	Soal Pengayaan.....	110
Bab 4	Persamaan Garis Lurus	113
	Narasi Tokoh Persamaan Garis Lurus	115
	Membelajarkan 4.1 Memahami Grafik Persamaan Garis lurus	116
	Membelajarkan 4.2 Menentukan Kemiringan Persamaan Garis Lurus	128
	Membelajarkan 4.3 Menentukan Persamaan Garis Lurus	138
	Soal Pengayaan.....	153

Bab 5	Teorema Pythagoras	157
	Narasi Tokoh Pythagoras	159
	Membelajarkan 5.1 Memahami Teorema Pythagoras	160
	Membelajarkan 5.2 Menemukan Hubungan antar Panjang Sisi pada Segitiga Khusus	170
	Membelajarkan 5.3 Menyelesaikan Permasalahan Nyata dengan Pythagoras	175
	Soal Pengayaan	182
Bab 6	Statistika	187
	Narasi Tokoh Persamaan Statistika	189
	Membelajarkan 6.1 Menyajikan Data dalam Bentuk Diagram Batang	190
	Membelajarkan 6.2 Menyajikan Data dalam Bentuk Diagram Garis	198
	Membelajarkan 6.3 Menyajikan Data dalam Bentuk Diagram Lingkaran	201
	Soal Pengayaan	209

Semester 2

Bab 1	Persamaan Linear Dua Variabel	211
	Narasi Tokoh Matematika Persamaan Linear Dua Variabel.....	213
	Membelajarkan 1.1 Membuat Persamaan Linear Dua Variabel	214
	Membelajarkan 1.2 Menentukan Selesaian Persamaan Linear Dua Variabel	221
	Membelajarkan 1.3 Membuat Model dari Sistem Persamaan Linear Dua Variabel	226
	Membelajarkan 1.4 Menyelesaikan Masalah yang berkaitan dengan Sistem Persamaan Linear Dua Variabel	232
	Soal Pengayaan	248
Bab 2	Persamaan Kuadrat	251
	Narasi Tokoh Persamaan Kuadrat	253
	Membelajarkan 2.1 Menentukan Akar Persamaan Kuadrat dengan Memfaktorkan	254
	Membelajarkan 2.2 Menentukan Akar Persamaan Kuadrat dengan Melengkapkan Kuadrat Sempurna	264
	Membelajarkan 2.3 Menerapkan Persamaan Kuadrat dalam Masalah Nyata....	271
	Soal Pengayaan	275
Bab 3	Lingkaran.....	279
	Narasi Tokoh Lingkaran	281
	Membelajarkan 3.1 Mengidentifikasi Unsur-unsur Lingkaran	282
	Membelajarkan 3.2 Memahami Hubungan antara Sudut Pusat dengan	

	Sudut Keliling yang Menghadap Busur Sama	291
Membelajarkan 3.3	Memahami Hubungan antara Sudut Pusat dengan Panjang Busur dan Luas Juring	297
	Soal Pengayaan	312
Bab 4	Bangun Ruang Sisi Datar	319
	Narasi Tokoh Bangun Ruang	321
Membelajarkan 4.1	Menentukan Luas Permukaan Kubus dan Balok	323
Membelajarkan 4.2	Menentukan Luas Permukaan Prisma	328
Membelajarkan 4.3	Menentukan Luas Permukaan Limas	334
Membelajarkan 4.4	Menentukan Volume Kubus dan Balok	338
Membelajarkan 4.5	Menentukan Volume Prisma	344
Membelajarkan 4.6	Menentukan Volume Limas	349
Membelajarkan 4.7	Menaksir Luas Permukaan dan Volume Bangun Ruang Sisi Datar tidak Beraturan	355
	Soal Pengayaan	361
Bab 5	Perbandingan	365
	Narasi Tokoh Perbandingan dalam Hukum Ohm	367
Membelajarkan 5.1	Menerapkan Perbandingan Senilai	368
Membelajarkan 5.2	Menerapkan Perbandingan Berbalik Nilai	374
	Soal Pengayaan	386
Bab 6	Peluang	389
	Narasi Tokoh Peluang	391
Membelajarkan 6.1	Memahami Peluang Teoretik	392
Membelajarkan 6.2	Membandingkan Peluang Empirik dengan Peluang Teoretik	398
	Soal Pengayaan	409
	Daftar Pustaka	413
	Glosarium	415



Petunjuk Penggunaan Buku

Untuk menyiapkan sebuah buku yang digunakan dalam proses pembelajaran, maka buah pikiran pengarang harus diturunkan dari Kompetensi Dasar yang tertuang dalam kurikulum sehingga buku akan memberi makna kepada siswa yang mempelajarinya. Buku Siswa Matematika kelas VIII kurikulum 2013 terdiri tidak hanya memuat definisi, rumus, atau soal saja, tetapi juga berisi aktifitas yang memandu siswa untuk membangun pengetahuannya. Pada buku ini disajikan masalah-masalah yang membutuhkan pemikiran tingkat tinggi (high order thinking). Beberapa dari masalah tersebut sudah diberikan beserta prosedur penyelesaiannya, beberapa disajikan petunjuk untuk memecahkannya saja yang diharapkan akan dipecahkan oleh siswa. Pada setiap Bab disajikan minimal satu tugas proyek yang menuntut siswa bekerja dalam kelompok dalam waktu yang relatif tidak sebentar untuk menyelesaikannya.

Konsep umum pada setiap bab terdiri dari (1) Pengantar Bab, (2) Peta Konsep, (3) Tokoh matematika, (4) Isi materi, dan (5) Merangkum.

1. Pengantar Bab terdiri dari kata kunci, Kompetensi Dasar, deskripsi materi, dan pengalaman belajar yang diharapkan akan didapatkan siswa setelah pembelajaran

Kata Kunci

- Keliling
- Luas
- Segitiga
- Persegipanjang
- Persegi
- Jajargenjang
- Belah Ketupat



Kompetensi Dasar

1. Memahami sifat-sifat bangun datar dan menggunakannya untuk menentukan keliling dan luas.
2. Menaksir dan menghitung luas permukaan bangun datar yang tidak beraturan dengan menerapkan prinsip-prinsip geometri.

Pengalaman Belajar

1. Terlatih berpikir kritis dan berpikir kreatif.
2. Menemukan ilmu pengetahuan dari pemecahan masalah nyata.
3. Mengajak anak melakukan penelitian dasar dalam membangun konsep.
4. Dilatih bekerjasama dalam tim untuk menemukan solusi permasalahan.
5. Dilatih mengajarkan ide-ide secara bebas dan terbuka.
6. Merasakan manfaat matematika dalam kehidupan sehari-hari.

Perhatikan dengan teliti gambar di atas. Jika kita amati pada gambar tersebut sebagian besar bahan dasarnya terdiri dari bangun segi empat dan segitiga.

Adakah bangun lain yang bahan dasarnya berbentuk daerah segi empat dan segitiga? Coba amatilah lingkungan sekitarmu. Bentuk bangun manakah yang ada pada benda-benda di sekitarmu? Apakah setiap bangun yang kalian temukan sebagian besar terdiri dari bangun segitiga dan segi empat?

Untuk memahami lebih jauh mengenai segi empat dan segitiga pelajilah uraian bab ini dengan saksama.

2. Peta konsep berisi diagram keterkaitan antar materi pada Bab.
3. Tokoh matematika dipilih sesuai dengan materi yang akan dibahas pada Bab. Selain menjelaskan sejarah dan keterkaitan tokoh tersebut terhadap materi yang akan dibahas, juga membahas hikmah yang bisa dicontoh dari tokoh tersebut.
4. Isi materi berupa kegiatan-Membelajarkan yang menuntut siswa secara aktif untuk terlibat dalam pembelajaran sehingga siswa akan mendapatkan pengalaman yang diharapkan. Pada setiap awal Membelajarkan berisi konteks atau masalah

terkait dengan kegiatan. Masalah yang disajikan ada yang diberikan beserta pemecahannya, ada yang dilengkapi dengan petunjuk pemecahan masalah, dan ada yang dibiarkan berupa masalah untuk dipecahkan siswa. Pada setiap Membelajarkan mengikuti pendekatan ilmiah, yaitu mengamati, menanya, menggali informasi, menalar, dan mengkomunikasikan yang disajikan dengan ikon-ikon tertentu. Berikut penjelasan dari setiap ikon tersebut.

a.  *Ayo Kita Amati*

Pengalaman belajar pada Membelajarkan Ayo Kita Amati mengamati dapat dilakukan dengan cara membaca, mendengar, menyimak, melihat (tanpa atau dengan alat) objek-objek matematika tertentu terkait masalah atau topik kegiatan. Hasil pengamatan dapat berupa definisi, aksioma, postulat, teorema, sifat, grafik dan lain sebagainya. Pengalaman belajar mengamati ini diharapkan dapat memfasilitasi siswa dalam mengembangkan dan melatih kesungguhan, ketelitian, dan kemampuan mencari informasi.

b.  *Ayo Kita Menanya*

Setelah terjadi proses mengamati, pengalaman belajar peserta didik berikutnya yang difasilitasi guru adalah pengalaman belajar menanya. Pengalaman belajar tersebut dimaknai sebagai menanya dan mempertanyakan terhadap hal-hal yang diamati. Terjadinya kegiatan 'menanya' oleh peserta didik dapat disebabkan oleh karena belum dipahaminya hal-hal yang diamati, atau dapat pula karena ingin mendapatkan informasi tambahan tentang hal-hal yang diamati. Agar proses menanya oleh peserta didik semakin hari berjalan semakin lancar dan berkualitas, guru dapat memfasilitasi dengan pancangan pertanyaan-pertanyaan yang berfungsi menggiring peserta didik untuk mempertanyakan hal-hal yang diamati.

c.  *Menggali Informasi*

Setelah terjadi proses menanya, pengalaman belajar siswa berikutnya adalah menggali informasi. Pada buku siswa disajikan dua jenis informasi, yaitu informasi langsung dan tidak langsung. Pertama, informasi disajikan secara langsung, sehingga menuntut siswa untuk cermat dalam memahami informasi yang disajikan. Kedua, informasi disajikan dengan mengajak siswa melakukan suatu aktivitas yang mengarah pada informasi yang ingin dicapai, untuk itu siswa harus aktif dalam mengikuti panduan buku siswa dan guru. Selain informasi yang diperoleh dari buku siswa, diharapkan siswa juga aktif membaca informasi sumber lain, mengamati

objek/kejadian/aktivitas, atau melakukan wawancara dengan nara sumber. Dari Membelajarkan mengumpulkan informasi ini data-data yang selanjutnya siap diolah, dihubungkan antara data yang satu dengan yang lainnya (diasosiasikan), dianalisis, dan dinalar.

d.  **Ayo Kita Menalar**

Setelah mengalami proses mengamati, menanya, dan menggali informasi maka pengalaman belajar pokok berikutnya adalah mengolah informasi atau mengasosiasikan. Membelajarkan mengolah informasi dimaknai sebagai mengolah informasi yang sudah dikumpulkan baik terbatas dari hasil Membelajarkan mengumpulkan/eksperimen mau pun hasil dari Membelajarkan mengamati dan Membelajarkan mengumpulkan informasi. Sedangkan proses pengolahan informasi dapat terjadi dari yang bersifat menambah keluasan dan kedalaman sampai kepada yang bersifat mencari solusi dari berbagai sumber yang memiliki pendapat yang berbeda atau bahkan bertentangan. Pada buku siswa Membelajarkan menalar disajikan dalam bentuk pertanyaan-pertanyaan yang diharapkan akan terjawab oleh siswa setelah melalui Membelajarkan mengamati hingga menggali informasi. Hasil dari Membelajarkan menalar ini berupa jawaban, pernyataan, atau kesimpulan.

e.  **Ayo Kita Berbagi**

Setelah mengalami proses mengamati, menanya, mengumpulkan, dan mengolah informasi maka pengalaman belajar pokok berikutnya adalah mengkomunikasikan yang dimaknai sebagai Membelajarkan menyampaikan hasil pengamatan, atau kesimpulan yang diperoleh berdasarkan hasil analisis secara tertulis, lisan, ataupun dengan media. Tujuan dari Membelajarkan berbagi adalah melatih siswa untuk berani menyampaikan ide kepada orang lain. Dengan adanya Membelajarkan berbagi, diharapkan akan tumbuh pada diri siswa sikap empati, saling menghargai, dan menghormati perbedaan orang lain.

5.  **Merangkum**

Berisi pertanyaan-pertanyaan yang mengarahkan siswa untuk membuat rangkuman tentang materi yang telah dipelajari dalam satu bab.

Buku ini tentunya jauh dari kesempurnaan. Oleh karena itu, penulis mengharapkan komentar dan saran untuk perbaikan buku ini, baik dari siswa, guru maupun pihak lain terkait dalam Membelajarkan pembelajaran.



Pedoman Penilaian

No	Aspek Penilaian	Capaian	Keterangan
1	Keterselesaian Buku Siswa	B-	Bila Buku Siswa terselesaikan dengan baik
		< B-	Bila ada bagian dari Buku Siswa yang tidak terselesaikan
2	Portofolio: a) Uji Kompetensi b) Soal dari tempat lain	A	Bila memilih soal dari Uji Kompetensi dengan kategori Sangat Sulit dan mampu menyelesaikannya dengan baik
		A-	Bila memilih soal dari Uji Kompetensi dengan kategori Sulit dan mampu menyelesaikannya dengan baik
		B+	Bila memilih soal dari Uji Kompetensi dengan kategori Sedang dan mampu menyelesaikannya dengan baik
		B	Bila memilih soal dari Uji Kompetensi dengan kategori Mudah dan mampu menyelesaikannya dengan baik
		B-	Bila memilih soal dari Uji Kompetensi dengan kategori Sangat Sulit dan kurang mampu menyelesaikannya dengan baik
		B, B-	Bila memilih soal dari Uji Kompetensi dengan kategori Sulit dan kurang mampu menyelesaikannya dengan baik
		B+, B, B-	Bila memilih soal dari Uji Kompetensi dengan kategori Sedang dan kurang mampu menyelesaikannya dengan baik
		A-, B+, B, B-	Bila memilih soal dari Uji Kompetensi dengan kategori Mudah dan kurang mampu menyelesaikannya dengan baik
	Tugas Proyek	A	Bila Proyek terselesaikan dan mampu mempresentasikan dengan Baik
		A-, B+, B	Bila ada bagian dari Proyek yang tidak terselesaikan atau kurang mampu mempresentasikan
B-		Bila Proyek tidak terselesaikan samasekali	

Keterangan: - Nilai KKM = B-

- Aspek penilaian Nomor 1 adalah syarat nilai yang harus terpenuhi, sedangkan Aspek penilaian Nomor 2 adalah penambahan nilai.



Bab 1

Sistem Koordinat



Kata Kunci

- Titik Asal
- Sumbu- x
- Sumbu- y
- Garis-garis sejajar
- Garis-garis tegak lurus
- Garis-garis berpotongan



Kompetensi Dasar

Menggunakan koordinat Kartesius dalam menjelaskan posisi relatif benda terhadap acuan tertentu.

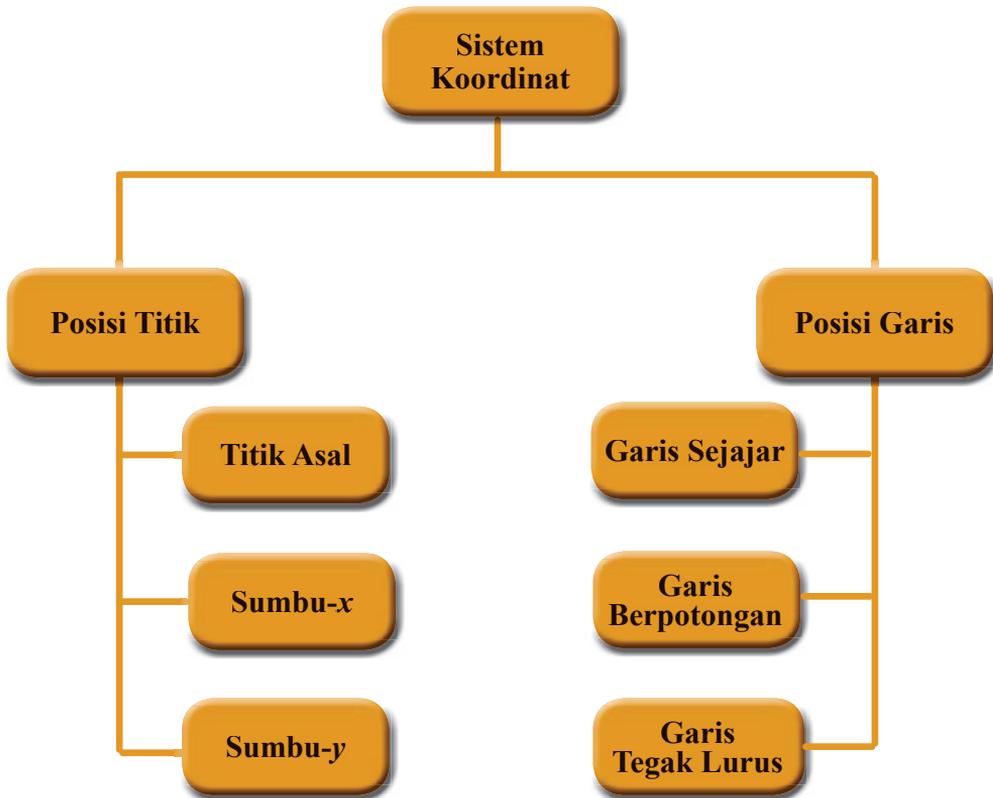


Pengalaman Belajar

1. Menggunakan bidang koordinat Kartesius untuk menentukan posisi:
 - a. titik terhadap sumbu- x
 - b. titik terhadap sumbu- y
 - c. titik terhadap titik asal $(0, 0)$
 - d. titik terhadap titik tertentu (a, b)
2. Menggunakan koordinat Kartesius untuk menentukan posisi:
 - a. garis yang sejajar dengan sumbu- x
 - b. garis yang sejajar dengan sumbu- y
 - c. garis yang berpotongan dengan sumbu- x
 - d. garis yang berpotongan dengan sumbu- y
 - e. garis yang tegak lurus dengan sumbu- x
 - f. garis yang tegak lurus dengan sumbu- y



Jika kalian melihat denah peta perumahan di atas, kalian akan melihat rumah sudah diatur sedemikian rupa sehingga tertata rapi dan dengan jalan yang tersambung satu dengan lainnya seperti garis vertikal dan garis horizontal. Tentu semuanya itu mempunyai maksud dan tujuan agar lahan yang ada dapat dimanfaatkan dengan seefisien mungkin dan semua rumah dapat memiliki akses jalan yang cukup memadai. Nah jika kalian cermati, peta perumahan tersebut menunjukkan bahwa setiap rumah memiliki posisi yang berbeda-beda terhadap titik tertentu yang biasanya disebut sistem koordinat. Nah agar kalian lebih mengerti apa sih sistem koordinat tersebut, ayo kita pelajari sistem koordinat dengan baik





Rene Descartes
1596 - 1650

Descartes dikenal sebagai Renatus Cartesius dalam literatur berbahasa Latin, merupakan seorang filsuf dan matematikawan Perancis. Beliau mempersembahkan sumbangan yang penting yaitu penemuannya tentang geometri analitis, yang akhirnya dikenal sebagai pencipta “**Sistem koordinat Cartesius**”, yang memengaruhi perkembangan kalkulus modern dan menyediakan jalan buat Newton menemukan Kalkulus. Beliau memberikan kontribusi yang besar dalam kemajuan di bidang matematika, sehingga dipanggil sebagai “Bapak Matematika Modern”.

Descartes, adalah salah satu pemikir paling penting dan berpengaruh dalam sejarah barat modern. Metodenya ialah dengan meragukan semua pengetahuan yang ada, yang kemudian mengantarkannya pada kesimpulan

bahwa pengetahuan yang ia kategorikan ke dalam tiga bagian dapat diragukan, yaitu pengetahuan yang berasal dari pengalaman inderawi dapat diragukan, fakta umum tentang dunia semisal api itu panas dan benda yang berat akan jatuh juga dapat diragukan, dan prinsip-prinsip logika dan matematika juga ia ragukan. Dari keraguan tersebut, Descartes hendak mencari pengetahuan apa yang tidak dapat diragukan yang akhirnya mengantarkan pada premisnya *Cogito Ergo Sum* yang artinya “**aku berpikir maka aku ada**”.

Hikmah yang dapat dipetik antara lain:

1. Keyakinan yang sempurna dan mutlak terhadap keberadaan adanya Tuhan, dan semua obyek di dunia ini adalah ciptaan Tuhan.
2. Tidak mudah puas terhadap sesuatu yang sudah didapatkan, sehingga terus berfikir melakukan inovasi untuk menemukan sesuatu yang baru.
3. Manusia diciptakan oleh Tuhan dengan bentuk yang sempurna, oleh karena itu manusia harus menggunakan akal dan pikirannya untuk memanfaatkan lingkungan dengan sebaik-baiknya.
4. Saling membantu dan kerja sama sesama manusia agar terjadi interaksi yang positif dalam melakukan aktifitas dan belajar.

Sebelum Pelaksanaan Pembelajaran

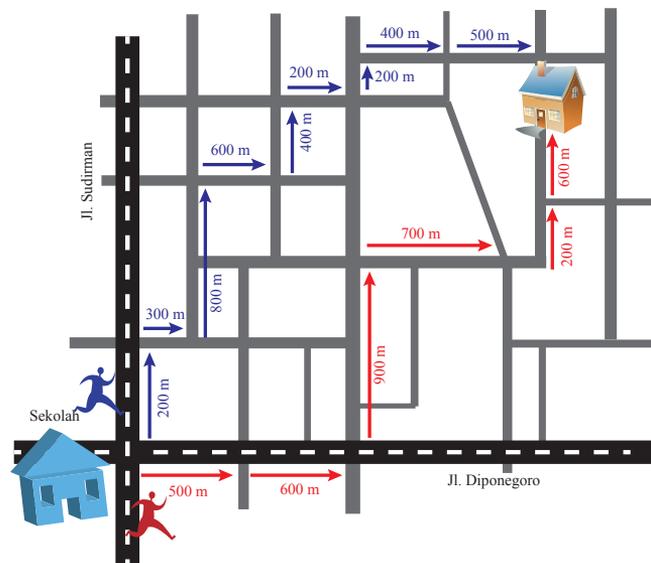
1. Siapkan papan tulis bergaris dan buku berpetak.
2. Siapkan format penilaian sikap dan keterampilan.
3. Siapkan alat peraga yang dapat membantu membuat bidang koordinat (penggaris, kertas karton berpetak) atau sediakan bidang koordinat pada kertas karton.
4. Siapkan gambar aliran sungai yang tidak beraturan pada bidang koordinat Kartesius yang melewati beberapa titik pada kudran I, II, III, dan IV.

Apersepsi

1. Sebelum Kegiatan 1.1, ajak siswa untuk melihat peta pada Gambar 1.1 di buku siswa. Jelaskan manfaat belajar bidang koordinat dalam kehidupan sehari-hari. Salah satunya adalah untuk mencari koordinat alamat rumah seperti di pengantar buku siswa.
2. Beri contoh lain permasalahan tentang manfaat belajar bidang koordinat.



Perhatikan Gambar 1.1 berikut.



Gambar 1.1 Peta alamat rumah Bu Badiah

Udin dan Siti ingin berkunjung ke rumah ibunya, Bu Badiah. Namun, mereka belum tahu alamat rumah ibunya secara pasti. Ibu Badiah hanya memberikan informasi bahwa rumahnya berjarak 1,7 km dari Jalan Diponegoro dan berjarak 2 km dari Jalan Sudirman. Udin dan Siti berangkat bersama dari sekolah, mereka menempuh jalan yang berbeda, warna merah adalah rute perjalanan yang dilalui Udin, warna biru adalah rute perjalanan yang dilalui Siti seperti yang ditunjukkan dalam Gambar 1.1. Ternyata Udin berhasil menemukan rumah Bu Badiah terlebih dahulu, mengapa Siti lebih lambat menemukan rumah Bu Badiah?

Untuk dapat menyelesaikan permasalahan tersebut, sebaiknya kalian belajar kegiatan-kegiatan berikut ini.



Membelajarkan 1.1

Memahami Posisi Titik Terhadap Sumbu- x dan Sumbu- y



Masalah 1.1

1. Minta siswa untuk mencermati bidang koordinat, tunjukkan beberapa titik yang memiliki jarak sama dan jarak yang berbeda terhadap sumbu- x dan sumbu- y .
2. Minta siswa mencermati titik-titik yang memiliki jarak yang sama dan jarak yang berbeda terhadap sumbu- x dan sumbu- y pada kuadran yang berbeda.



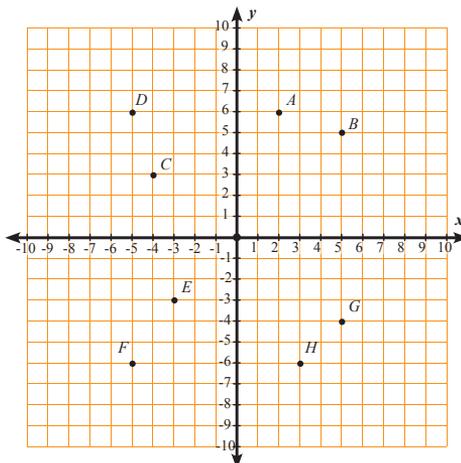
Kegiatan 1.1

Memahami Posisi Titik terhadap Sumbu- x dan Sumbu- y



Masalah 1.1

Titik-titik pada bidang koordinat Cartesius (untuk selanjutnya disebut bidang koordinat) memiliki jarak terhadap sumbu- x dan sumbu- y . Coba sekarang amati posisi titik A , B , C , D , E , F , G , dan H terhadap sumbu- x dan sumbu- y pada Gambar 1.2. Setelah itu tentukan koordinat titik-titik tersebut.



Gambar 1.2 Kordinat titik - titik pada bidang kordinat kartesius

Dari Gambar 1.2 dapat ditulis posisi titik-titik, yaitu:

1. Titik A berjarak 6 satuan terhadap sumbu- x dan berjarak 2 satuan terhadap sumbu- y .
2. Titik B berjarak 5 satuan terhadap sumbu- x dan berjarak 5 satuan terhadap sumbu- y .
3. Titik C berjarak 3 satuan terhadap sumbu- x dan berjarak 4 satuan terhadap sumbu- y .
4. Titik D berjarak 6 satuan terhadap sumbu- x dan berjarak 5 satuan terhadap sumbu- y .
5. Titik E berjarak 3 satuan terhadap sumbu- x dan berjarak 3 satuan terhadap sumbu- y .
6. Titik F berjarak 6 satuan terhadap sumbu- x dan berjarak 5 satuan terhadap sumbu- y .
7. Titik G berjarak 4 satuan terhadap sumbu- x dan berjarak 5 satuan terhadap sumbu- y .
8. Titik H berjarak 6 satuan terhadap sumbu- x dan berjarak 3 satuan terhadap sumbu- y .

Sekarang kalian sudah mengetahui jarak titik-titik terhadap sumbu- x dan sumbu- y . Ada titik yang memiliki jarak yang sama dan ada pula yang memiliki jarak berbeda terhadap sumbu- x dan sumbu- y . Sekarang tulislah koordinat titik-titik A , B , C , D , E , F , G , dan H tersebut.

Alternatif Pemecahan Masalah

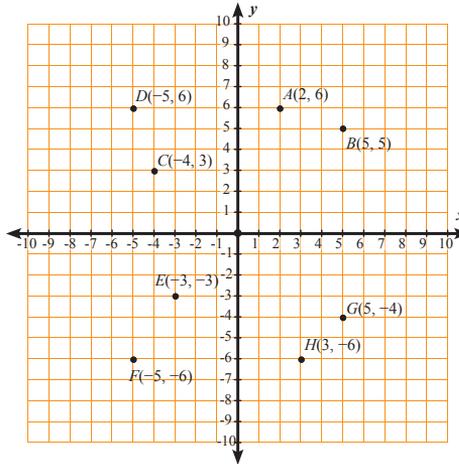


Untuk menuliskan koordinat titik-titik tersebut, coba amati kembali jarak titik-titik $A, B, C, D, E, F, G,$ dan H terhadap sumbu- x dan sumbu- y pada Gambar 1.2. Berdasarkan jarak titik-titik terhadap sumbu- x dan sumbu- y , koordinat titik-titik tersebut adalah sebagai berikut.

Tabel 1.1 Koordinat titik $A, B, C, D, E, F, G,$ dan H

Titik	Jarak terhadap sumbu- x	Jarak terhadap sumbu- y	Koordinat titik
A	6 satuan	2 satuan	$A(2, 6)$
B	5 satuan	5 satuan	$B(5, 5)$
C	3 satuan	4 satuan	$C(-4, 3)$
D	6 satuan	5 satuan	$D(-5, 6)$
E	3 satuan	3 satuan	$E(-3, 3)$
F	6 satuan	5 satuan	$F(-5, -6)$
G	4 satuan	5 satuan	$G(5, -4)$
H	6 satuan	3 satuan	$H(3, -6)$

Dengan demikian kalian dapat menuliskan koordinat titik $A, B, C, D, E, F, G,$ dan H pada bidang koordinat sebagai berikut.



Gambar 1.3 Koordinat titik-titik pada bidang koordinat



1. Amati kembali titik-titik pada bidang koordinat.
2. Minta siswa untuk mengamati jarak titik-titik $A, B, C, D, E, F, G,$ dan H terhadap sumbu- x dan sumbu- y dan hubungannya dengan koordinat titik-titik tersebut.
3. Minta siswa untuk meneliti titik-titik yang memiliki jarak yang sama terhadap sumbu- x atau sumbu- y tetapi memiliki koordinat yang berbeda, karena titik-titik tersebut berada pada kuadran yang berbeda.



Ayo Kita Menanya

Berdasarkan hasil pengamatan, coba buatlah pertanyaan yang memuat kata-kata berikut.

1. "Titik-titik A, B, C, D, E, F, G, H " dan "jarak sama terhadap sumbu- x "
2. "Titik-titik A, B, C, D, E, F, G, H " dan "jarak sama terhadap sumbu- y "

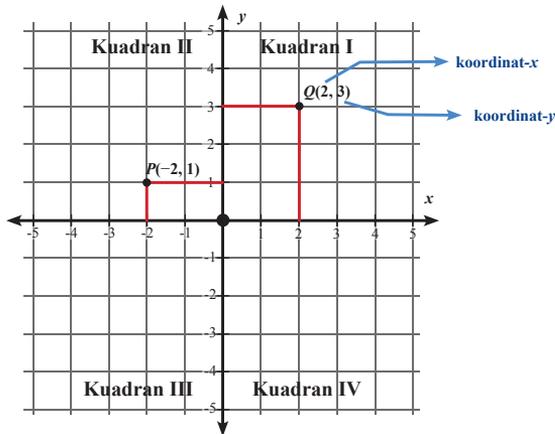
Tuliskan pertanyaan kalian di buku tulis.



Sedikit Informasi

Sumbu- x dan sumbu- y , membagi bidang koordinat menjadi 4 kuadran, yaitu

1. Kuadran I : koordinat- x positif dan koordinat- y positif
2. Kuadran II : koordinat- x negatif dan koordinat- y positif
3. Kuadran III : koordinat- x negatif dan koordinat- y negatif
4. Kuadran IV : koordinat- x positif dan koordinat- y negatif



Gambar 1.4 Empat kuadran bidang koordinat

Dalam bidang koordinat di atas
 Titik P memiliki koordinat $(-2, 1)$, koordinat- x : -2 , koordinat- y : 1
 Titik Q memiliki koordinat $(2, 3)$, koordinat- x : 2 , koordinat- y : 3



Ayo Kita Menanya

1. Minta siswa untuk menuliskan pertanyaan yang terkait dengan jarak titik-titik dari sumbu- x dan sumbu- y .
2. Munculnya pertanyaan karena siswa belum mengerti atau memahami pada saat kegiatan mengamati.
3. Sebagai pertanyaan pancingan, dapat menggunakan kata-kata yang ada di buku siswa.



Sedikit Informasi

1. Mintalah siswa untuk mencermati sedikit informasi yang berkaitan dengan koordinat titik pada bidang koordinat Kartesius yang berada pada empat kuadran.
2. Berilah penjelasan secukupnya perbedaan koordinat titik yang berada di masing-masing kuadran.
3. Penjelasan sedikit informasi dapat dilakukan oleh siswa yang sudah memahami koordinat Kartesius.



Ayo Kita Menalar

- Minta siswa untuk mencermati apa perbedaan koordinat titik-titik yang berada di sebelah kanan dan sebelah kiri sumbu y dan mencermati pula apa perbedaan titik-titik yang berada di sebelah atas dan bawah sumbu- x .
- Minta siswa untuk mencermati koordinat titik-titik yang memiliki jarak yang sama dan tidak sama dengan sumbu- x dan sumbu- y .
 - Titik F berjarak 5 satuan dari sumbu- y dan berada di sebelah kiri sumbu- y dan berjarak 3 satuan dari sumbu- x dan berada di bawah sumbu- x .
 - Titik G berjarak 5 satuan dari sumbu- y dan berada di sebelah kanan sumbu- y dan berjarak 4 satuan dari sumbu- x dan berada di bawah sumbu- x .

Coba perhatikan kembali posisi titik-titik pada bidang koordinat Kartesius pada Gambar 1.2. Dari Gambar 1.2 tersebut ada titik-titik yang memiliki jarak yang sama dan ada titik-titik yang memiliki jarak yang berbeda terhadap sumbu- x dan sumbu- y . Sekarang coba amati titik-titik yang memiliki jarak yang sama dan berbeda terhadap sumbu- x dan sumbu- y serta tentukan koordinat titik-titik yang memiliki jarak sama dan berbeda terhadap sumbu- x dan sumbu- y pada Tabel 1.2 berikut.

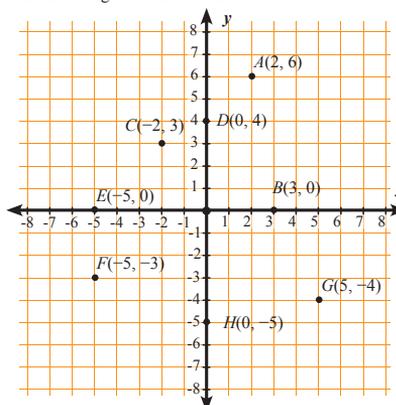
Tabel 1.2 Jarak titik-titik terhadap sumbu- x dan sumbu- y

No.	Jarak titik-titik terhadap sumbu- x dan sumbu- y	Titik-titik
1	Titik-titik berjarak sama terhadap sumbu- x , karena titik-titik tersebut berjarak 6 satuan ke sumbu- x	A, D, \dots , dan ...
2	Titik-titik berjarak tidak sama terhadap sumbu- x , karena titik-titik tersebut mempunyai jarak yang berbeda baik ke sumbu- x maupun ke sumbu- y	A, B, C , dan G
3	Titik-titik berjarak sama terhadap sumbu- y , karena titik-titik tersebut berjarak 5 satuan ke sumbu- x	\dots, \dots, \dots , dan ...
4	Titik-titik berjarak tidak sama terhadap sumbu- y , karena titik-titik tersebut mempunyai jarak yang berbeda baik ke sumbu- x maupun ke sumbu- y	A, B, C , dan E
5	Titik-titik berjarak sama terhadap sumbu- x	$(1, 2), (3, \dots), (\dots, 2)$ dan (\dots, \dots)
6	Titik-titik berjarak tidak sama terhadap sumbu- x	$(1, 2), (3, \dots)$, dan (\dots, \dots)
7	Titik-titik berjarak sama terhadap sumbu- y	$(2, 3), (\dots, 4), (2, \dots)$ dan (\dots, \dots)
8	Titik-titik berjarak tidak sama terhadap sumbu- y	$(2, 3), (\dots, 4)$, dan (\dots, \dots)



Ayo Kita Menalar

Coba perhatikan kembali bidang koordinat berikut



Gambar 1.4 Titik-titik pada bidang koordinat

Tabel 1.3 Koordinat titik-titik pada bidang koordinat dan jarak terhadap sumbu- x dan sumbu- y

Koordinat titik	Keterangan
$A(2, 6)$	Titik A berjarak 2 satuan dari sumbu- y dan berada di sebelah kanan sumbu- y Titik A berjarak 6 satuan dari sumbu- x dan berada di atas sumbu- x
$C(-2, 3)$	Titik C berjarak 2 satuan dari sumbu- y dan berada di sebelah kiri sumbu- y Titik C berjarak 3 satuan dari sumbu- x dan berada di atas sumbu- x
$F(-5, -3)$	Titik F ... Titik F ...
$G(5, -4)$	Titik G ... Titik G ...

1. Berdasarkan Tabel 1.3, jawablah pertanyaan berikut.

- Bagaimana cara menentukan apakah suatu titik berada di sebelah kanan atau di sebelah kiri sumbu- y ?
 - Bagaimana cara menentukan suatu titik berada di atas atau di bawah sumbu- x ?
 - Apa yang kalian ketahui tentang titik $B(3, 0)$, titik $D(0, 4)$, titik $E(-5, 0)$, dan titik $H(0, -5)$?
 - Apa ciri titik-titik yang berada pada sumbu- x ?
 - Apa ciri titik-titik yang berada pada sumbu- y ?
- Gambarlah titik-titik $(2, 1)$, $(4, 1)$, $(4, -1)$, dan $(2, -1)$ pada bidang koordinat. Bangun apakah yang terbentuk apabila titik-titik tersebut dihubungkan?
 - Gambarlah titik-titik $(-2, -1)$, $(-1, 0)$, $(0, 1)$, dan $(1, 2)$ pada bidang koordinat. Bangun apakah yang terbentuk apabila titik-titik tersebut dihubungkan?



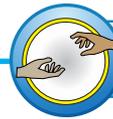
Ayo Kita Berbagi

- Jika kalian sudah menjawab beberapa pertanyaan di atas, coba sekarang tukarkan jawabanmu dan diskusikan dengan temanmu sebangku.
- Setelah kalian berdiskusi dengan temanmu sebangku, tuliskan hal penting dari hasil diskusi tersebut.
- Presentasikan hasil diskusi tersebut kepada temanmu yang lain di depan kelas.



Contoh 1.1

Jika koordinat titik $A(2, 4)$, $B(2, -5)$, $C(-4, 3)$, dan $D(-6, -7)$. Tentukan jarak titik-titik tersebut terhadap sumbu- x dan terhadap sumbu- y ?



Ayo Kita Berbagi

Mintalah siswa untuk menukar kan jawabannya dengan temannya dan berilah sedikit penguatan dan bimbingan jika terjadi perbedaan jawaban siswa.

- Berdasarkan Tabel 1.3, berikut alternatif jawaban.
 - Titik-titik yang memiliki jarak yang sama dengan sumbu- y jika titik tersebut koordinat x -nya sama dan tidak memperdulikan positif dan negatif
 - Titik-titik yang memiliki jarak yang sama dengan sumbu- x jika titik tersebut koordinat y -nya sama, dan tidak memperdulikan positif dan negatif
 - Titik-titik yang berada di sebelah kanan sumbu- y jika koordinat x -nya bernilai positif, dan berada di sebelah kiri sumbu- y , jika koordinat x -nya bernilai negatif. Titik-titik yang berada di sebelah atas sumbu- x , jika koordinat y -nya bernilai positif, dan berada di bawah sumbu- x , jika koordinat y -nya bernilai negatif. Titik $B(3,0)$ artinya titik tersebut memiliki jarak 3 satuan dari sumbu- y , berada di sebelah kanan sumbu- y dan memiliki jarak 0 satuan dari sumbu- x serta berada pada sumbu- x . Titik $D(0,4)$ artinya titik tersebut memiliki jarak 0 satuan dari sumbu- y , berada pada sumbu- y (dan memiliki jarak 4 satuan dari sumbu- x berada di atas sumbu- x). Titik $E(-5,0)$ artinya titik tersebut memiliki jarak 5 satuan dari sumbu- y , berada di sebelah kiri sumbu- y dan memiliki jarak 0 satuan dari sumbu- x serta berada pada sumbu- x . Titik $H(0,-5)$ artinya titik tersebut memiliki jarak 0 satuan dari sumbu- y , berada pada sumbu- y dan memiliki jarak 5 satuan dari sumbu- x berada di bawah sumbu- x .
 - Titik-titik yang berada pada sumbu- x jika koordinat- x nya 0.
 - Titik-titik yang berada pada sumbu- y jika koordinat- y nya 0.
- Jika 4 titik tersebut dihubungkan akan membentuk bangun datar persegi
- Jika 4 titik tersebut dihubungkan akan membentuk bangun datar persegi panjang

Alternatif Penyelesaian

- Koordinat titik $A(2, 4)$ artinya titik A memiliki jarak 2 satuan terhadap sumbu- y dan memiliki jarak 4 satuan terhadap sumbu- x .
- Koordinat titik $B(2, -5)$ artinya titik A memiliki jarak 2 satuan terhadap sumbu- y dan memiliki jarak 5 satuan terhadap sumbu- x .
- Koordinat titik $C(-4, 3)$ artinya titik A memiliki jarak 4 satuan terhadap sumbu- y dan memiliki jarak 3 satuan terhadap sumbu- x .
- Koordinat titik $D(-6, -7)$ artinya titik A memiliki jarak 6 satuan terhadap sumbu- y dan memiliki jarak 7 satuan terhadap sumbu- x .

Contoh 1.2

Gambarlah titik-titik pada bidang koordinat yang memiliki jarak 4 satuan terhadap sumbu- x dan memiliki jarak 7 satuan terhadap sumbu- y .

Alternatif Penyelesaian

Untuk menggambar titik yang memiliki jarak 4 satuan terhadap sumbu- x dan memiliki jarak 7 satuan terhadap sumbu- y pada bidang koordinat, kalian lakukan prosedur sebagai berikut.

Langkah 1

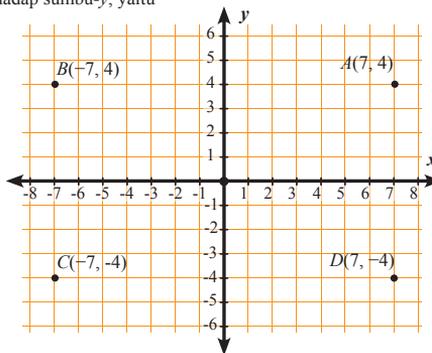
Menentukan satu koordinat titik pada kuadran satu yang memiliki jarak 4 satuan terhadap sumbu- x dan memiliki jarak 7 satuan terhadap sumbu- y .

Koordinat titik yang memiliki jarak 4 satuan terhadap sumbu- x dan memiliki jarak 7 satuan terhadap sumbu- y adalah titik $A(7, 4)$.

Langkah 2

Menentukan koordinat titik lain pada kuadran II, III, dan IV yang memiliki jarak 4 satuan terhadap sumbu- x dan memiliki jarak 7 satuan terhadap sumbu- y , yaitu

- Pada kuadran II adalah titik $B(-7, 4)$
- Pada kuadran III adalah titik $C(-7, -4)$
- Pada kuadran IV adalah titik $D(7, -4)$



Langkah 3

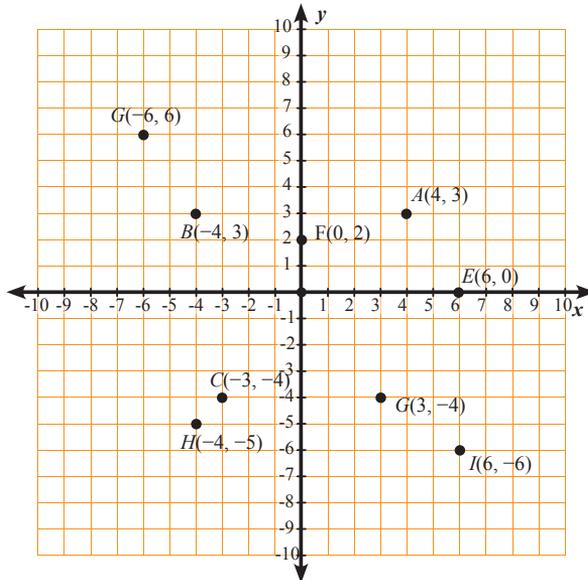
Menggambar empat titik yaitu titik $A(7, 4)$, $B(-7, 4)$, $C(-7, -4)$, dan $D(7, -4)$ pada bidang koordinat sebagai berikut.

Ajak siswa untuk mengamati dan memahami Contoh 1.2 dalam menentukan koordinat titik terhadap sumbu- x dan sumbu y



Latihan 1.1

Perhatikan bidang koordinat berikut.



Gambar 1.5 Titik-titik pada bidang koordinat

1. Sebutkan titik-titik yang mempunyai jarak yang sama dengan sumbu- x .
2. Sebutkan titik-titik yang mempunyai jarak yang sama dengan sumbu- y .
3. Sebutkan titik-titik yang berada di sebelah kanan dan sebelah kiri sumbu- y .
4. Sebutkan titik-titik yang berada di bawah dan di atas sumbu- x .
5. Berapa jarak titik E terhadap sumbu- x dan sumbu- y dan terletak di sebelah mana terhadap sumbu- x dan sumbu- y ?
6. Gambarkan titik yang jaraknya ke sumbu- x sama dengan titik G dan jarak ke sumbu- y sama dengan titik B . Ada berapa titik yang kalian temukan?
7. Sebutkan titik-titik yang berada di kuadran I dan kuadran II
8. Berada di kuadran manakah titik E dan F ? Jelaskan.

Intruksikan siswa untuk mengerjakan soal-soal Latihan 1.1



Membelajarkan 1.2

Memahami Posisi Titik terhadap Titik Asal $O(0, 0)$ dan Terhadap Titik Tertentu (a, b)

Sebelum Pelaksanaan Pembelajaran

1. Siapkan peta perkemahan di kertas karton agar mudah dilihat oleh seluruh siswa atau cukup di buku siswa
2. Siapkan papan tulis berpetak atau kertas karton yang sudah diberi bidang koordinat
3. Bentuklah kelompok sebelum pembelajaran dimulai



Ayo Kita Amati

1. Ajak siswa untuk mengamati semua tempat terhadap titik asal $O(0,0)$ dan fokuskan pada koordinat masing-masing tempat.
2. Suruh siswa untuk mengamati semua tempat terhadap tanah lapang dan kolam dan fokuskan koordinat masing-masing tempat terhadap tanah lapang.
3. Minta siswa untuk meneliti langkah demi langkah Alternatif penyelesaian untuk menentukan koordinat beberapa tempat terhadap pos utama.
4. Minta siswa untuk membandingkan posisi titik terhadap titik pusat dan terhadap titik tertentu dan keterangan yang menunjukkan jarak tempat tertentu terhadap titik pusat dan tanah lapang serta kolam.



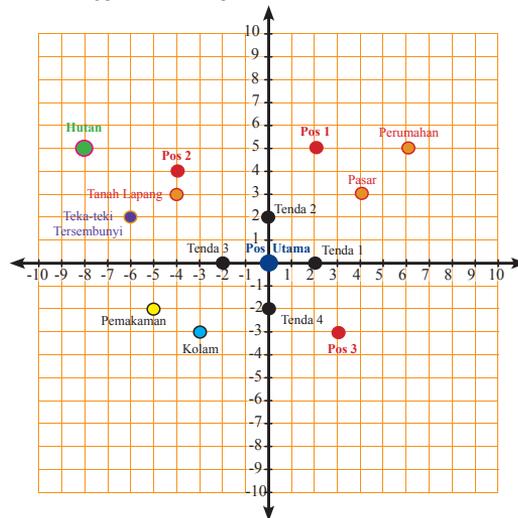
Kegiatan 1.2

Memahami Posisi Titik terhadap Titik Asal $(0, 0)$ dan Titik Tertentu (a, b)

Setelah kalian dapat menentukan koordinat suatu titik dan jarak titik tersebut terhadap sumbu- x dan sumbu- y dalam bidang koordinat, sekarang kalian akan mempelajari bagaimana koordinat titik tersebut terhadap titik tertentu (a, b) . Untuk lebih jelasnya coba perhatikan masalah berikut.

Masalah 1.2

Pernahkah kalian berkemah? Dalam perkemahan ada pos utama, tenda, pasar, pos-pos, kolam dan lain-lain. Coba sekarang perhatikan denah perkemahan di bawah ini:



Gambar 1.6 Denah Perkemahan dalam bidang koordinat

Berdasarkan denah perkemahan Gambar 1.6, coba tentukan

1. Posisi perumahan, pemakaman, pasar, teka-teki, tenda 1, dan pos 1 terhadap pos utama?
2. Posisi perumahan, pemakaman, pasar, teka-teki, tenda 1, dan pos 1 terhadap tanah lapang dan kolam?



Alternatif Pemecahan Masalah

Untuk menentukan posisi perumahan, pemakaman, pasar, teka-teki, tenda 1, dan pos 1 terhadap pos utama, kalian lakukan prosedur berikut.

Langkah 1

Kalian tentukan dulu posisi pos utama pada bidang koordinat .
Posisi pos Utama dalam bidang koordinat pada titik $O(0, 0)$.

Langkah 2

Gunakan pos utama sebagai titik acuan dalam menentukan posisi perumahan, pemakaman, pasar, teka-teki, tenda 1, dan pos 1.

Langkah 3

Tentukan koordinat- x dan koordinat- y dari perumahan, pemakaman, pasar, teka-teki, tenda 1, dan pos 1 terhadap titik $O(0, 0)$, seperti berikut

Tempat	Posisi tempat terhadap Pos Utama	
	Koordinat	Keterangan
Perumahan	(6, 5)	6 satuan ke kanan dan 5 satuan ke atas
Pemakaman	(-5, -2)	5 satuan ke kiri dan 2 satuan ke bawah
Pasar	(4, 3)	4 satuan ke kanan dan 3 satuan ke atas
Hutan	(-8, 5)	8 satuan ke kiri dan 5 satuan ke atas
Tenda 1	(2, 0)	2 satuan ke kanan dan 0 satuan ke atas
Pos 1	(2, 5)	2 satuan ke kanan dan 5 satuan ke atas

Untuk menentukan posisi perumahan, pemakaman, pasar, teka-teki tersembunyi, tenda 1, dan pos 1 terhadap tanah lapang dan kolam, kalian lakukan prosedur berikut.

Langkah 1

Kalian tentukan dulu posisi tanah lapang dan kolam pada bidang koordinat .
Posisi tanah lapang adalah koordinat $(-4, 3)$ dan posisi kolam adalah koordinat $(-3, -3)$.

Langkah 2

Gunakan koordinat $(-4, 3)$ dan koordinat $(-3, -3)$ sebagai titik acuan dalam menentukan posisi perumahan, pemakaman, pasar, teka-teki, tenda 1, dan pos 1. Anggap saja koordinat $(-4, 3)$ dan koordinat $(-3, -3)$ sebagai titik $O(0, 0)$.

Ajak siswa untuk memahami
Alternatif Pemecahan Masalah 1.2



Ayo Kita Menanya

1. Minta siswa untuk membuat pertanyaan berdasarkan kasus yang ada di buku siswa.
2. Siswa juga boleh membuat pertanyaan lain, misalnya
 - Berapakah koordinat dari perumahan terhadap tenda 2 yang benar
 - Mengapa tenda 1 dan tenda 3 tidak memiliki koordinat x atau koordinat x -nya nol
 - Mengapa koordinat x tenda 3 terhadap tanah lapang bernilai positif, padahal tenda 3 berada di sebelah kiri sumbu- y



Ayo Kita Menalar

1. Bentuklah siswa dalam beberapa kelompok untuk mengerjakan Ayo Menalar
2. Mintalah siswa untuk menggambar bidang koordinat Cartesius agar lebih mudah menentukan koordinat beberapa tempat terhadap tempat tertentu.
3. Berilah bimbingan bagi siswa yang belum bisa menentukan koordinat suatu titik tertentu terhadap titik tertentu

Langkah 3

Tentukan koordinat- x dan koordinat- y dari perumahan, pemakaman, pasar, teka-teki, tenda 1, dan pos 1 terhadap koordinat $(-4, 3)$ dan koordinat $(-3, -3)$, seperti berikut

Tempat	Posisi tempat terhadap tanah lapang		Posisi tempat terhadap kolam	
	Koordinat	Keterangan	Koordinat	Keterangan
Perumahan	$(10, 2)$	10 satuan ke kanan, 2 satuan ke atas	$(9, 8)$	9 satuan ke kanan, 8 satuan ke atas
Pemakaman	$(-1, -5)$	1 satuan ke kiri, 5 satuan ke bawah	$(-2, 1)$	2 satuan ke kiri, 1 satuan ke atas
Pasar	$(8, 0)$	8 satuan ke kanan, 0 satuan ke atas	$(7, 6)$	7 satuan ke kanan, 6 satuan ke atas
Teka-teki Tersembunyi	$(-2, -1)$	2 satuan ke kiri, 1 satuan ke bawah	$(-3, 5)$	3 satuan ke kiri, 5 satuan ke atas
Tenda 1	$(6, -3)$	6 satuan ke kanan, 3 satuan ke bawah	$(5, 3)$	5 satuan ke kanan, 3 satuan ke atas
Pos 1	$(6, 2)$	6 satuan ke kanan, 2 satuan ke atas	$(5, 8)$	5 satuan ke kanan, 8 satuan ke atas



Ayo Kita Amati

Amatilah denah perkemahan pada Gambar 1.6. Fokuskan pengamatan kalian pada prosedur menentukan posisi atau koordinat beberapa tempat terhadap pos utama atau titik pusat $(0, 0)$ dan prosedur menentukan posisi atau koordinat beberapa tempat terhadap tanah lapang $(-4, 3)$ dan kolam $(-3, -3)$.



Ayo Kita Menanya

Coba amati kembali Gambar 1.6 dan jika Edo, Lani, dan Siti diminta pak Sutedo untuk menentukan posisi perumahan terhadap tenda 2. Edo menjawab $(6, 2)$, Lani menjawab $(7, 3)$ dan Siti menjawab $(6, 5)$ dan ternyata pak Sutedo mempunyai jawaban yang berbeda dengan ketiga siswa tersebut. Seandainya kalian melihat kondisi semacam itu. Tulislah pertanyaan yang berhubungan dengan kebenaran posisi perumahan tersebut terhadap tenda 2, koordinat beberapa tempat terhadap tenda 1 dan tenda 3, posisi perumahan terhadap tenda 3 dan sebagainya.



Ayo Kita Menalar

Sekarang perhatikan kembali denah perkemahan pada Gambar 1.6. Coba tentukan posisi tempat tertentu terhadap titik asal $O(0, 0)$ dan terhadap tenda 1, pos 1, dan pasar, seperti pada Tabel 1.4 berikut.



Alternatif Jawaban

Alternatif jawaban pada kegiatan Ayo Kita Menalar

No	Posisi dari titik asal $O(0, 0)$		Posisi dari		
	Tempat	Koordinat	Tenda 1 (2, 0)	Pos 1 (2, 5)	Pasar (4, 3)
1	Perumahan	(6, 5)	4 satuan ke kanan dan 5 satuan ke atas	4 satuan ke kanan dan 0 satuan ke atas	2 satuan ke kanan dan 2 satuan ke atas
2	Pemukaman	(-5, -2)	7 satuan ke kiri dan 2 satuan ke bawah	7 satuan ke kiri dan 7 satuan ke bawah	9 satuan ke kiri dan 5 satuan ke bawah
3	Pasar	(4, 3)	2 satuan ke kanan dan 3 satuan ke atas	2 satuan ke kanan dan 2 satuan ke bawah	
4	Hutan	(-8, 5)	10 satuan ke kiri dan 5 satuan ke atas	10 satuan ke kiri dan 0 satuan ke atas	12 satuan ke kiri dan 2 satuan ke bawah
5	Tenda 1	(2, 0)		0 satuan ke kiri dan 5 satuan ke bawah	2 satuan ke kiri dan 3 satuan ke bawah
6	Tenda 2	(0, 2)	2 satuan ke kiri dan 2 satuan ke atas	2 satuan ke kiri dan 3 satuan ke bawah	4 satuan ke kiri dan 3 satuan ke bawah
7	Pos 1	(2, 5)	0 satuan ke kanan dan 5 satuan ke bawah		2 satuan ke kiri dan 2 satuan ke atas



Ayo Kita Berbagi

1. Informasikan kepada siswa untuk mendiskusikan dengan kelompok lain, dalam kegiatan ini: minta siswa untuk menukarkan jawabannya dan mendiskusikan dengan teman sebangku
2. Agar lebih jelas, minta siswa untuk mencermati langkah-langkah untuk menggambar titik-titik pada bidang koordinat dan beri penjelasan bagi siswa yang mengalami kesulitan

Tabel 1.4 Posisi tempat tertentu terhadap titik asal, tenda 1, pos 1, dan kolam

No	Posisi dari titik asal (0, 0)		Posisi terhadap		
	Tempat	Koordinat	Tenda 1 (2, 0)	Pos 1 (2, 5)	Kolam (-3, -4)
1	Perumahan	(6, 5)	4 satuan ke kanan dan 5 satuan ke atas	4 satuan ke kanan dan 0 satuan ke atas	9 satuan ke kanan dan 8 satuan ke atas
2	Pemukaman	(-5, -2)	7 satuan ke kiri dan 2 satuan ke bawah		
3	Pasar	(4, 3)		2 satuan ke kanan dan 2 satuan ke bawah	
4	Hutan	(-8, 5)			3 satuan ke kiri dan 5 satuan ke atas
5	Tenda 1	(2, 0)			
6	Tenda 2	(0, 2)			
7	Pos 1	(2, 5)		0 satuan ke kanan dan 0 satuan ke atas	
8	Pos 2	(-4, 4)			



Ayo Kita Berbagi

1. Cobalah buat prosedur untuk mengisi Tabel 1.4
2. Cocokkan jawabanmu dengan teman sebangku, dan diskusikan apabila ada perbedaan.
3. Presentasikan hasil diskusi tersebut kepada temanmu yang lain di depan kelas

Agar kalian lebih memahami posisi titik tertentu terhadap titik yang sudah ditentukan (a, b), coba perhatikan contoh berikut.



Contoh 1.3

Gambarlah titik $A(-4, 3)$, $B(5, 5)$, $C(4, 0)$ dan $D(-5, -6)$ pada bidang koordinat

Alternatif Penyelesaian

Untuk menggambar titik $A(-4, 3)$, $B(5, 5)$, $C(4, 0)$ dan $D(-5, -6)$ pada bidang koordinat, lakukan prosedur berikut:

Langkah 1

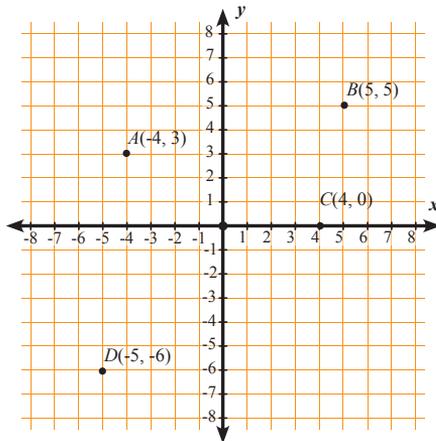
Gambarlah bidang koordinat dengan 4 kuadran.

Langkah 2

Gunakan titik $O(0,0)$ sebagai titik acuan untuk menggambar titik A , B , C , dan D .

Langkah 3

Gambarlah titik $A(-4, 3)$, $B(5, 5)$, $C(4, 0)$ dan $D(-5, -6)$ pada bidang koordinat seperti berikut.



Contoh 1.4

Jika diketahui titik $P(-4, -5)$, $K(2, 4)$, $L(6, 1)$, $M(5, -4)$, dan $N(-3, 6)$, tentukan koordinat titik K , L , M , dan N terhadap titik P .

Alternatif Penyelesaian

Untuk menentukan koordinat K , L , M , dan N terhadap titik P , lakukan prosedur sebagai berikut.

Ajak siswa untuk memahami Alternatif Penyelesaian Contoh 1.3 dan mengamati Contoh 1.4



Ayo Kita Amati

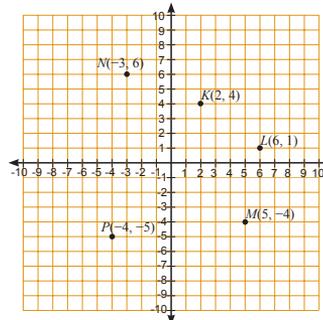
1. Minta siswa untuk mencermati kembali langkah-langkah dalam menentukan koordinat titik terhadap titik tertentu dalam Contoh 1.4
2. Beri penjelasan kepada siswa yang masih mengalami kesulitan dalam memahami langkah-langkah tersebut.

Langkah 1

Gambarlah bidang koordinat dengan 4 kuadran

Langkah 2

Gambarlah titik $K(2, 4)$, $L(6, 1)$, $M(5, -4)$, dan $N(-3, 6)$ pada bidang koordinat, seperti berikut

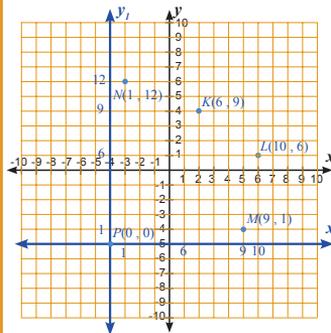


Langkah 3

Gunakan titik $P(-4, -5)$ sebagai titik acuan dalam menentukan koordinat titik K , L , M , dan N dan buatlah sumbu- x dan sumbu- y dengan titik $P(-4, -5)$ sebagai titik $O(0, 0)$.

Langkah 4

Tentukan koordinat titik K , L , M , dan N dengan sumbu- x dan sumbu- y yang baru seperti berikut.



Langkah 5

Koordinat titik-titik K , L , M , dan N terhadap titik P adalah

- koordinat titik $K(6, 9)$
- koordinat titik $L(10, 6)$
- koordinat titik $M(9, 1)$
- koordinat titik $N(1, 12)$

Masalah 1.3

Perhatikan Gambar bidang koordinat berikut.

Diketahui:

Persegi a_1 dengan salah satu titik koordinat adalah $A(2, 2)$

Persegi a_2 dengan salah satu titik koordinat adalah $B(4, 4)$

Persegi a_3 dengan salah satu titik koordinat adalah $C(7, 7)$

Persegi a_4 dengan salah satu titik koordinat adalah $D(11, 11)$

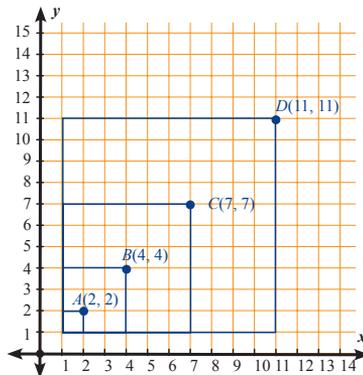
Persegi a_5 dengan salah satu titik koordinat adalah $E(\dots, \dots)$

...

...

...

Tentukan salah satu titik koordinat Z pada persegi a_{25}

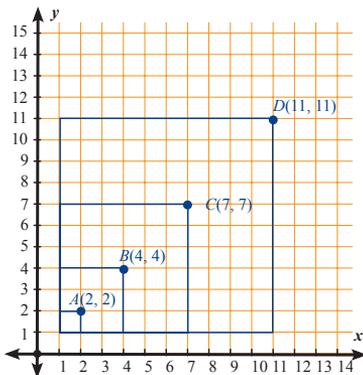


Alternatif Pemecahan Masalah



Ayo Kita Amati

Coba amati kembali koordinat titik A , B , C , dan D pada bidang koordinat berikut. Perhatikan pola yang terjadi dari koordinat titik A , B , C , sampai D .



Ayo Kita Amati

1. Minta siswa untuk membentuk kelompok untuk menyelesaikan Masalah 1.3
2. Beri penjelasan dan bimbingan secukupnya.
3. Minta masing-masing kelompok untuk mempresentasikan jawabannya di depan kelas secara bergantian dan kelompok lain memberikan tanggapan.



Ayo Kita Menalar

$Z(x, y)$, karena $x = y$ maka cukup dicari koordinat x saja

Karena Z adalah huruf ke-26 maka koordinat titik Z adalah

$$= [(1+2+3+ \dots +24+25+26)] + 1$$

sehingga diperoleh

$$= [(1+26)+(2+25)+(3+24) + \dots + (13+14)] + 1$$

Karena ada 27 sebanyak 13, maka

$$= 27 \times 13 + 1$$

$$= 351 + 1$$

$$= 352$$

Jadi koordinat titik Z adalah $(352, 352)$



Ayo Kita Menanya

Setelah kalian mengamati koordinat titik $A, B, C,$ dan $D,$ buatlah pertanyaan contoh: berapakah koordinat titik $E?$ berapa koordinat titik $F?$ Bagaimana kalian menentukan koordinat titik E dan $F?$



Menggali Informasi

Coba carilah informasi pada buku bagaimana menentukan koordinat titik tertentu dengan menggunakan pola 2, 4, 7, 11 ...

Berapakah koordinat titik pada baris ke-26?



Ayo Kita Bernalar

Agar kalian menjadi lebih yakin bagaimana cara menentukan koordinat titik $A, B, C,$ dan $D.$ Coba salin dan lengkapi penyelesaian berikut.

$$A(2, 2) = (1 + 1, 1 + 1)$$

$$B(4, 4) = ((1 + 2) + 1, (1 + 2) + 1)$$

$$C(7, 7) = ((1 + 2 + 3) + 1, (1 + 2 + 3) + 1)$$

$$D(11, 11) = ((1 + 2 + 3 + 4) + 1, (1 + 2 + 3 + 4) + 1)$$

$$E(16, 16) = ((1 + 2 + 3 + 4 + 5) + 1, (1 + 2 + 3 + 4 + 5) + 1)$$

$$F(22, 22) = ((1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6) + 1, (1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6) + 1)$$

...

...

$Z(x, y)$, karena $x = y$ maka cukup dicari koordinat x saja

Karena Z adalah huruf ke-26 maka koordinat titik Z adalah

$$= ((1 + 2 + 3 + \dots + 24 + 25 + 26) + 1, \text{ sehingga diperoleh}$$

$$= \dots + 1$$

$$= \dots$$

Karena ada ... sebanyak ..., maka

$$= \dots \times \dots + 1$$

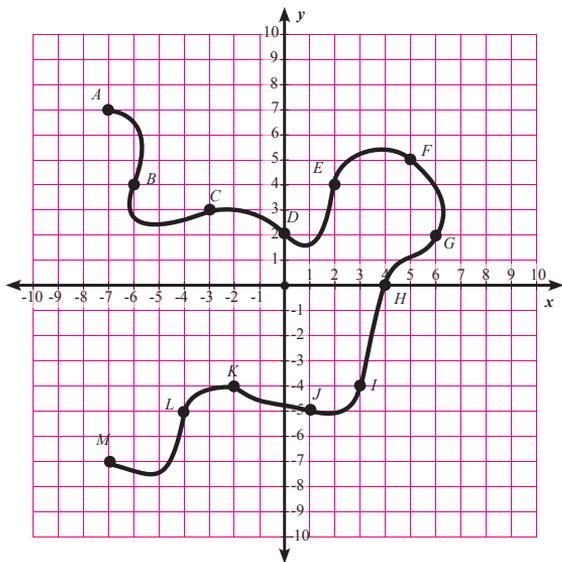
$$= \dots + 1$$

$$= \dots$$

Jadi koordinat titik Z adalah (\dots, \dots)



Latihan 1.2



Gambar 1.9 Aliran Sungai pada Bidang koordinat

1. Gambar di atas menunjukkan aliran sungai yang melewati beberapa titik dalam bidang koordinat .
 - a. Coba sebutkan 5 koordinat titik-titik yang dilalui oleh aliran sungai tersebut
 - b. Sebutkan titik-titik yang dilewati aliran sungai yang berada pada kuadran I, kuadran II, kuadran III, dan kuadran IV
 - c. Sebutkan koordinat titik A , B , C , dan D terhadap titik G
 - d. Sebutkan koordinat titik E , F , G , dan H terhadap titik J



Latihan 1.2

Minta siswa untuk menyelesaikan soal latihan dan di bahas di kelas dengan menunjuk salah satu siswa, sedang siswa yang lain di minta menanggapi dengan santun. Begitu seterusnya untuk nomor soal lainnya.



Membelajarkan 1.3

Memahami Posisi Garis terhadap Sumbu-x dan Sumbu-y

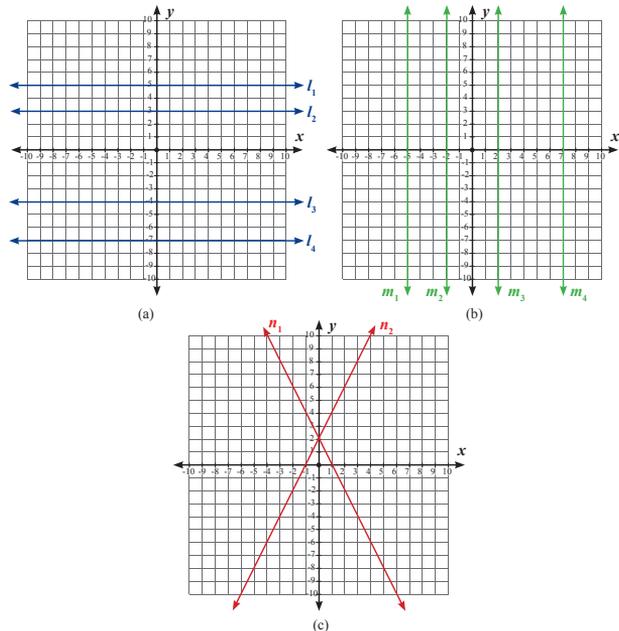
Sebelum Pelaksanaan Pembelajaran

1. Siapkan papan tulis bergaris dan buku petak
2. Siapkan format penilaian sikap dan keterampilan
3. Siapkan alat peraga yang dapat membantu membuat bidang koordinat (penggaris, kertas karton berpetak) atau sediakan bidang koordinat pada kertas karton



Memahami Posisi Garis terhadap Sumbu-x dan Sumbu-y

Perhatikan posisi garis l , garis m , dan garis n pada bidang koordinat berikut. Perhatikan pula kedudukan garis l , garis m , dan garis n terhadap sumbu- x dan sumbu- y .



Gambar 1.10 Garis-garis pada bidang koordinat



Ayo Kita Amati

1. Fokuskan pengamatan pada garis yang sejajar, tegak lurus dan berpotongan dengan sumbu- x dan sumbu- y .
2. Minta siswa untuk menemukan apa ciri-ciri dari garis yang sejajar, tegak lurus dan berpotongan dengan sumbu- x dan sumbu- y .



Fokuskan pengamatan kalian pada garis yang sejajar, tegak lurus, dan berpotongan dengan sumbu- x dan sumbu- y . Tabel 1.5 berikut menunjukkan garis-garis yang sejajar, tegak lurus, dan memotong sumbu- x dan sumbu- y .



Ayo Kita Menanya

1. Siswa dapat membuat pertanyaan dengan menggunakan kata-kata yang ada di buku siswa.
2. Berilah pancingan per tanyaan dan contoh per tanyaan yang membuat siswa termotivasi untuk membuat pertanyaan.
 - a. Apakah garis yang sejajar dengan sumbu- x pasti tegak lurus sumbu- y ?
 - b. Apakah garis yang tegak lurus dengan sumbu- x pasti sejajar sumbu- y ?
 - c. Apakah mungkin membuat garis yang melalui satu titik yang tidak sejajar sumbu- x dan tidak sejajar sumbu- y ?

Tabel 1.5 Garis-garis yang sejajar, tegak lurus, dan memotong sumbu- x dan sumbu- y

Gambar 1.10a		Gambar 1.10b		Gambar 1.10c
Garis-garis yang sejajar dengan sumbu- x	Garis-garis yang sejajar dengan sumbu- y	Garis-garis yang tegak lurus dengan sumbu- x	Garis-garis yang tegak lurus dengan sumbu- y	Garis-garis yang memotong sumbu- x dan sumbu- y
l_1, l_2, l_3, l_4	m_1, m_2, m_3, m_4	m_1, m_2, m_3, m_4	l_1, l_2, l_3, l_4	n_1, n_2

Garis l , m dan n pada Gambar 1.10 melalui titik-titik seperti pada Tabel 1.6 berikut.

Tabel 1.6 Titik-titik yang dilalui garis l , m dan n

Gambar	Garis	Koordinat titik-titik yang dilalui
1.10a	l_1	$(-4, 5), (-3, 5), (-2, 5), (-1, 5), (0, 5), (1, 5), (2, 5), (3, 5), (4, 5)$
	l_2	$(-4, 3), (-3, 3), (-2, 3), (-1, 3), (0, 3), (1, 3), (2, 3), (3, 3), (4, 3)$
	l_3	$(-4, -4), (-3, -4), (-2, -4), (-1, -4), (0, -4), (1, -4), (2, -4), (3, -4), (4, -4)$
	l_4	$(-4, -7), (-3, -7), (-2, -7), (-1, -7), (0, -7), (1, -7), (2, -7), (3, -7), (4, -7)$
1.10b	m_1	$(-5, 4), (-5, 3), (-5, 2), (-5, 1), (-5, 0), (-5, 1), (-5, 2), (-5, 3), (-5, 4)$
	m_2	$(-2, 4), (-2, 3), (-2, 2), (-2, 1), (-2, 0), (-2, 1), (-2, 2), (-2, 3), (-2, 4)$
	m_3	$(2, 4), (2, 3), (2, 2), (2, 1), (2, 0), (2, 1), (2, 2), (2, 3), (2, 4)$
	m_4	$(7, 4), (7, 3), (7, 2), (7, 1), (7, 0), (7, 1), (7, 2), (7, 3), (7, 4)$
1.10c	n_1	$(-2, 6), (-1, 4), (0, 2), (1, 0), (2, -2), (-4, 3), (-6, 4)$
	n_2	$(-4, -6), (-3, -4), (-2, -2), (-1, 0), (0, 2), (1, 4), (2, 6)$

Jika kalian cermati, garis l , m , dan n ada yang melalui titik-titik dengan koordinat yang sama dan ada pula yang melalui titik-titik dengan koordinat yang berbeda, kesimpulan apa yang dapat kalian ambil dari pengamatan di atas?



Ayo Kita Menanya

Berdasarkan hasil pengamatan di atas, coba buatlah pertanyaan yang memuat kata-kata berikut.

1. “sumbu- x , sumbu- y ” dan “tegak lurus”
2. “satu titik”, “tidak sejajar” dan “sumbu- x , sumbu- y ”

Tuliskan pertanyaan pada buku tulis kalian.



Mengali Informasi

Coba carilah informasi tentang:

1. Apakah garis yang sejajar dengan sumbu- x , pasti garis itu tegak lurus dengan sumbu- y ?
2. Apakah garis yang sejajar dengan sumbu- y , pasti garis itu tegak lurus dengan sumbu- x ?
3. Apabila suatu garis memotong tidak tegak lurus dengan sumbu- x , bagaimana perpotongan garis tersebut dengan sumbu- y ?

Sebelum kalian mengali informasi, coba perhatikan Contoh 1.5 berikut.



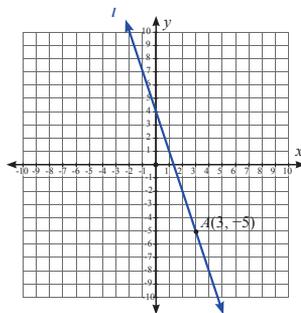
Contoh 1.5

Gambarlah garis l yang melalui titik $A(3, -5)$ yang tidak sejajar dengan sumbu- x dan tidak sejajar dengan sumbu- y .



Alternatif Penyelesaian

Garis l yang melalui titik $A(3, -5)$ tidak sejajar dengan sumbu- x dan tidak sejajar dengan sumbu- y adalah sebagai berikut.



Apakah masih ada garis lain yang melalui titik $A(3, -5)$ yang tidak sejajar dengan sumbu- x dan tidak sejajar dengan sumbu- y ?

Jika ada, berapa banyak garis lain yang melalui titik $A(3, -5)$ yang tidak sejajar dengan sumbu- x dan tidak sejajar dengan sumbu- y ?

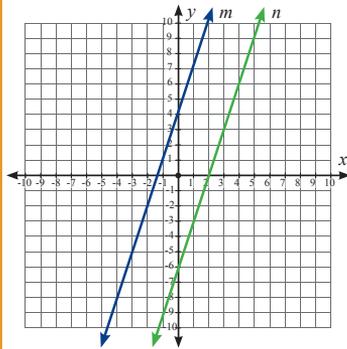


Mengali Informasi

1. Minta siswa untuk mencermati dan memahami Contoh 1.5 dan Contoh 1.6 dengan baik.
2. Mintalah siswa untuk mencermati kembali langkah demi langkah yang ada pada penyelesaian Contoh 1.7
3. Beri siswa soal yang sejenis, dan minta siswa untuk membuat prosedur dalam menyelesaikan soal tersebut.
4. Minta siswa yang sudah memahami informasi dan contoh untuk menjelaskan kepada temannya.

Contoh 1.6

Gambarlah garis m dan n yang saling sejajar tapi tidak tegak lurus dengan sumbu- x dan sumbu- y .



Penyelesaian

Salah satu garis m dan n yang sejajar tapi tidak tegak lurus dengan sumbu- x dan sumbu- y seperti pada gambar di samping. Kalian dapat menggambar garis m dan n yang berbeda dengan gambar di samping.

Contoh 1.6

Diketahui titik $A(3, 2)$, $B(3, -6)$, dan $C(-5, 2)$.

- Jika dibuat garis yang melalui titik A dan B , bagaimanakah kedudukan garis tersebut terhadap sumbu- x dan sumbu- y
- Jika dibuat garis yang melalui titik A dan C , bagaimanakah kedudukan garis tersebut terhadap sumbu- x dan sumbu- y
- Jika dibuat garis yang melalui titik B dan C , bagaimanakah kedudukan garis tersebut terhadap sumbu- x dan sumbu- y

Alternatif Penyelesaian

Untuk menjawab pertanyaan tersebut, lakukan prosedur berikut.

Langkah 1

Gambarlah bidang koordinat yang memuat 4 kuadran.

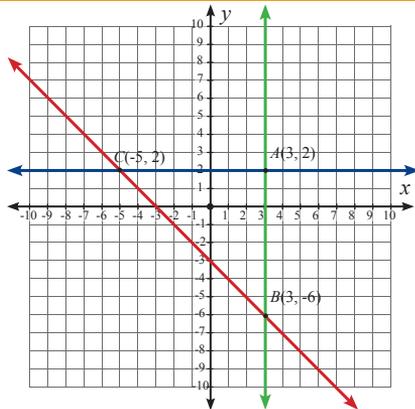
Langkah 2

Gambarlah titik $A(3, 2)$, $B(3, -6)$, dan $C(-5, 2)$ pada bidang koordinat

Langkah 3

Buatlah garis melalui titik A dan B , melalui titik A dan C , dan melalui titik B dan C seperti gambar berikut.

Ajak siswa untuk memahami Contoh 1.6 serta alternatif penyelesaiannya



Langkah 4

Dari gambar tersebut tampak bahwa:

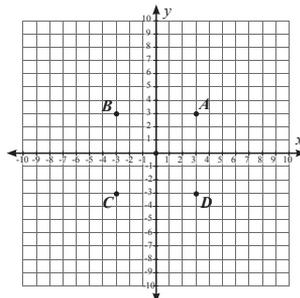
- Garis yang melalui titik A dan B tegak lurus terhadap sumbu- x dan sejajar terhadap sumbu- y
- Garis yang melalui titik A dan C sejajar terhadap sumbu- x dan tegak lurus terhadap sumbu- y
- Garis yang melalui titik B dan C tidak sejajar dan tidak tegak lurus terhadap sumbu- x dan sumbu- y .



Ayo Kita Menalar

1. Perhatikan Gambar 1.11 berikut ini:

- Apakah ada garis melalui titik A yang tegak lurus dengan sumbu- x dan sejajar sumbu- y ? Jika ada tunjukkan, jika tidak ada coba jelaskan alasannya
- Adakah ada garis melalui titik B yang tidak sejajar dengan sumbu- x dan tidak sejajar dengan sumbu- y , (tetapi memotong sumbu- x dan sumbu- y)? Jika ada tunjukkan; jika tidak ada, coba jelaskan.
- Apakah ada garis yang melalui titik C dan sejajar dengan sumbu- x sekaligus sejajar dengan sumbu- y ? Jika ada tunjukkan; jika tidak ada, coba jelaskan.



Gambar 1.11 Titik-titik pada bidang koordinat



Ayo Kita Menalar

- Garis yang melalui titik A sangatlah banyak, termasuk garis yang melalui titik $(0,0)$.
- Garis yang melalui titik B yang tegak lurus sumbu- x dan sejajar sumbu- y hanya ada satu.
- Tidak ada garis yang sejajar dengan sumbu- x dan sekaligus sejajar dengan sumbu- y .
- Garis yang melalui titik B yang sejajar sumbu- x dan tegak lurus sumbu- y hanya ada satu.
- Garis yang melalui titik D yang memotong sumbu- x dan sumbu- y pada satu titik yaitu garis yang melalui titik pusat $(0,0)$.
- Jika keempat titik tersebut dihubungkan akan membentuk bangun persegi.

- Apakah ada garis yang melalui titik C dan sejajar dengan sumbu- x sekaligus sejajar dengan sumbu- y ? Jika ada tunjukkan; jika tidak ada, coba jelaskan.
- Apakah ada garis yang melalui titik D dan sejajar dengan sumbu- x dan tegak lurus dengan sumbu- y ? Jika ada tunjukkan; jika tidak ada, coba jelaskan.
- Apakah ada garis yang memotong sumbu- x dan sumbu- y pada satu titik? Jika ada buktikan, jika tidak ada coba jelaskan.
- Jika titik $A, B, C,$ dan D dihubungkan, bangun datar apakah yang terbentuk?
- Gambarlah titik-titik pada bidang Kartesius yang jika dihubungkan membentuk bangun jajar genjang dan layang-layang



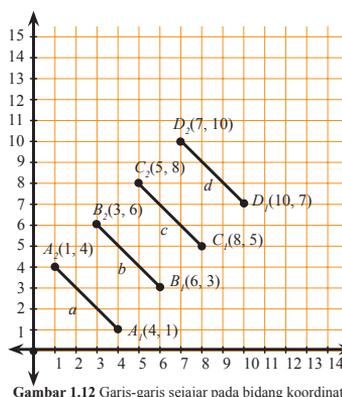
Ayo Kita Berbagi

- Berdasarkan gambar yang sudah kalian hasilkan tadi, tukarkan dengan hasil temanmu dan bandingkanlah, apakah ada yang berbeda? Jika ada coba diskusikan mengapa terjadi perbedaan?
- Apa kesimpulan kalian tentang garis-garis yang sejajar, tegak lurus dan berpotongan dengan sumbu- x dan sumbu- y pada bidang koordinat?



Masalah 1.5

Diketahui segmen $a, b, c,$ dan d seperti pada bidang koordinat berikut. Garis a melalui titik $A_1(4, 1)$ dan $A_2(1, 4)$, garis b melalui titik $B_1(6, 3)$ dan $B_2(3, 6)$, garis c melalui titik $C_1(8, 5)$ dan $C_2(5, 8)$, dan garis d melalui titik $D_1(10, 7)$ dan $D_2(7, 10)$. Tentukan koordinat dari titik $J_1(\dots, \dots)$ dan $J_2(\dots, \dots)$ dan $P_1(\dots, \dots)$ dan $P_2(\dots, \dots)$.



Gambar 1.12 Garis-garis sejajar pada bidang koordinat



Ayo Kita Berbagi

- Mintalah siswa men diskusikan dengan teman sebangku tentang menggambar beberapa garis.
- Buatlah kesimpulan bersama tentang garis sejajar, garis tegak lurus dan garis yang memotong sumbu- x dan sumbu- y .

Alternatif Pemecahan Masalah

Ayo Kita Amati

Coba amati kembali koordinat titik A_1, B_1, C_1 , dan D_1 serta titik A_2, B_2, C_2 , dan D_2 pada Gambar 1.12. Perhatikan pola yang terjadi dari koordinat titik-titik tersebut, sebagai berikut:

1. $A_1(4, 1), B_1(6, 3), C_1(8, 5)$, dan $D_1(10, 7)$
Perhatikan titik koordinat- x : 4, 6, 8, 10 \Rightarrow semua bilangan adalah genap dan berselisih 2.
Perhatikan titik koordinat- y : 1, 3, 5, 7 \Rightarrow semua bilangan adalah ganjil dan berselisih 2.
2. $A_2(1, 4), B_2(3, 6), C_2(5, 8)$, dan $D_2(7, 10)$
Perhatikan titik koordinat- x : 1, 3, 5, 7 \Rightarrow semua bilangan adalah ganjil dan berselisih 2.
Perhatikan titik koordinat- y : 4, 6, 8, 10 \Rightarrow semua bilangan adalah genap dan berselisih 2.

Bilangan-bilangan di titik koordinat- x pada nomor 1 sama dengan bilangan-bilangan di titik koordinat- y pada nomor 2. Begitu juga sebaliknya. Artinya kita cukup mencari pola bilangan pada salah satu nomor saja.

Coba pikirkan berapa koordinat titik pada segmen garis e dan coba buatlah pertanyaan dengan menggunakan kata "koordinat" dan "garis".

Ayo Kita Menanya

Coba carilah informasi pada buku tertentu atau internet atau kalian temukan sendiri bagaimana menentukan jumlah dari bilangan genap dan jumlah dari bilangan ganjil.

- Misalkan,
1. Tentukan bilangan genap ke 100.
 2. Tentukan bilangan ganjil ke 100.

Mengali Informasi

Agar kalian menjadi lebih yakin bagaimana cara menentukan koordinat titik $J_1(\dots, \dots)$ dan $J_2(\dots, \dots)$ serta $P_1(\dots, \dots)$ dan $P_2(\dots, \dots)$. Coba salin dan lengkapi penyelesaian berikut.

Perhatikan kembali pada kegiatan Ayo Kita Amati.

Misalkan kita gunakan yang nomor 1, maka polanya sebagai berikut:

$$\begin{aligned} A_1(4, 1) &= (2 \times 2, 2 - 1) = (2(1 + 1), 2 \times (1 - 1)) \\ B_1(6, 3) &= (2 \times 3, 4 - 1) = (2(2 + 1), 2 \times (2 - 1)) \\ C_1(8, 5) &= (2 \times 4, 6 - 1) = (2(3 + 1), 2 \times (3 - 1)) \\ D_1(10, 7) &= (2 \times 5, 8 - 1) = (2(4 + 1), 2 \times (4 - 1)) \end{aligned}$$

Ayo Kita Amati

1. Untuk memecahkan Masalah 1.5 bentuklah siswa dalam beberapa kelompok.
2. Mintalah mereka untuk berdiskusi untuk memahami dan memecahkan Masalah 1.5 tersebut

Penyelesaian

$$\begin{aligned} J_1(x, y) &= [2 \times 11, 20 - 1] \\ &= [2(10 + 1), (2 \times 10 - 1)] \\ &= (22, 19) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} P_1(x, y) &= [2 \times 17, 32 - 1] \\ &= [2(16 + 1), (2 \times 16 - 1)] \\ &= (34, 31) \end{aligned}$$

Karena nilai x pada J_1 sama dengan nilai y pada J_2 , maka cukup ditulis sebagai berikut:

$$J_1(x, y) = (22, 19) \text{ dan}$$

$$J_2(y, x) = (19, 22)$$

$$P_1(x, y) = (34, 31) \text{ dan}$$

$$P_2(y, x) = (31, 34)$$

Jadi, koordinat titik J_1 adalah (22, 19) dan J_2 adalah (19, 22) dan koordinat titik P_1 adalah (34, 31) dan P_2 adalah (31, 34).



Ayo Kita Berbagi

1. Mintalah setiap kelompok untuk mempresen tasikan hasil kerjanya di depan kelas secara bergantian.
2. Berilah penjelasan secukupnya bila ada kelompok yang belum mengerti.
3. Jika memungkinkan berilah soal lain yang sejenis untuk dikerjakan berkelompok pula.



Latihan 1.3

Minta siswa untuk menyelesaikan soal latihan dan dibahas di kelas dengan menunjuk salah satu siswa, sedang siswa yang lain diminta menanggapi dengan santun. Begitu seterusnya untuk nomor soal lainnya.

...

$$J_1(x, y) = (2 \times \dots, \dots - 1) = (2(\dots + 1), 2 \times (\dots - 1)) = (\dots, \dots)$$

$$P_1(x, y) = (2 \times \dots, \dots - 1) = (2(\dots + 1), 2 \times (\dots - 1)) = (\dots, \dots)$$

Karena nilai x pada J_1 sama dengan nilai y pada J_2 , maka cukup ditulis sebagai berikut:

$$J_1(x, y) = (\dots, \dots) \text{ dan } J_2(y, x) = (\dots, \dots)$$

$$P_1(x, y) = (\dots, \dots) \text{ dan } P_2(y, x) = (\dots, \dots)$$

Jadi, koordinat titik J_1 dan J_2 adalah (\dots, \dots) dan koordinat titik P_1 dan P_2 adalah (\dots, \dots)



Ayo Kita Berbagi

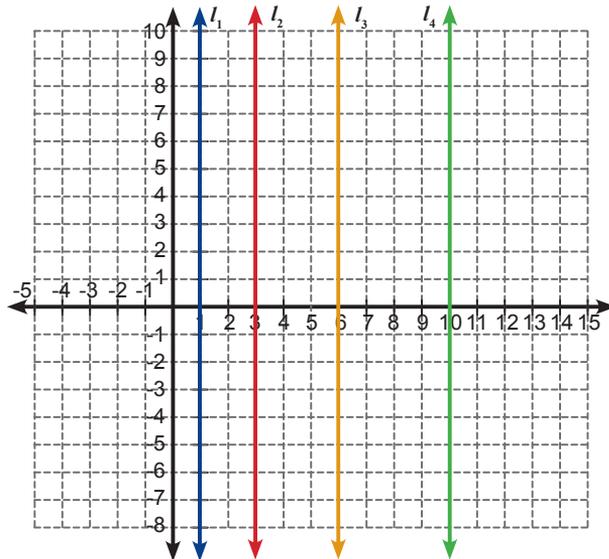
Sajikan hasil penalaran kalian di depan kelas, Periksa dan secara santun silakan saling memberi komentar dan menanggapi komentar temanmu.



Latihan 1.3

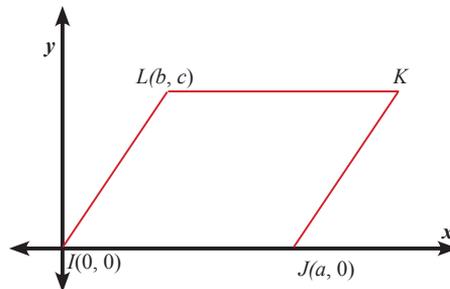
1. Gambarlah garis l yang tegak lurus dengan sumbu- x berada di sebelah kanan dan berjarak 5 satuan dari sumbu- y .
2. Gambarlah garis m yang tegak lurus dengan sumbu- y berada di bawah dan berjarak 4 satuan dari sumbu- x .
3. Gambarlah garis n yang tidak sejajar dengan sumbu- x dan sumbu- y .
4. Jika ada garis a melalui titik $B(4, 5)$ dan titik $C(4, -5)$, bagaimanakah kedudukan garis tersebut terhadap sumbu- x dan sumbu- y ?
5. Gambarlah garis k yang melalui titik $P(-3, -5)$ yang tidak sejajar dengan sumbu- y dan tidak sejajar dengan sumbu- x .
6. Apabila dua garis l dan m memotong sumbu- x dan sumbu- y tidak tegak lurus, bagaimanakah posisi garis l terhadap garis m ? Jelaskan kemungkinannya dan tunjukkan dengan gambar.
7. Diketahui titik $A(5, 6)$, $B(3, -3)$ dan $C(-4, 6)$.
 - a. Jika dibuat garis yang melalui titik A dan B , bagaimanakah kedudukan garis tersebut terhadap sumbu- x dan sumbu- y
 - b. Jika dibuat garis yang melalui titik A dan C , bagaimanakah kedudukan garis tersebut terhadap sumbu- x dan sumbu- y
 - c. Jika dibuat garis yang melalui titik B dan C , bagaimanakah kedudukan garis tersebut terhadap sumbu- x dan sumbu- y

8. Perhatikan Gambarberikut ini:



Diketahui garis l_1 melalui titik $A(1, 0)$, garis l_2 melalui titik $B(3, 0)$, garis l_3 melalui titik $C(6, 0)$, dan garis l_4 melalui titik $D(10, 0)$. Tentukan koordinat titik J pada garis l_{10} .

9. Poligon $IJKL$ digambar dalam bidang koordinat sehingga I berada pada titik asal dan IJ berada pada sumbu- x . Titik koordinat I , J , dan L diketahui. Tentukan koordinat titik K dalam variabel a , b , dan c . Apakah IL dan JK sejajar? Jelaskan bagaimana kalian mengetahuinya.



10. Persegipanjang $ABCD$ memiliki panjang $AB = 10$ satuan dan $AD = 8$ satuan. Tentukan titik-titik koordinat persegipanjang untuk setiap syarat berikut.

- AB berada pada sumbu- x dan sumbu- y adalah sumbu simetrinya.
- sumbu- x dan sumbu- y adalah sumbu simetrinya.



Tugas Projek 1

1. Bentuklah kelompok yang terdiri dari 3- 4 siswa.
2. Carilah peta kota yang dilengkapi dengan denah perumahan yang diantaranya: rumah, tempat ibadah, sekolah, puskesmas, pos kamling, toko, lapangan, rumah ketua RT dan lain-lain. Tentukan suatu objek titik asal $(0, 0)$.
3. Buatlah 10 soal dan kuncinya tentang posisi suatu objek terhadap titik asal $(0, 0)$ dan posisi objek tertentu (a, b) terhadap puskesmas, tempat ibadah, dan sekolah.
4. Berikan soal kepada kelompok lain dan kalian juga akan menerima soal dari kelompok lain juga.
5. Coba kerjakan soal yang berasal dari kelompok lain.
6. Jawaban dari kelompok kalian dan kunci jawaban dari kelompok awal (yang membuat soal) dipajang berjajar di tempat tertentu.
7. Mintalah kelompok ketiga untuk memeriksa dan membandingkan dua jawaban tersebut dan memberikan komentar tentang kedua jawaban tersebut.
8. Beritahukan kepada kelompok tentang presentasi projek.



Merangkum 1

Pengalaman belajar tentang bidang koordinat telah kalian lalui. Sekarang, coba jawablah beberapa pertanyaan di bawah ini:

1. Bagaimana cara kalian menentukan jarak titik tertentu (a, b) dari sumbu- x dan sumbu- y pada bidang koordinat ?
2. Jika suatu garis sejajar dengan sumbu- x , bagaimana posisi garis tersebut terhadap sumbu- y ?
3. Jika suatu garis tegak lurus dengan sumbu- x , bagaimana posisi garis tersebut terhadap sumbu- y ?
4. Jika suatu garis memotong tidak tegak lurus sumbu- x , bagaimana perpotongan garis itu dengan sumbu- y ?

Penjelasan Tugas Projek 1



Tugas Projek

1. Pembelajaran projek memerlukan waktu seminggu untuk menyelesaikannya.
2. Siapkan buku-buku matematika di perpustakaan agar siswa tidak mengalami ke-sulitan untuk mencari buku tersebut.
3. Buatlah alur kerja yang sistematis, sehingga siswa bekerja sesuai dengan alur yang sudah ditentukan, namun tetap memperhatikan kreativitas siswa.
4. Identifikasi kembali siswa-siswa yang masih belum mencapai ketuntasan dalam belajar, untuk dilakukan pembelajaran remidi dan pengayaan.
5. Pada saat pembelajaran projek, mencari informasi dan referensi di perpustakaan dan dilaksanakan selama 2 jam pelajaran.
6. Pastikan setiap siswa dalam kelompok mempunyai peran masing-masing yang saling mendukung.
7. Siswa diminta membuat laporan tertulis dan dikumpulkan minggu depan.
8. Berilah petunjuk yang jelas tentang sistematika laporan.

Alternatif Merangkum 1



Merangkum

Minta siswa untuk menjawab pertanyaan-pertanyaan untuk merangkum bab ini. Beri penguatan kepada siswa tentang pembelajaran yang dilakukan sebelumnya.

1. Jika suatu titik memiliki koordinat (a, b) , maka a adalah jarak titik tersebut dari sumbu- y dan b adalah jarak titik tersebut dari sumbu- x .
2. Jika suatu titik memiliki koordinat (a, b) , maka a adalah jarak titik tersebut dari sumbu- y dan b adalah jarak titik tersebut dari sumbu- x . Jika berada di kuadran I maka a dan b positif, jika di kuadran II, nilai a negatif dan b positif, jika di kuadran III nilai a dan b negatif, dan jika di kuadran IV, nilai a positif dan b negatif.
3. Titik tertentu (x, y) dipandang sebagai titik asal $O(0, 0)$, sehingga untuk menentukan posisi titik tertentu (a, b) sama dengan menentukan posisi titik tersebut terhadap titik asal $O(0, 0)$.
4. Jika suatu garis sejajar dengan sumbu- x , pasti garis tersebut tegak lurus terhadap sumbu- y .
5. Jika suatu garis sejajar dengan sumbu- y , pasti garis tersebut tegak lurus terhadap sumbu- x .
6. Jika suatu garis memotong tidak tegak lurus terhadap sumbu- x , pasti garis tersebut akan memotong tidak tegak lurus terhadap sumbu- y .



Uji Kompetensi 1

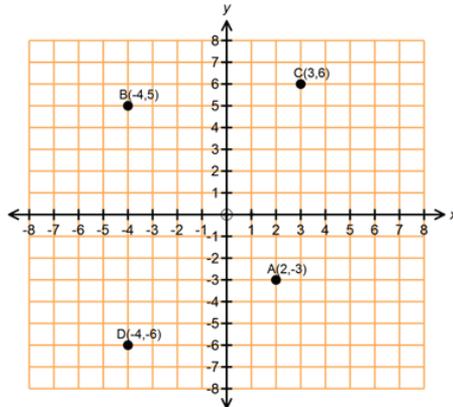
- Gambarlah titik $A(1, -2)$, $B(-3, 6)$, $C(2, 8)$, dan $D(-1, -5)$ pada koordinat Kartesius
 - Tentukan titik-titik yang berada pada kuadran I, II, III, dan IV.
 - Tentukan jarak setiap titik dengan sumbu- x
 - Tentukan jarak setiap titik dengan sumbu- y
- Gambarlah titik $A(-4, 2)$, $B(-4, 9)$, $C(2, 2)$, dan $D(3, 9)$, pada koordinat Kartesius
 - Tentukan jarak setiap titik dengan sumbu- x
 - Tentukan jarak setiap titik dengan sumbu- y
 - Tentukan jarak antara titik A dengan titik B
 - Tentukan jarak antara titik C dengan titik D
- Gambarlah 4 titik pada bidang koordinat yang berjarak sama terhadap titik $A(3, -6)$
- Ada berapa titik yang berjarak 5 dari sumbu- x dan 7 dari sumbu- y ? Tunjukkan.
- Gambarlah garis l melalui titik $P(-3, 5)$ yang sejajar dengan sumbu- x dan tegak lurus dengan sumbu- y
- Gambarlah garis m melalui titik $Q(2, 3)$ yang tidak sejajar dengan sumbu- x dan sumbu- y
- Gambarlah garis t yang melalui titik $D(-2, 5)$ yang tidak tegak lurus terhadap sumbu- x dan tidak tegak lurus terhadap sumbu- y
- Gambarlah garis h yang melalui titik $P(-2, -4)$ yang tidak sejajar dengan sumbu- y dan tidak sejajar dengan sumbu- x
- Gambarlah 4 titik yang memiliki jarak yang sama terhadap garis yang melalui titik $A(4, -2)$ dan $B(-2, 6)$ dan tentukan koordinat dari keempat titik tersebut
- Gambarlah 3 garis yang berpotongan dengan sumbu x dan sumbu y dan melalui titik $Q(2, 7)$
- Jika garis k sejajar dengan garis m , dan keduanya tegak lurus terhadap sumbu- y , apakah kedua garis tersebut memiliki jarak yang sama dengan sumbu- x ? Jelaskan jawabanmu?
- Gambarlah dua garis yang saling tegak lurus, tapi tidak sejajar dengan sumbu- x dan sumbu- y . Kemudian hubungkan beberapa titik yang melalui kedua garis tersebut dan membentuk bangun datar. Ada berapa banyak bangun datar yang kalian temukan?
- Dua buah titik koordinat suatu bangun adalah $(-4, 0)$ dan $(2, 0)$.
 - Tentukan titik koordinat ketiga yang berada di atas sumbu- x supaya membentuk segitiga sama sisi.
 - Tentukan dua titik koordinat lain yang berada di atas sumbu- x supaya membentuk persegi.
- Diketahui segitiga sama kaki XYZ , dengan $XY = YZ$, $XZ = 8$ satuan, dan garis tinggi dari Y memiliki panjang 5 satuan. Tentukan titik-titik koordinat segitiga XYZ untuk setiap syarat berikut.
 - X berada pada titik asal, XZ berada di sumbu- x , dan Y berada di kuadran I
 - XZ berada di sumbu- x , sumbu- y adalah garis simetri, dan koordinat y titik Y adalah positif.

Minta siswa untuk menyelesaikan soal-soal pada Uji Kompetensi 1

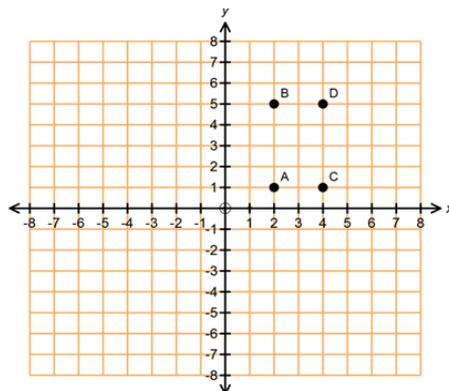


Soal Pengayaan

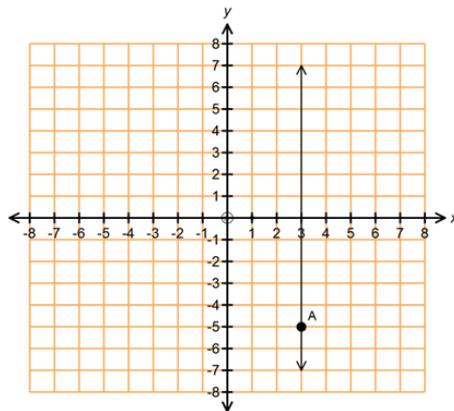
1. Gambarlah titik $A(2, -3)$, $B(-4, 5)$, $C(3, 6)$, dan $D(-4, -6)$ pada bidang koordinat.
Penyelesaian.



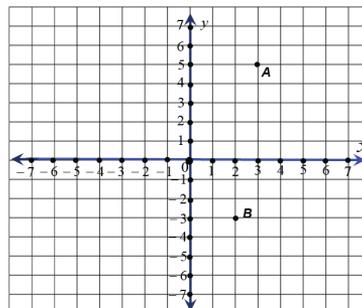
2. Gambarlah garis l yang melalui titik $B(-4, -1)$ dan tegak lurus sumbu y .
3. Gambarlah garis m yang melalui titik $C(3, -5)$ dan tegak lurus sumbu x .
4. Gambarlah garis n yang melalui titik $D(-2, 5)$ yang tidak tegak lurus terhadap sumbu x dan tidak tegak lurus terhadap sumbu y .
5. Gambarlah titik yang melalui titik $A(4, -3)$ dan melalui titik $B(4, 3)$, apakah garis tersebut sejajar atau tegak lurus terhadap sumbu x ? Jelaskan jawabanmu.
6. Gambarlah titik $A(2, 1)$, $B(2, 5)$, $C(4, 1)$, dan $D(4, 5)$, pada koordinat kartesius dan bila 4 titik dihubungkan bangun apakah yang terbentuk?
Penyelesaian.



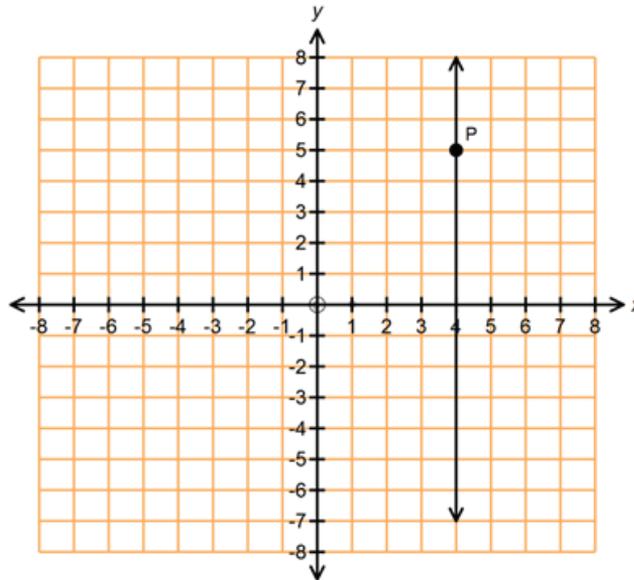
7. Gambarlah 4 titik K , L , M , dan N yang berjarak sama terhadap titik asal $O(0, 0)$.
8. Gambarlah 4 titik P , Q , R , S yang berjarak sama terhadap titik $A(2, -3)$.
9. Gambarlah garis k yang melalui titik $A(3, -5)$ dan tegak lurus sumbu x .



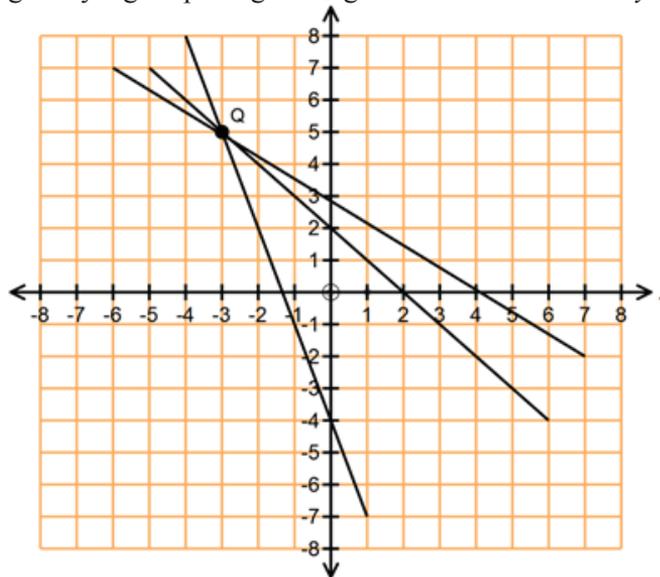
10. Gambarlah garis m yang melalui titik $B(4, 3)$ dan tegak lurus terhadap garis yang melalui titik $P(3, -2)$ dan $Q(-2, 5)$.
11. Gambarlah 4 titik yang memiliki jarak yang sama terhadap garis yang melalui titik $A(3, 5)$ dan tegak lurus terhadap sumbu y , dan tentukan koordinat dari keempat titik tersebut.
12. Gambarlah 4 titik yang memiliki jarak yang sama terhadap garis yang melalui titik $A(5, -3)$ dan $B(-3, 5)$ dan tentukan koordinat dari keempat titik tersebut.
13. Gambarlah garis k yang tegak lurus terhadap garis m yang melalui titik $A(4, 5)$ dan $B(5, 4)$.
14. Gambarlah titik $A(-6, 5)$, $B(6, 6)$, $C(-5, 6)$, dan $D(3, -4)$ pada bidang koordinat.
 - a. Coba hubungkan keempat titik tersebut, apa yang terjadi?
 - b. Coba gambar kembali keempat titik itu dengan syarat semua titik koordinat- x -nya dikurangi 2 dan koordinat- y -nya ditambah 2.
15. Gambarlah titik $A(-2, 3)$, $B(4, 3)$, $C(1, 2)$, dan $D(-5, -2)$.
 - a. Hubungkan keempat titik itu dan bangun apa yang terbentuk?
 - b. Jika koordinat x titik A ditambah 3 dan koordinat y titik A ditambah 1, koordinat x titik B dikurangi 3 dan koordinat y titik B ditambah 2, titik C koordinat x ditambah 2 dan koordinat y dikurangi 2, dan titik D koordinat x dikurangi 4 dan koordinat y ditambah 1 maka akan ada 4 titik baru, jikake 4 titik dihubungkan bangun apakah yang terbentuk?
16. Diketahui titik-titik pada koordinat di samping ini Gambarlah titik sebanyak-banyaknya yang berjarak sama terhadap titik A dan B



17. Gambarlah garis sebanyak-banyaknya pada koordinat kartesius yang memiliki jarak yang sama terhadap titik $P(4, 5)$ dan tegak lurus terhadap sumbu x .



18. Gambarlah 3 garis yang berpotongan dengan sumbu x dan sumbu y dan melalui titik $Q(-3, 5)$.



19. Gambarlah garis l yang melalui titik $K(6, -3)$ dan tegak lurus dengan sumbu x , apakah garis tersebut sejajar dengan sumbu y ? Mengapa? Jelaskan alasanmu.
 20. Jika garis k sejajar dengan garis m , dan keduanya tegak lurus terhadap sumbu y , apakah kedua garis tersebut memiliki jarak yang sama dengan sumbu x ? Jelaskan jawabanmu.



Pedoman Penilaian

No	Aspek Penilaian	Capaian	Keterangan
1	Keterselesaian Buku Siswa	B-	Bila Buku Siswa terselesaikan dengan baik
		<B-	Bila ada bagian dari Buku Siswa yang tidak terselesaikan
2	Portofolio: a) Uji Kompetensi b) Soal dari tempat lain	A	Bila memilih soal dari Uji Kompetensi dengan kategori Sangat Sulit dan mampu menyelesaikannya dengan baik
		A-	Bila memilih soal dari Uji Kompetensi dengan kategori Sulit dan mampu menyelesaikannya dengan baik
		B+	Bila memilih soal dari Uji Kompetensi dengan kategori Sedang dan mampu menyelesaikannya dengan baik
		B	Bila memilih soal dari Uji Kompetensi dengan kategori Mudah dan mampu menyelesaikannya dengan baik
		B-	Bila memilih soal dari Uji Kompetensi dengan kategori Sangat Sulit dan kurang mampu menyelesaikannya dengan baik
		B, B-	Bila memilih soal dari Uji Kompetensi dengan kategori Sulit dan kurang mampu menyelesaikannya dengan baik
		B+, B, B-	Bila memilih soal dari Uji Kompetensi dengan kategori Sedang dan kurang mampu menyelesaikannya dengan baik
		A-, B+, B, B-	Bila memilih soal dari Uji Kompetensi dengan kategori Mudah dan kurang mampu menyelesaikannya dengan baik
	Tugas Proyek	A	Bila Proyek terselesaikan dan mampu mempresentasikan dengan Baik
		A-, B+, B	Bila ada bagian dari Proyek yang tidak terselesaikan atau kurang mampu mempresentasikan
B-		Bila Proyek tidak terselesaikan samasekali	

Keterangan: - Nilai KKM = B-

- Aspek penilaian Nomor 1 adalah syarat nilai yang harus terpenuhi, sedangkan Aspek penilaian Nomor 2 adalah penambahan nilai.



Bab 2

Operasi Aljabar



Kata Kunci

- Koefisien
- Variabel
- Konstanta
- Suku
- Suku sejenis



Kompetensi Dasar

Menerapkan operasi aljabar yang melibatkan bilangan rasional



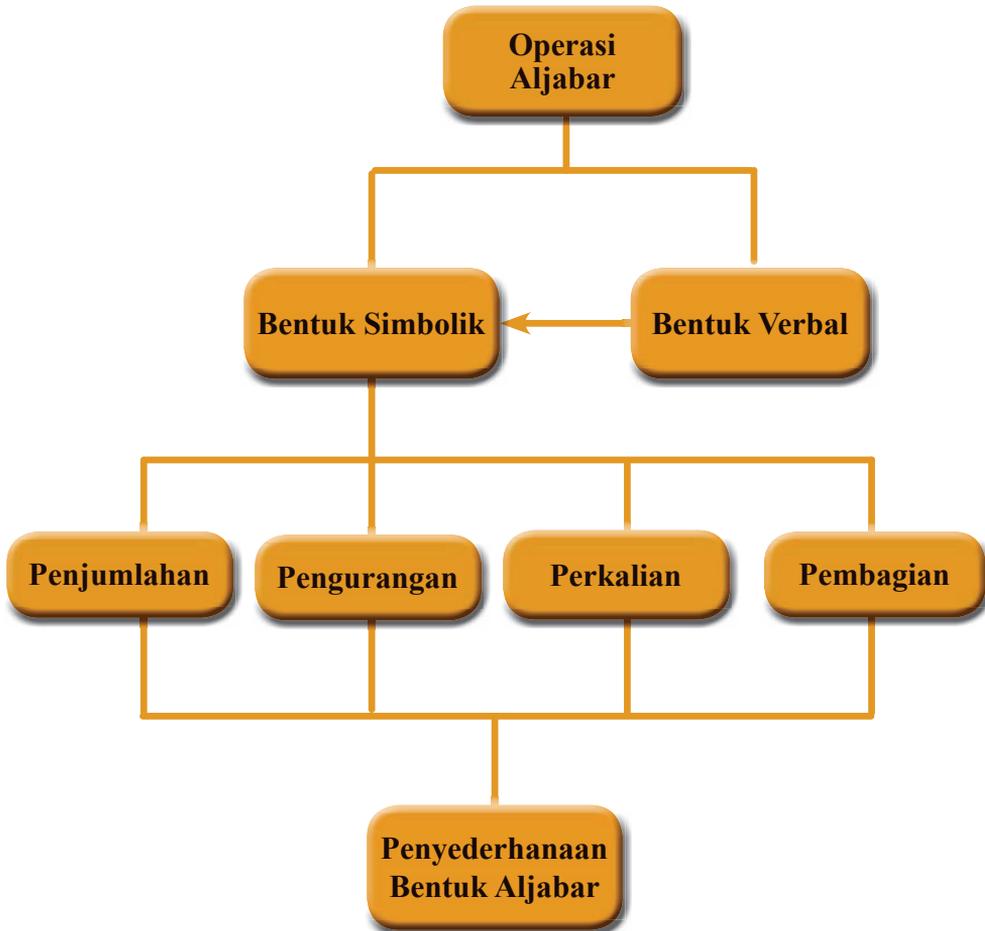
Pengalaman Belajar

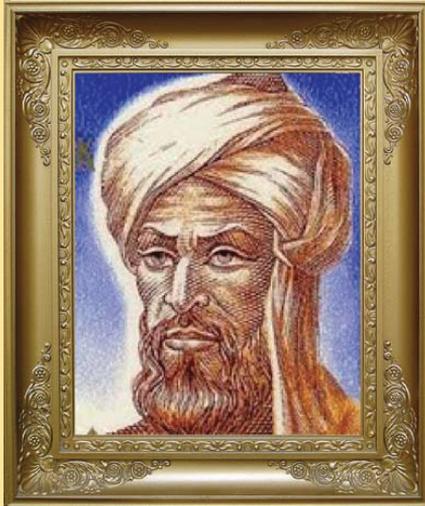
1. Menerapkan operasi aljabar yang melibatkan bilangan rasional pada masalah yang berbentuk simbolik.
2. Menerapkan operasi aljabar yang melibatkan bilangan rasional pada masalah yang berbentuk verbal.



Pak Idris mempunyai kebun apel berbentuk persegi dan Pak Halim mempunyai kebun semangka berbentuk persegi panjang. Ukuran panjang kebun semangka Pak Halim 10 m lebihnya dari panjang sisi kebun apel Pak Idris. Sedangkan lebarnya, 3 lebihnya dari panjang sisi kebun apel Pak Idris. Jika diketahui luas kebun Pak Halim adalah 450 m^2 , Tentukan luas kebun apel Pak Idris?

Permasalahan di atas dapat diselesaikan dengan model matematika yang dinyatakan dalam bentuk aljabar.





**Muhammad bin
Musa al-Khawarizmi
(780 - 850)**

Muhammad bin Musa al-Khawarizmi biasa disebut Al-Khawarizmi adalah seorang ahli matematika, astronomi, astrologi. Beliau lahir sekitar tahun 780 Masehi di Khwarizm (sekarang Khiva, Uzbekistan) dan wafat sekitar tahun 850 Masehi di Baghdad Irak. Selama hidupnya, Al-Khawarizmi bekerja sebagai dosen di Sekolah Kehormatan di Baghdad, yang didirikan oleh Khalifah Bani Abbasiyah Al-Ma'mun, tempat beliau belajar ilmu alam dan matematika, termasuk mempelajari terjemahan manuskrip Sanskerta dan Yunani..

Kontribusi Al-Khawarizmi tidak hanya berdampak pada matematika saja, tetapi juga dalam kebahasaan. Kata algoritma diambil dari kata *Algorismi*, pelatitan dari nama Al-Khawarizmi. Nama Al-Khawarizmi juga di serap dalam bahasa Spanyol *Guarismo* dan dalam bahasa Portugis, *Algarismo* yang berarti

digit. Di Inggris menggunakan istilah *algoritm*, sedangkan di Spanyol *guarismo*, dan *algarismo* di Portugal.

Kata Aljabar berasal dari kata *al-Jabr*, satu dari dua operasi dalam matematika untuk menyelesaikan notasi kuadrat, yang tercantum dalam buku beliau yang berjudul "*al-Kitab al-mukhtasar fi hisab al-jabr wa'l-muqabala*" atau "*Buku Rangkuman untuk Kalkulasi dengan Melengkapakan dan Menyeimbangkan*" yang ditulis pada tahun 820 Masehi. Buku pertama Al-Khawarizmi yang kemudian diterjemahkan ke dalam bahasa Latin dikenal sebagai *Liber algebrae et almucabala* oleh Robert dari Chester (Segovia, 1145) dan juga oleh Gerardus dari Cremona pada abad ke-12.

Karena pengaruhnya yang besar di bidang aljabar, Al Khawarizmi dijuluki sebagai **Bapak Aljabar**. Namun, julukan itu diberikan pula pada **Diophantus**, seorang ilmuwan dari Yunani kuno. Al-Khawarizmi diperkirakan meninggal sekitar 850 Masehi. Namun, karya-karya besarnya masih terus berkembang dan banyak dipelajari hingga saat ini.

Tauladan yang bisa diambil dari seorang Al Khawarizmi antara lain:

1. Memiliki rasa ingin tahu yang tinggi tentang ilmu pengetahuan, sehingga bisa menemukan karya-karya yang dikenal dan bermanfaat bagi banyak orang.
2. Masalah yang rumit bisa diselesaikan asalkan kita mau berusaha dengan sungguh-sungguh. Seperti Al Khawarizmi yang memecahkan masalah aljabar dengan menyederhanakannya.

Meskipun beliau sudah meninggal, namun karya-karya beliau, khususnya tentang aljabar masih dikenal hingga saat ini. "Apakah itu aljabar?" Untuk mempelajari lebih lanjut tentang materi aljabar, ikuti kegiatan pemebelajaran berikut.



Membelajarkan 2.1

Mengenal Bentuk Aljabar

Sebelum Pelaksanaan Pembelajaran

1. Ingatkan kembali tentang macam-macam bilangan: bilangan bulat, bilangan asli, bilangan cacah, bilangan prima, dan lain lain
2. Bentuklah kelompok-kelompok kecil siswa (3 – 4 orang) yang memungkinkan belajar secara efektif
3. Sediakan beberapa bola kecil atau lainnya, kotak, dan tabung (jika ada). Benda-benda ini digunakan pada saat kegiatan Ayo Kita Amati
4. Sediakan juga gelas dan keranjang atau lainnya. Benda-benda ini digunakan pada saat kegiatan Ayo kita Menalar
5. Pancinglah para siswa untuk membuat/mengajukan pertanyaan tentang barang/benda yang disediakan oleh Guru
6. Perhatikan siswa yang kurang aktif dalam membuat/ mengajukan pertanyaan, kemudian berilah motivasi untuk mereka agar ikut berperan aktif



Operasi Bentuk Aljabar



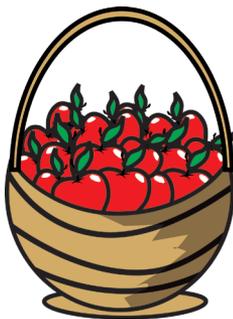
Kegiatan 2.1

Mengenal Bentuk Aljabar

Bu Yessi mempunyai sekeranjang apel. Karena hatinya sedang bahagia, Bu Yessi ingin membagikan apel yang beliau miliki tersebut kepada setiap orang yang beliau temui. Setengah keranjang ditambah satu apel untuk orang pertama. Kemudian setengah dari sisanya ditambah satu di berikan kepada orang kedua yang beliau temui. Selanjutnya, setengah dari sisanya ditambah satu diberikan kepada orang ketiga yang beliau temui. Sekarang, Bu Yessi hanya memiliki satu apel untuk beliau makan sendiri. Tentukan berapakah banyak apel semula.

Kalian mungkin bisa memecahkan permasalahan tersebut dengan cara mencoba-coba dengan suatu bilangan. Namun berapa bilangan yang harus kalian coba, tidak jelas. Cara tersebut terlalu lama, tidak efektif, dan terkesan kebetulan.

Kalian bisa memecahkan persoalan tersebut dengan cara memisalkan banyak apel mula-mula dalam keranjang dengan suatu simbol. Lalu kalian bisa membuat bentuk matematisnya untuk memecahkan permasalahan tersebut. Bentuk tersebut untuk selanjutnya disebut dengan bentuk aljabar, dan operasi yang digunakan untuk memecahkan disebut operasi aljabar. Untuk lebih mengenal tentang bentuk dan operasi aljabar mari mengikuti pembahasan berikut.



Gambar 2.1 Sekeranjang Apel



Ayo Kita Amati



Masalah 2.1

Suatu ketika terjadi percakapan antara Pak Agus dan Pak Budi. Mereka berdua baru saja membeli buku di suatu toko grosir.

Pak Agus : "Pak Budi, kelihatannya beli buku tulis banyak sekali."

Pak Budi : "Iya Pak. Ini pesanan dari sekolah saya. Saya beli dua kardus dan 3 buku. Pak Agus beli apa saja?"

Pak Agus : "Saya hanya beli 5 buku saja Pak, untuk anak saya yang kelas VIII SMP."

Dalam percakapan tersebut terlihat dua orang yang menyatakan banyak buku dengan satuan yang berbeda. Pak Agus menyatakan jumlah buku dalam satuan kardus, sedangkan Pak Budi langsung menyebutkan banyak buku yang ia beli dalam satuan buku.

36

Kelas VIII SMP/MTs

Semester 1

Apersepsi

1. Berikan motivasi pengantar kepada siswa untuk mempelajari aljabar. Contohnya tentang masalah apel yang ada di buku siswa.
2. Untuk selanjutnya, masalah apel ini bisa dijadikan projek setelah siswa mendapatkan pemahaman tentang operasi bentuk aljabar.



Ayo Kita Amati

1. Minta siswa untuk mengamati permasalahan yang ada di buku siswa. Tujuannya adalah siswa mampu memahami bagaimana menyajikan permasalahan tentang pembelian buku menjadi bentuk aljabar.

Ajak siswa untuk memahami makna simbol x dan simbol y pada bentuk aljabar yang disajikan pada Tabel 2.1.

Ajak siswa untuk memahami tentang nilai bentuk aljabar dengan mensubstitusi variabel x dengan suatu bilangan.

Berikan pertanyaan kepada siswa untuk menguji pemahaman siswa tentang bentuk aljabar (lanjutan dari konteks kardus buku dan buku). Misal "Seandainya Pak Agus membeli lagi 4 kardus buku. Bagaimanakah bentuk aljabarnya?"

Alternatif Pemecahan Masalah

Alternatif pemecahan masalah disajikan dalam Tabel 2.1 berikut.

Tabel 2.1 Bentuk aljabar dari masalah sehari-hari

Pembeli	Pak Budi	Pak Agus
Membeli	<p>2 Kardus buku dan 3 Buku</p> 	<p>5 Buku</p> 
Bentuk Aljabar	$2x + 3$	5

Pada Tabel 2.1, x menyatakan banyak buku yang ada dalam kardus.

Simbol x bisa mewakili sebarang bilangan.

Jika $x = 10$, maka $2x + 3 = 2 \times 10 + 3 = 20 + 3 = 23$

Jika $x = 15$, maka $2x + 3 = 2 \times 15 + 3 = 30 + 3 = 33$

Jika $x = 20$, maka $2x + 3 = 2 \times 20 + 3 = 40 + 3 = 43$

Jika $x = 40$, maka $2x + 3 = 2 \times 40 + 3 = 80 + 3 = 83$

Jika $x = 50$, maka $2x + 3 = 2 \times 50 + 3 = 100 + 3 = 103$

Nilai bentuk aljabar di atas bergantung pada nilai x . Dalam konteks di atas x menyatakan banyak buku dalam satu kardus.

Bentuk aljabar dalam Tabel 2.1, x menyatakan banyak buku yang ada dalam kardus.

Seandainya Pak Agus membeli lagi 4 kardus buku. Bagaimanakah bentuk aljabarnya?

Di sekitar kita juga banyak orang menyatakan banyak suatu benda dengan bukan satuan benda tersebut, tetapi menggunakan satuan kumpulan dari jumlah benda tersebut. Misal satu karung beras, satu keranjang apel, satu keranjang jeruk, dan lain-lain. Untuk lebih memahami bentuk-bentuk aljabar, mari kita amati bentuk-bentuk aljabar Tabel 2.2.

Dalam suatu kotak terdapat sekian bola, sedangkan dalam suatu tabung terdapat sekian bola dalam jumlah yang lain.

x menyatakan banyak bola dalam satu kotak

y menyatakan banyak bola dalam satu tabung

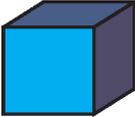
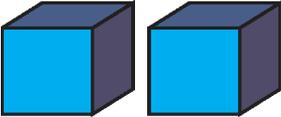
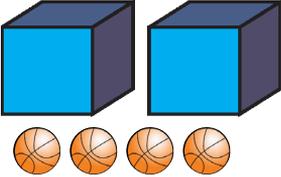
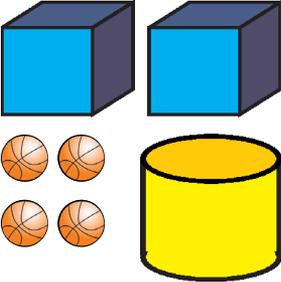
Tiap kotak berisi bola dengan jumlah sama

Tiap tabung berisi bola dengan jumlah sama

Ayo Kita Amati

1. Minta siswa untuk mengamati Tabel 2.1 di buku siswa. Tujuannya mengenalkan beberapa bentuk aljabar tentang jumlah bola.
2. Asumsi yang perlu disepakati di awal adalah, jumlah bola pada setiap kotak adalah sama, dan jumlah bola dalam setiap tabung adalah sama.

Tabel 2.2 Bentuk Aljabar

No.	Gambar	Bentuk Aljabar	Keterangan
1		2	2 bola
2		x	1 kotak bola
3		$x + x$ Atau $2x$	2 kotak bola
4		$2x + 4$	2 kotak bola dan 4 bola
5		$2x + y + 4$	2 kotak bola, 1 tabung bola, dan 4 bola

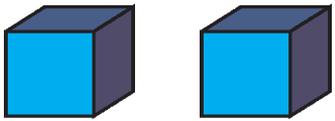
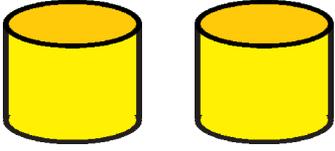
Ajak siswa untuk memahami bentuk aljabar yang disajikan pada Tabel 2.2 buku siswa. Tekankan kepada siswa makna variabel x dan y yang dimaksud.
 x menyatakan banyak bola dalam satu kotak
 y menyatakan banyak bola dalam satu tabung
 Tiap kotak berisi bola dengan jumlah sama
 Tiap tabung berisi bola dengan jumlah sama



Ayo Kita Menanya

Minta siswa untuk menuliskan pertanyaan tentang hal yang masih belum dipahami dari kegiatan pengamatan.

Contoh:
Bagaimana bentuk aljabarnya ketika bola-bola tersebut berada didalam kotak atau tabung?

6			
		(...)	(...)
			

Mungkinkah kita membuat gambar yang menyatakan $2x - 3$?

Pak Tohir memiliki dua jenis hewan ternak, yaitu sapi dan ayam. Banyaknya sapi dan ayam yang dimiliki Pak Tohir secara berturut-turut adalah 27 sapi dan 1.500 ayam. Seluruh sapi dan ayam tersebut akan dijual kepada seorang pedagang ternak. Jika harga satu sapi dinyatakan dengan x rupiah dan harga satu ayam dinyatakan dengan y rupiah, tuliskan bentuk aljabar harga hewan ternak Pak Tohir.

Ayo Kita Menanya

Buatlah pertanyaan yang berkaitan dengan bentuk aljabar yang disajikan pada kegiatan mengamati. Contoh pertanyaan:
Apakah simbol (variabel) yang boleh digunakan hanya x dan y ?
Berapakah nilai x dan y yang bisa disubstitusikan pada bentuk aljabar soal di atas?

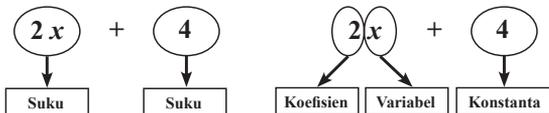
Contoh pertanyaan:
Apakah simbol x dan y pada Tabel 2.2 bisa diganti dengan massa bola?
Mengapa harus disepakati di dalam kotak maupun tabung harus berisi bola dalam jumlah yang sama?

Ayo Kita Menggali Informasi

Dalam kegiatan pengamatan, kalian telah mengamati beberapa ilustrasi bentuk-bentuk aljabar. Jumlah buku dinyatakan dengan simbol x dan y . Bentuk-bentuk tersebut dinamakan bentuk aljabar. Kalian boleh menggunakan simbol yang lain untuk menyatakan bentuk aljabar. Pada kegiatan pengamatan, kita mengenal beberapa bentuk aljabar, seperti : 2 ; x ; $2x$; $2x + 4$; $2x + 3y + 7$. Bentuk-bentuk yang dipisahkan oleh tanda penjumlahan disebut dengan suku. Berikut nama-nama bentuk aljabar berdasarkan banyaknya suku.

- » 2 , x , dan $2x$ disebut *suku satu atau monomial*
- » $2x + 4$ disebut *suku dua atau binomial*
- » $2x + 3y + 7$ disebut *suku tiga atau trinomial*
- » Untuk bentuk aljabar yang tersusun atas lebih dari tiga suku dinamakan *polinomial*

Pada bentuk $2x + 4$, bilangan 2 disebut koefisien, x disebut variabel, sedangkan 4 disebut dengan konstanta.



Dari ilustrasi tersebut, ungkapkan dengan bahasamu (jangan takut salah), Apakah yang dimaksud dengan:

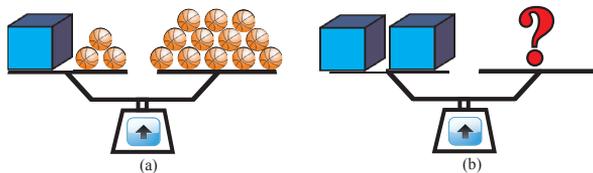
- a. Koefisien?
- b. Variabel?
- c. Konstanta?

Ayo Kita Menalar

Pada kegiatan pengamatan, kita menggunakan variabel x untuk menyatakan banyak bola dalam kotak, dan variabel y untuk menyatakan banyak bola dalam tabung. Andaikan bola dan tabung tersebut tidak memiliki massa. Nyatakan bentuk aljabar dari kesetimbangan berikut.

Untuk nomor (1) dan (2), kotak bola yang dimaksud adalah kotak yang berisi bola. Sedangkan tabung bola bermakna tabung yang berisi bola

(1) Lengkapilah Gambar 2.2b. Berdasarkan informasi yang kalian dapatkan dari Gambar 2.2a, buatlah sketsa bola agar setimbang dengan dengan massa dua kotak bola. Jelaskan prosedurumu.



Gambar 2.2 Sketsa kesetimbangan bola dan kotak

Menggali Informasi

Minta siswa untuk memahami sedikit informasi. Tujuan informasi tersebut untuk memperkenalkan klasifikasi bentuk aljabar berdasarkan sukunya, suku, koefisien, variabel, dan konstanta.

- ✓ Suku adalah bagian dari bentuk aljabar yang dipisahkan oleh tanda tambah atau kurang
- ✓ Koefisien adalah faktor konstan pada suatu suku
- ✓ Variabel adalah suatu simbol yang mewakili suatu nilai tertentu
- ✓ Konstanta suku pada bentuk aljabar yang berupa bilangan/nilai tertentu.

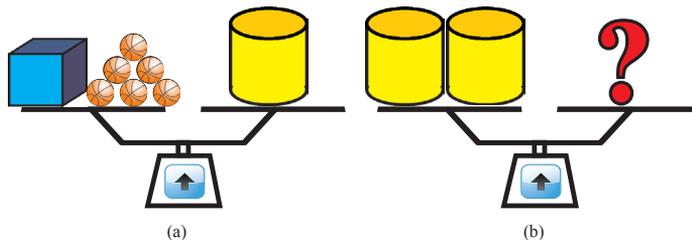
Ayo Kita Menalar

Minta siswa untuk menyelesaikan permasalahan yang disajikan dalam kegiatan menalar. Dalam memecahkan masalah, siswa diminta untuk membuat bentuk aljabar dari permasalahan. Misal :

x = Banyak bola dalam kotak
 y = Banyak bola dalam tabung

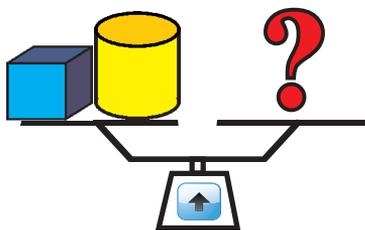
Asumsi massa kotak saat kosong tidak mempengaruhi kesetimbangan massa setiap bola sama.
 $x = 9$ dan $y = 16$.

(2) Dari informasi yang kalian dapatkan dari nomor (1) dan 2.3a, buatlah sketsa bola dan kotak agar setimbang dengan dengan massa dua tabung bola. Jelaskan prosedur kalian.



Gambar 2.3 Sketsa kesetimbangan bola, tabung, dan kotak

(3) Dari informasi yang kalian dapatkan dari nomor (1) dan (2), buatlah sketsa bola agar setimbang dengan dengan massa satu tabung dan satu kotak. Jelaskan prosedur kalian.



Gambar 2.4 Sketsa kesetimbangan bola, tabung, dan kotak



Ayo Kita Berbagi

Setelah selesai menjawab, bandingkan jawaban tersebut dengan jawaban teman sebangku. Periksa apakah permasalahan dan jawaban yang ditemukan sudah benar.



Ayo Kita Berbagi

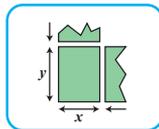
Minta siswa untuk menyajikan jawabannya di depan kelas.



Latihan 2.1

Untuk soal nomor 1 sampai 3, sajikan permasalahan tersebut dalam bentuk aljabar. Jelaskan makna variabel yang kalian gunakan.

1. Suatu ketika Pak Veri membeli dua karung beras untuk kebutuhan hajatan di rumahnya. Setelah dibawa pulang, istri Pak Veri merasa beras yang dibeli kurang. Kemudian Pak Veri membeli lagi sebanyak 5 kg. Nyatakan bentuk aljabar dari beras yang dibeli Pak Veri.
2. Pak Deni membeli tiga gelondong kain untuk keperluan menjahit baju seragam pesanan sekolah SMP Semangat 45. Setelah semua seragam berhasil dijahit, ternyata kain masih tersisa 4 meter. Nyatakan bentuk aljabar kain yang digunakan untuk menjahit.
3. Bu Niluh seorang pengusaha kue. Suatu ketika Bu Niluh mendapat pesanan untuk membuat berbagai macam kue dalam jumlah yang banyak. Bahan yang harus dibeli Bu Niluh adalah dua karung tepung, sekarung kelapa, dan lima krat telur. Nyatakan bentuk aljabar harga semua bahan yang dibeli oleh Bu Niluh.
4. Ibu memberikan uang kepada Anggi sebesar Rp70.000,00. Setiap hari si Anggi mengeluarkan uangnya sebesar Rp9.000,00. Bagaimanakah bentuk Aljabar dari sisa uang Anggi setiap harinya?
5. Perhatikan denah berikut.



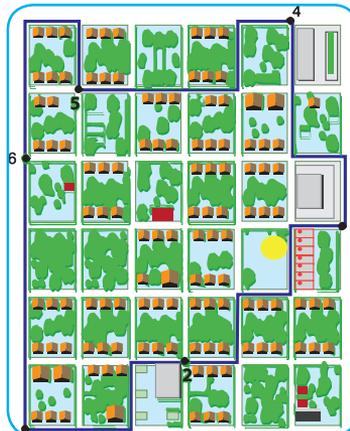
Denah tersebut menunjukkan jalur angkutan umum dalam suatu kota. Nyatakan rute berikut dalam bentuk aljabar.

a. $1 - 2 - 3 - 4$

b. $1 - 6 - 5 - 4$

Apakah kedua rute tersebut sama? Jelaskan.

Carilah dan ceritakan contoh nyata dalam kehidupan sehari-hari yang serupa dengan masalah tersebut.



6. Buatlah suatu cerita yang bermakna bentuk aljabar $4x + 8$. Perjelas makna variabel dari cerita yang kalian buat.
7. Buat suatu bentuk aljabar yang memiliki koefisien 2 dan konstanta -13. Buat suatu cerita yang hasilnya adalah bentuk aljabar tersebut.

Setelah Pelaksanaan Pembelajaran

1. Ajak siswa untuk melakukan refleksi terhadap kegiatan pembelajaran yang sudah dilalui.
2. Periksa apakah semua kelompok sudah mencatat hal-hal yang penting pada kegiatan kali ini.
3. Jika dipandang perlu, minta siswa mengerjakan soal latihan di rumah
4. Berikan penilaian terhadap proses dan hasil karya siswa dengan menggunakan rubrik penilaian.



Membelajarkan 2.2

Memahami Penjumlahan Dan Pengurangan Bentuk Aljabar

Sebelum Pelaksanaan Pembelajaran

1. Ajak siswa untuk mengingat kembali operasi penjumlahan dan pengurangan pada bilangan bulat
2. Rencanakan pembentukan kelompok yang terdiri dari 4 siswa untuk berdiskusi secara efektif



Kegiatan 2.2

Memahami Penjumlahan dan Pengurangan Bentuk Aljabar



Ayo Kita Amati

Entah kalian sadari atau tidak, banyak masalah sehari-hari yang berkaitan dengan penjumlahan dan pengurangan bentuk aljabar. Misal dalam dunia perbankan, perdagangan di pasar, dan produksi suatu perusahaan. Berikut disajikan salah satu contoh tentang permasalahan dalam dunia perdagangan.



Masalah 2.2

Pak Srianto seorang tengkulak beras yang sukses di desa Sumber Makmur. Suatu ketika Pak Srianto mendapatkan pesanan dari pasar *A* dan *B* di hari yang bersamaan. Pasar *A* memesan 15 karung beras, sedangkan pasar *B* memesan 20 karung beras. Beras yang sekarang tersedia di gudang Pak Srianto adalah 17 karung beras.

Misal x adalah massa tiap karung beras.

Nyatakan dalam bentuk aljabar:

- a. Total beras yang dipesan kepada Pak Srianto
- b. Sisa beras yang ada di gudang Pak Srianto, jika memenuhi pesanan pasar *A* saja
- c. Kekurangan beras yang dibutuhkan Pak Srianto, jika memenuhi pesanan pasar *B* saja.



Alternatif Pemecahan Masalah

- a. Total beras yang dipesan kepada Pak Srianto adalah $(15x) + (20x)$ atau $(35x)$ kilogram beras.
- b. Jika Pak Srianto memenuhi pesanan pasar *A* saja, maka sisa beras adalah 2 karung beras atau $2x$ kilogram beras.
- c. Kekurangan beras yang dibutuhkan Pak Srianto untuk memenuhi pesanan pasar *B* adalah 3 karung beras atau $-3x$ kilogram beras. (*tanda negatif menyatakan kekurangan*)

Pada cerita pengantar tersebut terdapat operasi antara dua bentuk aljabar, yaitu:

1. Penjumlahan $(20x) + (15x) = 35x$
2. Pengurangan $(17x) - (15x) = 2x$
3. Pengurangan $(17x) - (20x) = -3x$

Bentuk $17x - 15x$ bisa juga ditulis penjumlahan dua bentuk aljabar $(17x) + (-15x)$

Untuk mempelajari lebih lanjut tentang penjumlahan dan pengurangan bentuk aljabar mari amati beberapa penjumlahan dan pengurangan bentuk aljabar pada Tabel 2.3.



Ayo Kita Amati

Ajak siswa untuk memahami Masalah 2.2 serta alternatif pemecahan masalahnya. Ajak siswa untuk memahami konteks penjumlahan dan pengurangan bentuk aljabar yang disajikan

Keterangan:

x adalah massa tiap karung beras

Ajak siswa untuk memahami penjumlahan bentuk aljabar dengan mengamati dan melengkapi sel yang masih kosong pada Tabel 2.3.

Tabel 2.3 Penjumlahan dan Pengurangan Bentuk Aljabar

No.	A	B	A + B	B + A
1	$2x$	$3x$	$5x$	$5x$
2	$x + 2$	$x + 7$	$2x + 9$	$2x + 9$
3	$x + 1$	$3x + 8$	$4x + 9$	$4x + 9$
4	$3x - 2$	$2x - 4$
6	$2x - 1$	$1 - x$	x	x
7	$3x$	$2x + 1$
8	5	$2x - 4$...	$2x + 1$



Setelah mengamati, tuliskan pada buku tulismu pertanyaan yang berkaitan dengan penjumlahan dan pengurangan bentuk aljabar.

Pertanyaanmu sebaiknya memuat kata “bentuk aljabar”, “penjumlahan”, atau “pengurangan”.



Wafi memiliki 15 kotak merah dan 9 kotak putih. Kotak-kotak tersebut diisi dengan kelereng. Jika banyak kelereng di kotak merah dinyatakan dengan x dan banyaknya kelereng di kotak putih dinyatakan dengan y , maka banyak kelereng di kedua kotak dinyatakan dengan $15x + 9y$.

Keterangan:

Banyak kelereng dalam setiap kotak merah sama
Banyak kelereng dalam setiap kotak putih sama

Wafi diberi kakaknya 7 kotak merah dan 3 kotak putih. Sehingga Wafi mendapatkan tambahan kelereng sebanyak $7x + 3y$. Dengan demikian Wafi sekarang memiliki $(15x + 9y) + (7x + 3y)$ kelereng. Bentuk $(15x + 9y) + (7x + 3y)$ sama dengan $22x + 12y$ yang diperoleh dengan cara menjumlahkan kotak-kotak yang warnanya sama. Bentuk $(15x + 9y) + (7x + 3y) = 22x + 12y$ disebut penjumlahan bentuk aljabar.

Kemudian Wafi memberikan 6 kotak merah dan 9 kotak putih kepada adiknya, sehingga kelereng yang dimiliki Wafi sekarang berkurang sebanyak $6x + 9y$ kelereng.

Dengan kata lain kelereng yang dimiliki Wafi sekarang adalah $(22x + 12y) - (6x + 9y)$ kelereng. Bentuk ini sama dengan $16x + 3y$ yang diperoleh dengan cara mengurangkan kotak-kotak yang warnanya sama. Bentuk $(22x + 12y) - (6x + 9y) = 16x + 3y$ disebut pengurangan bentuk aljabar.



Minta siswa untuk menuliskan hal yang belum dipahami dari kegiatan mengamati.

Alternatif pertanyaan:

1. Bagaimana proses menjumlahkan bentuk aljabar?
2. Bagaimana proses mengurangi bentuk aljabar?
3. Bentuk yang bagaimana yang bisa dijumlahkan atau dikurangkan?



Setelah memahami informasi yang diberikan, mintalah siswa untuk menggali informasi sesuai dengan intruksi di buku siswa. Informasi yang diberikan adalah tentang suku sejenis dan contoh-contoh penjumlahan dan pengurangan bentuk aljabar.

Tabel 2.4 Suku-suku sejenis

No.	Bentuk Aljabar	Suku-suku sejenis
1	$15x + 9y + 7x + 3y$	<ul style="list-style-type: none"> • $15x$ dan $7x$ • $9y$ dan $3y$
2	$22x + 12y - 6x - 9y$	<ul style="list-style-type: none"> • $22x$ dan $-6x$ • $12y$ dan $-9y$

Berikut disajikan beberapa contoh permasalahan tentang penjumlahan dan pengurangan bentuk aljabar.

 **Contoh 2.1**

Tentukan penjumlahan $7a + 4b$ dengan $8a - 6b$.

 **Penyelesaian**

$$\begin{aligned}
 (7a + 4b) + (8a - 6b) &= 7a + 4b + 8a + (-6b) && \text{jabarkan} \\
 &= 7a + 8a + 4b + (-6b) && \text{kumpulkan suku sejenis} \\
 &= 15a + (-2b) && \text{operasikan suku sejenis} \\
 &= 15a - 2b && \text{ sederhanakan}
 \end{aligned}$$

 **Contoh 2.2**

Tentukan pengurangan $7a + 4b$ oleh $8a - 6b$.

 **Penyelesaian**

$$\begin{aligned}
 (7a + 4b) - (8a - 6b) &= 7a + 4b - 8a - (-6b) && \text{jabarkan} \\
 &= 7a - 8a + 4b + 6b && \text{kumpulkan suku sejenis} \\
 &= -a + 10b && \text{operasikan suku sejenis}
 \end{aligned}$$

 **Contoh 2.3**

Tentukan penjumlahan $16a - 12b + 4$ oleh $5a - 9b + 2c$.

 **Penyelesaian**

$$\begin{aligned}
 (16a - 12b + 4) + (5a - 9b + 2c) &= 16a - 12b + 4 + 5a + (-9b) + 2c && \text{jabarkan} \\
 &= 16a + 5a - 12b - 9b + 2c + 4 && \text{kumpulkan suku sejenis} \\
 &= 21a - 21b + 2c + 4 && \text{operasikan suku sejenis}
 \end{aligned}$$

Ajak siswa untuk memahami tentang suku-suku sejenis yang disajikan pada Tabel 2.4 buku siswa. Ajak siswa untuk memahami Contoh 2.1, Contoh 2.2, dan Contoh 2.3, serta alternatif penyelesaiannya. Minta siswa untuk memahami beserta prosedur pada tiap tahap penyelesaian.

Coba temukan dua bentuk aljabar yang hasil penjumlahan atau pengurangannya adalah $(3x - 8)$.



- Tentukan penjumlahan bentuk aljabar berikut.
 - $-3m + 4n - 6$ dengan $7n - 8m + 10$
 - $15a + 7b - 5c$ dengan $-11a - 12b + 13d$
- Tentukan pengurangan bentuk aljabar berikut.
 - $-3m + 4n - 6$ dengan $7n - 8m + 10$
 - $15a + 7b - 5c$ dengan $-11a - 12b + 13d$
- Tentukan hasil dari

$$(5x - 6y + 8z) + (7x - 9z) - (2y + 9z - 10)$$

Tuliskan prosedur penjumlahan dan pengurangan bentuk aljabar yang kalian lakukan. Jelaskan mengapa hasilnya seperti itu.

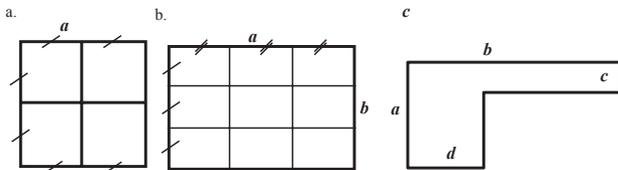


Presentasikan prosedur dan penjelasan yang kalian buat. Kemudian, bandingkan dengan hasil teman kalian yang lain. Silakan saling berkomentar, menanggapi komentar, memberikan usul dan menyepakati ide-ide yang paling tepat.



Latihan 2.2

- $(13a - 8b) + (12a + 9b) = \dots$
- $(15i + 14b + 13k) + (-30i - 45j + 51k) = \dots$
- Tentukan hasil penjumlahan $(3 - 17x + 35z)$ dan $(4x + 23y - 9)$.
- $(42n + 35m + 7) - (50m - 20n + 9) = \dots$
- Tentukan hasil pengurangan $(5x + 3)$ oleh $(x - 1)$
- Tentukan hasil pengurangan $(4y - 8)$ dari $(2y + 15z)$
- Tentukan hasil pengurangan $5z + 3$ oleh $2z - 7$
- Tentukan hasil pengurangan $6x + 4$ dari $x - y$
- Nyatakan keliling bangun datar berikut dalam bentuk aljabar.



Ayo Kita Menalar

Minta siswa untuk menjawab soal-soal pada kegiatan Ayo Kita Menalar. Instruksikan kepada siswa untuk membuat prosedur tiap langkah.



Alternatif Jawaban

- $-11m + 11n + 4$
 - $4a - 5b - 5c + 13d$
- $5m - 3n - 16$
 - $26a + 19b - 5c - 13d$
- $12x - 8y - 10z + 10$



Kegiatan

- Ajak siswa untuk melakukan refleksi terhadap kegiatan belajar yang sudah dilalui
- Periksalah apakah semua kelompok sudah mencatat hal-hal yang penting pada kegiatan kali ini
- Mintalah siswa untuk mengerjakan soal latihan yang ada di buku siswa.



Membelajarkan 2.3

Memahami Perkalian Bentuk Aljabar

Sebelum Pelaksanaan Pembelajaran

1. Gali ingatan siswa tentang bagaimana membuat bentuk aljabar dari suatu cerita.
2. Cek ingatan siswa tentang makna variabel, konstanta, dan koefisien pada suatu bentuk aljabar.



**Perkalian
Bentuk Aljabar**

*Memahami Perkalian
Bentuk Aljabar*



Kegiatan 2.3



*Ayo
Kita Amati*



Masalah 2.3

Pak Idris mempunyai kebun apel berbentuk persegi dan Pak Halim mempunyai kebun semangka berbentuk persegi panjang. Ukuran panjang kebun semangka Pak Halim 10 m lebihnya dari panjang sisi kebun apel Pak Idris. Sedangkan lebarnya, 3 m lebih dari panjang sisi kebun apel Pak Idris. Jika diketahui luas kebun Pak Halim adalah 450 m², Tentukan luas kebun apel Pak Idris.



Alternatif Pemecahan Masalah

Untuk memecahkan persoalan tersebut bisa dengan memisalkan panjang sisi kebun apel Pak Idris dengan suatu variabel, misal variabel x . Panjang kebun semangka Pak Halim 10 meter lebih panjang dari panjang sisi kebun apel, bisa ditulis $x + 10$. Sedangkan lebarnya 3 meter lebihnya dari panjang sisi kebun apel Pak Idris, bisa ditulis $x + 3$. Seperti yang kita ketahui bahwa luas persegi panjang adalah *panjang* \times *lebar*. Namun dalam permasalahan menentukan panjang sisi kebun tersebut kita sedikit mengalami kesulitan karena yang dikalikan adalah bentuk aljabar. Dalam permasalahan tersebut luas kebun Pak Halim adalah hasil kali dari $x + 10$ dengan $x + 3$.

Luas kebun Pak Halim dapat ditulis dalam bentuk aljabar

$$\begin{aligned} \text{Luas} &= \text{panjang} \times \text{lebar} \\ &= (x + 10) \times (x + 3) \\ &= x^2 + 3x + 10x + 30 \\ &= x^2 + 13x + 30 \text{ satuan luas} \end{aligned}$$

Selain dengan cara tersebut, kita bisa menentukan luas kebun Pak Halim dengan cara perkalian bersusun seperti berikut.

$$\begin{array}{r} x + 10 \\ \times x + 3 \\ \hline 3x + 30 \\ x^2 + 10x \\ \hline x^2 + 13x + 30 \end{array}$$

Jadi, luas kebun Pak Halim adalah $x^2 + 13x + 30$ satuan luas.
Dari kedua cara tersebut, silakan menggunakan cara yang menurut kalian paling mudah.

MATEMATIKA 47

Ayo Kita Amati

Masalah 2.3

Ajak siswa untuk memahami Masalah 2.3 serta alternatif pemecahannya. Ajak siswa untuk memahami cara mengalikan bentuk aljabar dengan cara bersusun.

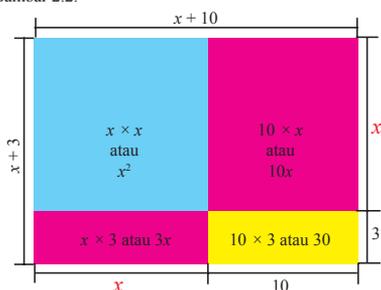
54

Buku Guru Kelas VIII SMP/MTs

Semester 1

Ajak siswa untuk memahami ilustrasi pemecahan masalah 2.3 yang disajikan pada Gambar 2.3 di buku siswa.

Untuk lebih jelasnya bagaimana mengalikan bentuk aljabar tersebut mari amati ilustrasi berikut. Perhatikan ilustrasi Gambar 2.2.



Gambar 2.2 Model perkalian bentuk aljabar

Untuk lebih memahami tentang perkalian bentuk aljabar, amati perkalian bentuk-bentuk aljabar pada Tabel 2.6 berikut.

Tabel 2.6 Perkalian Bentuk Aljabar

No.	A	B	A × B	Keterangan
1	5	$x + 10$	$5x + 50$	$(5 \times x) + (5 \times 10) = 5x + 50$
2	7	$x - 3$	$7x - 21$	$(7 \times x) + (7 \times (-3)) = 7x - 21$
3	$x + 10$	$x + 3$	$x^2 + 13x + 30$	$(x \times x) + (x \times 3) + (10 \times x) + (10 \times 3)$ $= x^2 + 3x + 10x + 30$ $= x^2 + 13x + 30$
4	$x - 2$	$x + 7$	$x^2 + 5x - 14$	$(x \times x) + (x \times 7) + (-2) \times x + (-2) \times 7$ $= x^2 + 7x - 2x - 14$ $= x^2 + 5x - 14$
5	$x + 1$	$3x - 8$	$3x^2 - 5x - 8$	$x(3x) + x \times (-8) + 1 \times (3x) + 1 \times (-8)$ $= 3x^2 - 8x + 3x - 8$ $= 3x^2 - 5x - 8$
6	$3x - 2$	$2x - 4$	$6x^2 - 16x + 8$	$(3x)(2x) + (3x)(-4) + (-2)(2x) + (-2)(-4)$ $= 6x^2 - 12x - 4x + 8$ $= 6x^2 - 16x + 8$
7	$2x - 1$	$1 - x$	$-2x^2 + 3x - 1$	$(2x) \times 1 + (2x)(-x) + (-1) \times 1 + (-1)(-x)$ $= 2x - 2x^2 - 1 + x$ $= -2x^2 + 3x - 1$
8	$x^2 + 4x$	$3x - 7$	$3x^3 + 5x^2 - 28x$	$(x^2)(3x) + (x^2)(-7) + (4x)(3x) + (4x)(-7)$ $= 3x^3 - 7x^2 + 12x^2 - 28x$ $= 3x^3 + 5x^2 - 28x$
9	$a + b$	$x + y$

Ajak siswa untuk memahami Tabel 2.6 di buku siswa. Tabel tersebut berisi tentang perkalian bentuk aljabar disertai dengan langkah demi langkah.

Ayo Kita Menanya

Minta siswa menuliskan pertanyaan tentang hal yang belum dipahami dari kegiatan mengamati.

Alternatif pertanyaan:

1. Bagaimana mengalikan bentuk aljabar?
2. Apakah setiap bentuk aljabar bisa dikalikan?

Menggali Informasi

Ajak siswa untuk memahami tentang faktor dari bentuk aljabar serta Contoh 2.4, Contoh 2.5, dan Contoh 2.6.

Ajak siswa untuk memahami sifat komutatif, asosiatif, dan distributif bentuk aljabar.

Secara umum hasil perkalian bentuk aljabar $(a + b) \times (c + d)$ mengikuti proses berikut

$$(a + b) \times (c + d)$$

Ayo Kita Menanya

Berdasarkan hasil pengamatan kalian, buatlah pertanyaan yang berkaitan dengan perkalian bentuk aljabar.

Buatlah pertanyaan yang memuat kata “perkalian” dan “dua suku”.

Ayo Kita Menggali Informasi

Mengenal faktor bentuk aljabar

Contoh 2.4

$5x + 50$ dapat ditulis $5 \times (x + 10)$
 5 dan $(x + 10)$ dikatakan faktor dari bentuk aljabar $5x + 50$

Contoh 2.5

$x^2 + 13x + 30$ dapat ditulis $(x + 10) \times (x + 3)$
 $(x + 10)$ dan $(x + 3)$ disebut faktor dari bentuk aljabar $x^2 + 13x + 30$

Contoh 2.6

$x^3 + 3x^2 + 2x + 6$ dapat ditulis $(x + 1) \times (x + 2) \times (x + 3)$
 $(x + 1)$, $(x + 2)$, dan $(x + 3)$ disebut faktor dari bentuk aljabar $x^3 + 3x^2 + 2x + 6$

Operasi penjumlahan dan perkalian bentuk aljabar memiliki beberapa sifat, antara lain:

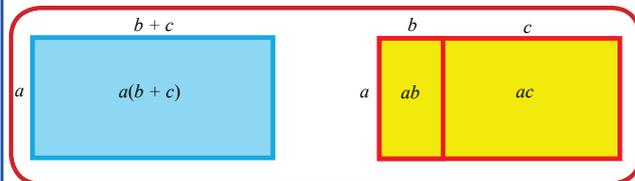
1. **Sifat Komutatif**
 $a + b = b + a$
 $a \times b = b \times a$
2. **Sifat Asosiatif**
 $a + (b + c) = (a + b) + c$
 $a \times (b \times c) = (a \times b) \times c$

3. Sifat Distributif (perkalian terhadap penjumlahan)

$$a \times (b + c) = a \times b + a \times c$$

atau

$$a(b + c) = ab + ac$$



Dengan memahami perkalian bentuk aljabar, kalian dapat menyelesaikan masalah yang rumit. Seperti masalah 2.3 yang akan kita coba cari alternatif penyelesaiannya dengan pendekatan ilmiah.



1. Tentukan hasil kali bentuk aljabar $(a + b) \times (a - b)$
2. Tentukan hasil dari
 - a. $(a + b)^2 = \dots$
 - b. $(a - b)^2 = \dots$
 - c. $(ax + b) \times (cx + d) = \dots$
3. Diketahui $a^2 - b^2 = 40$ dan $a - b = 4$. Berapakah nilai $a + b$?
4. Jumlah dua buah bilangan yang berbeda adalah 6 dan hasil kali kedua bilangan tersebut adalah 4. Berapakah jumlah kuadrat kedua bilangan itu?
5. Amati bentuk berikut.

$$\left(2\frac{1}{2}\right)^2 = 2 \times 3 + \frac{1}{4}$$

$$\left(3\frac{1}{2}\right)^2 = 3 \times 4 + \frac{1}{4}$$

$$\left(4\frac{1}{2}\right)^2 = 4 \times 5 + \frac{1}{4}$$

Cek kebenaran dari persamaan tersebut.

Dengan melihat polanya, kita bisa membuat bentuk umum dari persamaan tersebut.

Buktikan bahwa bentuk umum yang kita buat juga berlaku untuk sebarang bilangan Asli.

Untuk lebih jelasnya, buatlah bentuk visual menggunakan kertas.



Ayo Kita Menalar

Minta siswa untuk menjawab pertanyaan yang ada pada kegiatan Ayo Kita Menalar



Alternatif Jawaban

1. $(a+b) \times (a-b) = a^2 - b^2$

2. $a.(a+b)^2 = (a+b) \times (a+b) = a^2 + 2ab + b^2$

$b.(a-b)^2 = (a-b) \times (a-b) = a^2 - 2ab + b^2$

$c.(ax+b) \times (cx+d) = acx^2 + adx + bcx + bd$

3. $(a-b)^2 = a^2 + b^2 - 2ab$

$4^2 = 40 - 2ab$

$16 = 40 - 2ab$

$2ab = 40 - 16 = 24$

$(a+b)^2 = a^2 + b^2 + 2ab$

$(a+b)^2 = 40 + 2ab$

$(a+b)^2 = 40 + 24$

$a+b = \sqrt{64} = 8$

4. $a+b = 6$

$a \times b = 4$

$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

$6^2 = a^2 + 2 \times 4 + b^2$

$36 = a^2 + 8 + b^2$

$a^2 + b^2 = 36 - 8 = 28$

5. $(a + \frac{1}{2})^2 = a^2 + a + \frac{1}{4} = a \times (a+1) + \frac{1}{4}$

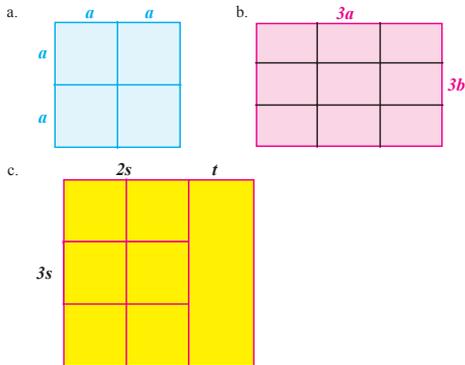


Presentasikan hasil bernalar kalian semenarik mungkin. Diskusikan dalam kelompok kalian jika masih terdapat kesimpulan berbeda.



Latihan 2.3

1. Nyatakan luas bangun datar berikut dalam bentuk aljabar.



2. Tentukan hasil kali dari bentuk-bentuk aljabar berikut

- $10 \times (2y - 10) = \dots$
 - $(x + 5) \times (5x - 1) = \dots$
 - $(7 - 2x) \times (2x - 7) = \dots$
3. Tentukan nilai r pada persamaan bentuk aljabar $(2x + 3y)(px + qy) = rx^2 + 23xy + 12y^2$
4. Tentukan dua bentuk aljabar yang bila dikalikan hasilnya adalah
- $-6x - 80xy$
 - $y^2 + 7y + 10$
5. Tanpa menggunakan alat hitung, tentukan
- 102×98
 - 1003×97
 - 205^2
 - 398^2



Ayo Kita Berbagi

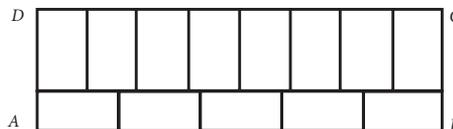
Minta siswa untuk menyajikan hasil dari bernalarnya.



Latihan

Minta siswa untuk menyelesaikan soal latihan dan di bahas di kelas dengan menunjuk salah satu siswa, sedang siswa yang lain diminta menanggapi dengan santun. Begitu seterusnya untuk nomor soal lainnya.

6. Tentukan cara tercepat untuk menghitung
- $37^2 + 74 + 1$
 - $58^2 + 232 + 4$
 - $27^2 - 100 + 4$
7. Si A dan si B masing-masing menyimpan sebuah bilangan. Jika kedua bilangan yang mereka miliki dikalikan, hasilnya adalah 1.000. Setelah dihitung-hitung, ternyata selisih bilangan si A dan si B adalah 15. Berapakah jumlah dari bilangan-bilangan yang dimiliki keduanya?
- Nyatakan bentuk aljabar untuk yang diketahui
 - Nyatakan bentuk aljabar untuk yang ditanya
 - Nyatakan bentuk aljabar yang ditanya dalam bentuk aljabar yang diketahui
8. Diketahui bahwa $\left(1 + \frac{1}{2}\right)\left(1 + \frac{1}{3}\right)\left(1 + \frac{1}{4}\right)\left(1 + \frac{1}{5}\right) \dots \left(1 + \frac{1}{n}\right) = 11$. Berapakah nilai n yang memenuhi?
- Sederhanakan bilangan yang di dalam kurung.
 - Amati pola perkalian beberapa bilangan awal.
 - Dengan mengamati, tentukan nilai n yang memenuhi persamaan di atas.
9. Ketika tuan Felix dihadapkan dengan soal berbentuk $\sqrt{2.374 \times 2.375 \times 2.376 \times 2.377 + 1}$ dia tidak mengalikan satu persatu bilangan-bilangan yang ada, yang dia lakukan adalah menjumlahkan 2.374 dengan kuadrat dari 2.375. Benarkah jawabannya? Bisakah jawabannya dipertanggungjawabkan untuk setiap bentuk dengan pola seperti itu?
10. Pikirkan sebuah bilangan dan jangan beritahu saya. Saya akan menebaknya. Tapi, lakukan dulu perintah saya berikut: (a) kalikan bilangan dalam pikiran kalian, (b) tambahkan 3 pada hasilnya, (c) kalikan 5 hasilnya, (d) tambahkan 85 pada hasilnya, (e) bagilah hasilnya dengan 10, (f) kurangkan hasil terakhirnya dengan 9. Maka aku bisa menebak bilangan kamu, yaitu 1 kurangnya dari bilangan terakhir yang kamu simpan di otak kalian. Buktikan bahwa tebakan tersebut berlaku untuk semua bilangan yang mungkin dipilih oleh teman-teman kalian.
11. Persegipanjang $ABCD$ berikut dibangun dari 13 persegi kecil yang kongruen. Luas persegi panjang $ABCD$ adalah 520 cm^2 . Tentukan keliling dari persegi $ABCD$ tersebut.



Setelah Pelaksanaan Pembelajaran

- Ajak siswa untuk melakukan refleksi terhadap kegiatan belajar yang sudah dilalui
- Periksalah apakah semua kelompok sudah mencatat hal-hal yang penting pada kegiatan kali ini
- Mintalah siswa untuk mengerjakan soal latihan yang ada di buku siswa. (jika perlu)



Membelajarkan 2.4

Memahami Pembagian Bentuk Aljabar

Sebelum Pelaksanaan Pembelajaran

1. Ingatkan kembali tentang perkalian bentuk aljabar.
2. Ingatkan kembali tentang konteks perhitungan luas kebun pada Kegiatan 2.3 memahami perkalian bentuk aljabar.



Pembagian Bentuk Aljabar



Kegiatan 2.4

Memahami Pembagian Bentuk Aljabar



Ayo Kita Amati

Pada tiga kegiatan sebelumnya, kalian telah membahas operasi penjumlahan, pengurangan, dan perkalian pada bentuk aljabar. Pada kegiatan ini akan kita pelajari operasi pembagian bentuk aljabar. Operasi pembagian bentuk aljabar adalah lawan dari operasi perkalian bentuk aljabar. Sebelum mengikuti kegiatan 2.4 lebih jauh, silakan kalian baca kembali masalah luas kebun Pak Idris dan Pak Halim yang disajikan di pengamatan kegiatan 2.3.



Masalah 2.4

Jika informasi pada permasalahan tersebut diubah, yang diketahui adalah luas = $x^2 + 13x + 30$ satuan luas, dan panjangnya = $x + 10$ satuan panjang, kalian diminta untuk menentukan bentuk aljabar dari lebarnya. Bagaimana langkah kalian untuk menentukan lebarnya?



Alternatif Pemecahan Masalah

Seperti yang kita ketahui Luas = panjang \times lebar. Dapat kita tulis

$$\text{lebar} = \frac{\text{Luas}}{\text{panjang}}$$

Lebar tanah Pak Halim dapat ditentukan dengan membagi bentuk aljabar dari luas tanah dengan bentuk aljabar dari panjang.

$$\text{lebar} = \frac{x^2 + 13x + 30}{x + 10} = x + 3, x + 10 \neq 0$$

Pada kegiatan tersebut, kita telah menentukan hasil bagi $x^2 + 13x + 30$ oleh $x + 10$ adalah $x + 3$. Bagaimana dengan bentuk yang lain.

Misal :

1. Hasil bagi $2x^2 + 7x - 15$ oleh $x + 5$
2. Hasil bagi $6x^2 - 7x - 24$ oleh $3x - 8$

Berikut proses membagi bentuk aljabar disajikan dalam Tabel 2.7

Apersepsi

Minta siswa mengingat kembali Masalah 2.3 perhitungan luas kebun yang melibatkan perkalian bentuk aljabar.



Ayo Kita Amati

Ajak siswa untuk memahami Masalah 2.4 serta alternatif pemecahannya. Konteks dari Masalah 2.4 adalah untuk memahamkan kepada siswa tentang pembagian bentuk aljabar. Ketika menuliskan hasil bagi bentuk aljabar harus menuliskan syarat bahwa penyebut tidak boleh sama dengan nol.

Tabel 2.7a Pembagian Bentuk Aljabar

Contoh 1 Hasil bagi $x^2 + 13x + 30$ oleh $x + 10$
Berikut alternatif penyelesaiannya disajikan dalam bentuk pembagian bersusun yang disajikan langkah demi langkah
$x + 10 \overline{) x^2 + 13x + 30}$
$x + 10 \overline{) x^2 + 13x + 30}$
$x + 10 \overline{) x^2 + 13x + 30}$ $x^2 + 10x$
$x + 10 \overline{) x^2 + 13x + 30}$ $x^2 + 10x \quad -$ $3x + 30$
$x + 10 \overline{) x^2 + 13x + 30}$ $x^2 + 10x \quad -$ $3x + 30$ $3x + 30$
$x + 10 \overline{) x^2 + 13x + 30}$ $x^2 + 10x \quad -$ $3x + 30$ $3x + 30$ 0
Jadi hasil bagi dari $x^2 + 13x + 30$ oleh $x + 10$ adalah $x + 3$

Ajak siswa untuk memahami Tabel 27a tentang menentukan hasil bagi bentuk aljabar yang disajikan tahap demi tahap.

Tabel 2.7b Pembagian Bentuk Aljabar

Contoh 2	Contoh 3
Tentukan hasil bagi dari $2x^2 + 7x - 15$ oleh $x + 5$	Tentukan hasil bagi dari $6x^2 - 7x - 24$ oleh $3x - 8$
$\begin{array}{r} 2x-3 \\ x+5 \overline{)2x^2+7x-15} \\ \underline{2x^2+10x} \\ -3x-15 \\ \underline{-3x-15} \\ 0 \end{array}$	$\begin{array}{r} 2x+3 \\ 3x-8 \overline{)6x^2-7x-24} \\ \underline{6x^2-16x} \\ 9x-24 \\ \underline{9x-24} \\ 0 \end{array}$
Jadi, hasil bagi dari $2x^2 + 7x - 15$ oleh $x + 5$ adalah $2x - 3$	Jadi, hasil bagi $6x^2 - 7x - 24$ oleh $3x - 8$ adalah $2x + 3$



Dari hasil pengamatan kalian terhadap ketiga contoh pada kegiatan ayo kita amati, adakah yang masih belum kalian pahami dari proses membagi bentuk aljabar dengan bentuk aljabar. Tuliskan pertanyaan kalian.

Sebaiknya pertanyaan kalian memuat kata "membagi" dan "bentuk aljabar"



Pada pembagian bentuk aljabar hasil baginya tidak selalu bersisa 0. Berikut contoh pembagian bentuk aljabar yang sisanya bukan 0.



Tentukan hasil bagi $2x^2 + 3x - 4$ oleh $x + 3$.



$$\begin{array}{r} 2x-3 \\ x+3 \overline{)2x^2+3x-4} \\ \underline{2x^2+6x} \\ -3x-4 \\ \underline{9x-9} \\ 5 \end{array}$$

Jadi, hasil bagi $2x^2 + 3x - 4$ oleh $x + 3$ adalah $2x - 3$ sisa 5.

Ajak siswa untuk memahami Tabel 2.7b tentang menentukan hasil bagi bentuk aljabar.



Minta siswa untuk menuliskan pertanyaan tentang hal yang belum dipahami dalam proses membagi bentuk aljabar yang disajikan dalam Tabel 2.7a dan 2.7b.

Contoh pertanyaan:

1. Bagaimana jika pada pembagian bentuk aljabar sisanya tidak nol?
2. Apakah setiap bentuk aljabar bisa dibagi dengan bentuk aljabar yang lain



Ajak siswa untuk memahami Contoh 2.7 serta alternatif penyelesaiannya. Contoh yang disajikan adalah pembagian bentuk aljabar yang tidak habis (sisanya tidak nol).

Pembagian bentuk aljabar bisa kalian memanfaatkan untuk menentukan faktor suatu bentuk aljabar.

Catatan: Buka kembali kegiatan 2.4 pada Bab ini untuk memahami pengertian faktor dari bentuk aljabar

 **Masalah 2.5**

Diketahui $(x + 3)$ adalah salah satu faktor dari $x^2 + 5x + 6$. Tentukan faktor yang lainnya.

 **Alternatif Pemecahan Masalah**

Dengan cara membagi bentuk $x^2 + 5x + 6$ dengan $(x + 3)$ kalian bisa menentukan faktor lain tersebut.

$$\begin{array}{r} x+2 \\ x+3 \overline{)x^2+5x+6} \\ \underline{x^2+3x} \\ 2x+6 \\ \underline{2x+6} \\ 0 \end{array}$$

Jadi faktor yang lain tersebut adalah $(x + 2)$.

 **Masalah 2.6**

Tentukan faktor-faktor dari bentuk aljabar $2x^2 + 7x + 6$.

 **Alternatif Pemecahan Masalah**

Untuk menyelesaikan permasalahan seperti ini kalian harus memahami bagaimana teknik pemfaktoran bentuk aljabar.

$$2x^2 + 7x + 6 = 2x^2 + 3x + 4x + 6 \quad \text{Langkah 1}$$

$$= (2x^2 + 3x) + (4x + 6) \quad \text{Langkah 2}$$

$$= x(2x + 3) + 2(2x + 3) \quad \text{Langkah 3}$$

$$= (x + 2) + (2x + 3) \quad \text{Langkah 4}$$

Jadi faktor dari $2x^2 + 7x + 6$ adalah $(x + 2)$ dan $(2x + 3)$.

Ajak siswa untuk memahami Masalah 2.5 dan 2.6 serta alternatif penyelesaiannya

Penjelasan

Langkah 1

Menjabarkan bentuk $7x$ menjadi penjumlahan dua bentuk aljabar $ax + bx$ sedemikian $a \times b = 12$, dengan a dan b adalah bilangan bulat. 12 adalah hasil kali dari koefisien x^2 , yaitu 2 dengan konstanta 6.

Nilai a dan b adalah faktor dari 12, maka kemungkinannya adalah $\{-1, 1, -2, 2, -3, 3, -4, 4, -6, 6, -12, 12\}$. Salah satu cara untuk menentukan nilai a dan b adalah dengan membuat tabel bantuan sebagai berikut.

a	b	$a \times b$	$a + b$
-1	-12	12	-13
1	12	12	13
-2	-6	12	-8
2	6	12	8
-3	-4	12	-7
3	4	12	7

Dari sekian kemungkinan tersebut ternyata yang memenuhi adalah 3 dan 4. Jadi kita menjabarkan $7x$ menjadi $3x + 4x$. Untuk selanjutnya tabel tidak harus selalu digunakan.

Langkah 2

Mengasosiasikan (mengumpulkan) masing-masing dua sukunya menjadi $(2x^2 + 3x) + (4x + 6)$.

Langkah 3

Memfaktorkan masing bentuk yang dikelompokkan menjadi $x(2x + 3) + 2(2x + 3)$.

Langkah 4

Ingat kembali sifat distributif perkalian terhadap penjumlahan (atau pengurangan) pada kegiatan 3.



Ayo Kita Menalar

Tentukan hasil bagi bentuk aljabar berikut

- $8x^2 + 4x - 16$ oleh 4
- $x^3 + 2x^2 - 5x - 6$ oleh $x - 2$
- $x^3 + 2x^2 - 5x - 6$ oleh $x^2 - x - 2$
- $3x^3 - 5x^2 - 12x + 20$ oleh $x^2 - 4$
- Tentukan faktor dari $6x^2 + 5x - 4$
- Suatu bentuk aljabar memiliki dua faktor $2x + 1$ dan $x + 3$. Tentukan bentuk aljabar tersebut.
- Bentuk aljabar $x^2 - 7x - 44$ jika dibagi suatu bentuk aljabar hasilnya adalah $x + 4$. Tentukan bentuk aljabar pembagi tersebut.
- Suatu bentuk aljabar memiliki tiga faktor, $x + a$, $x + b$, dan $x + c$. Tentukan hasilnya jika dibagi $x + a$.



Ayo Kita Menalar

Minta siswa untuk menjawab pertanyaan pada kegiatan Ayo Kita Menalar. Minta siswa untuk menuliskan prosedurnya.



Alternatif Jawaban

- $2x^2 + x - 4$
- $x^2 + 4x + 3$
- $x + 3$
- $3x - 5$
- $(3x + 4)(2x - 1)$
- $2x^2 + 7x + 3$
- $-11x - 44$
- $(x + b) \times (x + c) = x^2 + bx + cx + bc$



Ayo Kita Berbagi

Presentasikan hasil bernalarmu di depan kelas. Tanggapi jawaban dan kesimpulan yang diperoleh kelompok lain jika berbeda dengan jawaban dan kesimpulan kelompok kalian.



Latihan 2.4

- Tentukan hasil bagi
 - $x^2 + 5x + 6$ oleh $x + 2$
 - $2x^2 - x - 10$ oleh $x + 2$
 - $2x^3 + 7x^2 - 14x - 40$ oleh $2x - 5$
 - $3x^3 - 4x^2 - 5x + 6$ oleh $x + 2$
- Tentukan faktor dari
 - $x^2 - 2x - 10$
 - $3x^2 - x - 10$
- Tentukan suatu bentuk aljabar yang menurutmu bisa dibagi oleh $3x - 1$. Kemudian tentukan hasil baginya.
- Tentukan suatu bentuk aljabar dengan pangkat tertingginya 3, yang menurutmu bisa dibagi oleh $3x - 1$. Kemudian tentukan hasil baginya.
- Tentukan hasil bagi $4x + 6$ oleh $2x + 8$
- Nilai rata-rata ujian 5 orang siswa adalah 80. Andi yang kemudian menyusul ikut ujian mengatakan bahwa "Nilai-rata ujian kita berenam sekarang menjadi 85". Apakah ucapan Andi itu masuk akal kalau maksimal nilai ujian yang mungkin dicapai adalah 100? Mengapa?
- Bentuk aljabar $x^2 + 4x - 60$ jika dibagi suatu bentuk aljabar hasilnya adalah $x - 10$. Tentukan bentuk aljabar pembagi tersebut.
- Tentukan bentuk aljabar yang bila dibagi $x + 2$ hasilnya adalah $2x - 6$.
- Suatu bentuk aljabar memiliki tiga faktor, $x + 3$, $x - 6$, dan $2x + 7$. Tentukan bentuk aljabar tersebut jika dibagi $6 - x$.



Ayo Kita Berbagi

Minta siswa untuk menyajikan jawaban dari kegiatan bernalar semenarik mungkin.

Sesudah Pelaksanaan Pembelajaran

- Ajak siswa untuk melakukan refleksi terhadap kegiatan belajar yang sudah dilalui
- Periksalah apakah semua kelompok sudah mencatat hal-hal yang penting pada kegiatan kali ini
- Mintalah siswa untuk mengerjakan soal latihan yang ada di buku siswa.



Membelajarkan 2.5

Memahami Cara Menyederhanakan Bentuk Aljabar

Sebelum Pelaksanaan Pembelajaran

Ajak siswa untuk mengingat kembali tentang penjumlahan dan pengurangan bilangan pecahan, contoh:

$$\text{Sederhanakan } \frac{3}{4} + \frac{2}{5} \text{ : yaitu } \frac{3 \times 5}{4 \times 5} + \frac{2 \times 4}{5 \times 4} = \frac{15}{20} + \frac{8}{20} = \frac{15+8}{20} = \frac{23}{20}$$

$$\text{Sederhanakan } \frac{5}{6} - \frac{4}{3}$$

$$\text{yaitu } \frac{5}{6} - \frac{4 \times 2}{3 \times 2} = \frac{5}{6} - \frac{8}{6} = \frac{5-8}{6} = \frac{-3}{6} = -\frac{1}{2}$$

Menyederhanakan Bentuk Aljabar

Kegiatan 2.5

Memahami Cara Menyederhanakan Bentuk Aljabar

Masalah 2.7

Dalam bentuk aljabar juga ada bentuk aljabar pecahan, misal bentuk aljabar pada latihan 2.4 soal nomor 5. Ketika kalian membagi $4x + 6$ dengan $2x + 8$ kalian tidak mendapatkan hasil seperti pada nomor 1. Dalam hal ini hasil baginya bisa disajikan dalam bentuk aljabar pecahan $\frac{4x+6}{2x+8}$. Bentuk

pecahan $\frac{4x+6}{2x+8}$ bisa kita ubah menjadi bentuk yang lebih sederhana dengan cara membagi dua

pembilang dan penyebutnya, menjadi $\frac{2x+3}{x+4}$. Bentuk $\frac{2x+3}{x+4}$ dikatakan lebih sederhana karena

mengandung bilangan-bilangan yang lebih sederhana dari bentuk sebelumnya namun memiliki nilai yang sama dengan bentuk $\frac{4x+6}{2x+8}$. Selain itu, suatu bentuk aljabar dikatakan lebih sederhana jika

mengandung operasi yang lebih sedikit.

Misal ada permasalahan seperti berikut. Sederhanakan bentuk aljabar berikut.

a. $\frac{3}{2x+5} + \frac{2}{6x^2+7x-20}$

b. $\frac{2a}{3x} - \frac{2x-6xy}{12a}$

c. $\frac{x^2+4x-12}{2x^2+9x-18}$

Untuk memahami penyederhanaan bentuk aljabar di atas, mari kalian amati beberapa penyederhanaan bentuk aljabar berikut.

Alternatif Pemecahan Masalah

Ayo Kita Amati

Perhatikan beberapa contoh penyederhanaan bentuk aljabar berikut. Untuk memahami proses penyederhanaan berikut, sebaiknya ingat kembali sifat-sifat penjumlahan dan perkalian bentuk aljabar.



Ayo Kita Amati

Ajak siswa untuk memahami Masalah 2.7. Untuk menentukan alternatif pemecahan Masalah 2.7, ajak siswa untuk mengamati contoh-contoh yang disajikan.

 **Contoh 2.7**

Sederhanakan bentuk aljabar $\frac{2x}{4x+2}$

 **Alternatif Penyelesaian**

$$\begin{aligned}\frac{2x}{4x+2} &= \frac{2x}{2(2x+1)} && \text{faktorkan penyebut dan pembilang} \\ &= \frac{x}{2x+1} && \text{ sederhanakan (pembilang dan penyebut dibagi 2)}\end{aligned}$$

 **Contoh 2.8**

Sederhanakan bentuk aljabar $\frac{3x+6y}{9x+12}$

 **Alternatif Penyelesaian**

$$\begin{aligned}\frac{3x+6y}{9x+12} &= \frac{3(x+2y)}{3(3x+4)} && \text{faktorkan penyebut dan pembilang} \\ &= \frac{x+2y}{3x+4} && \text{ sederhanakan (pembilang dan penyebut dibagi 3)}\end{aligned}$$

 **Contoh 2.9**

Sederhanakan bentuk aljabar $\frac{a^2+ab}{4a+4b}$

 **Alternatif Penyelesaian**

$$\begin{aligned}\frac{a^2+ab}{4a+4b} &= \frac{a(a+b)}{4(a+b)} && \text{faktorkan pembilang dan penyebut} \\ &= \frac{a}{4} && \text{ sederhanakan (pembilang dan penyebut dibagi } (a+b) \\ &&& \text{ syarat, } a+b \neq 0\end{aligned}$$

Ajak siswa untuk memahami Contoh 2.7, Contoh 2.8, dan Contoh 2.9, serta alternatif penyelesaiannya. Ajak siswa untuk memahami keterangan pada setiap langkah penyederhanaan bentuk aljabar.

Contoh 2.10

Sederhanakan bentuk aljabar $3(x - 2) - 2(x - 4)$

Alternatif Penyelesaian

$$\begin{aligned} 3(x - 2) - 2(x - 4) &= 3x + 3(-2) + (-2)x + (-2)(-4) && \text{distributif} \\ &= 3x - 6 - 2x + 8 && \text{jabarkan} \\ &= 3x - 2x - 6 + 8 && \text{asosiatif suku sejenis} \\ &= x + 2 && \text{ sederhanakan} \end{aligned}$$

Contoh 2.11

Sederhanakan bentuk aljabar $\frac{10}{3x} + \frac{8}{3x}$

Alternatif Penyelesaian

$$\begin{aligned} \frac{10}{3x} + \frac{8}{3x} &= \frac{18}{3x} && \text{jumlahkan pembilang (karena penyebut sudah sama)} \\ &= \frac{(3 \times 6)}{(3 \times x)} && \text{faktorkan penyebut dan pembilang} \\ &= \frac{6}{x} && \text{ sederhanakan} \end{aligned}$$

Contoh 2.12

Sederhanakan bentuk aljabar $\frac{x^2 - 9}{x} \times \frac{2}{x - 3}$

Alternatif Penyelesaian

$$\begin{aligned} \frac{x^2 - 9}{x} \times \frac{2}{x - 3} &= \frac{(x^2 - 9)}{x} \times \frac{2}{x - 3} && \text{kalikan antar pembilang dan antar penyebut} \\ &= \frac{(x + 3) \times (x - 3) \times 2}{x \times (x - 3)} && \text{faktorkan } (x^2 - 9) \\ &= \frac{(x + 3) \times 2}{x} && \text{ sederhanakan, syarat } x - 3 \neq 0 \\ &= \frac{2x + 6}{x} && \text{ distributif} \end{aligned}$$

Ajak siswa untuk memahami Contoh 2.10, Contoh 2.11, dan Contoh 2.12, serta alternatif penyelesaiannya. Ajak siswa untuk memahami keterangan pada setiap langkah penyederhanaan bentuk aljabar.

Contoh 2.13

Sederhanakan bentuk aljabar $\frac{8}{x^2-4} - \frac{2}{2-2}$

Alternatif Penyelesaian

$$\begin{aligned} \frac{8}{x^2-4} - \frac{2}{2-2} &= \frac{8}{(x+2)(x-2)} - \frac{2}{x-2} && \text{memfaktorkan bentuk } x^2-4 \\ &= \frac{8-2 \times (x+2)}{(x+2)(x-2)} && \text{menyamakan penyebut} \\ &= \frac{8-2x-4}{(x+2)(x-2)} && \text{distributif} \\ &= \frac{-2x+4}{(x+2)(x-2)} && \text{mengoperasikan suku sejenis} \\ &= \frac{(-2)(x-2)}{(x+2)(x-2)} && \text{memfaktorkan pembilang} \\ &= \frac{-2}{(x+2)} && \text{ sederhanakan, syarat } x-2 \neq 0 \end{aligned}$$

Contoh 2.14

Sederhanakan bentuk aljabar $\frac{x^2-16}{x} \div \frac{x+4}{3x}$

Alternatif Penyelesaian

$$\begin{aligned} \frac{x^2-16}{x} \div \frac{x+4}{3x} &= \frac{x^2-16}{x} \times \frac{3x}{x+4} && \text{mengubah operasi pembagian menjadi perkalian} \\ &= \frac{(x+4)(x-4)}{x} \times \frac{3x}{(x+4)} && \text{faktorkan } (x^2-16) \\ &= \frac{(x+4)(x-4) \times 3x}{x \times (x+4)} && \text{kalikan antar pembilang dan antar penyebut} \\ &= \frac{(x+4) \times (x-4) \times 3 \times x}{x \times (x+4)} && \text{faktorkan pembilang dan penyebut} \\ &= (x-4)3 = 3x-12 && \text{ sederhanakan, syarat } x+4 \neq 0 \end{aligned}$$

Ajak siswa untuk memahami Contoh 2.13 dan Contoh 2.14, serta alternatif penyelesaiannya. Ajak siswa untuk memahami keterangan pada setiap langkah penyederhanaan bentuk aljabar.

Contoh 2.15

Sederhanakan bentuk aljabar $\frac{x^2 + 3x + 2}{x + 1}$

Alternatif Penyelesaian

$$\begin{aligned}\frac{x^2 + 3x + 2}{x + 1} &= \frac{(x + 1)(x + 2)}{x + 1} && \text{faktorkan pembilang} \\ &= x + 2 && \text{ sederhanakan, syarat } (x + 2) \neq 0\end{aligned}$$

Ayo Kita Menanya

Berdasarkan hasil pengamatan kalian, tuliskan pertanyaan tentang hal yang masih belum kalian pahami dari kegiatan pengamatan.

Pertanyaan kalian sebaiknya memuat kata “menyederhanakan” dan “bentuk aljabar”.

Menggali Informasi

Berikut disajikan beberapa contoh soal menyederhanakan bentuk aljabar.

Contoh 2.16

Tentukan bentuk sederhana dari bentuk aljabar berikut $\frac{\frac{6}{x} - 2y}{4y - \frac{12}{x}}$

Alternatif Penyelesaian

$$\begin{aligned}\frac{\frac{6}{x} - 2y}{4y - \frac{12}{x}} &= \frac{\frac{6 - 2xy}{x}}{\frac{4xy - 12}{x}} && \text{ menyamakan penyebut dari bentuk aljabar pembilang} \\ &= \frac{6 - 2xy}{x} \times \frac{x}{4xy - 12} && \text{ mengubah pembagian menjadi perkalian} \\ &= \frac{(6 - 2xy) \times x}{x \times (4xy - 12)} && \text{ mengalikan antar pembilang dan antar penyebut} \\ &= \frac{6 - 2xy}{4xy - 12} && \text{ pembilang dan penyebut dibagi } x, \text{ syarat } x \neq 0\end{aligned}$$

Ayo Kita Menanya

Minta siswa untuk menuliskan pertanyaan tentang hal yang belum dipahami dari kegiatan mengamati.

Contoh pertanyaan:

1. Bagaimana cara menyederhanakan bentuk aljabar yang lebih rumit?
2. Bagaimana kita bisa tahu langkah demi langkah pada penyederhanaan bentuk aljabar?

Menggali Informasi

Ajak Siswa untuk memahami beberapa contoh beserta langkah untuk menyederhanakan bentuk aljabar.

Ajak siswa untuk memahami Contoh 2.16 serta alternatif pemecahannya. Contoh yang disajikan pada kegiatan Ayo Kita Menggali Informasi relatif lebih rumit dari pada yang disajikan di kegiatan Ayo Kita Amati.

$$\begin{aligned}
 &= \frac{-2xy+6}{4xy-12} && \text{komutatif} \\
 &= \frac{-2(xy-3)}{4(xy-3)} && \text{memfaktorkan pembilang dan penyebut} \\
 &= \frac{-2}{4} && \text{pembilang dan penyebut dibagi } (xy-3), \text{ syarat } (xy-3) \neq 0 \\
 &= -\frac{1}{2} && \text{pembilang dan penyebut dibagi 2}
 \end{aligned}$$

 **Contoh 2.17**

Tentukan bentuk sederhana dari bentuk aljabar berikut $\frac{\frac{a+b}{a-b} - \frac{a+b}{a+b}}{\frac{a-b}{a+b}}$

 **Alternatif Penyelesaian**

$$\begin{aligned}
 \frac{\frac{a+b}{a-b} - \frac{a+b}{a+b}}{\frac{a-b}{a+b}} &= \frac{\frac{b(a+b) - a(a+b)}{a-b}}{\frac{a-b}{a+b}} && \text{menyamakan penyebut dari bentuk pembilang} \\
 &= \frac{\frac{(b-a)(a+b)}{a-b}}{\frac{a-b}{a+b}} && \text{distributif} \\
 &= \frac{(b-a)(a+b)}{ab} \times \frac{a+b}{a-b} && \text{mengubah pembagian menjadi perkalian} \\
 &= \frac{(b-a)(a+b)(a+b)}{ab(a-b)} && \text{mengalikan antar pembilang dan antar penyebut} \\
 &= \frac{-(a-b)(a+b)}{ab} \times \frac{a+b}{a-b} && \text{memfaktorkan bentuk } (b-a) \\
 &= \frac{-(a+b)(a+b)}{ab} && \text{pembilang dan penyebut dibagi } (a-b), \text{ syarat } (a-b) \neq 0
 \end{aligned}$$

Ajak siswa untuk memahami Contoh 2.17 serta alternatif penyelesaiannya. Jelaskan kepada siswa tentang mengapa harus diberi syarat ketika menyederhanakan (membagi bentuk aljabar pembilangan dan penyebut yang sama) bentuk aljabar tidak boleh sama dengan nol.



Berdasarkan pada pengamatan di atas dan hasil informasi yang kalian dapatkan, sederhanakan dari bentuk aljabar berikut.

a. $\frac{4}{x+3} - \frac{5}{x-1}$

b. $\frac{3}{2x+5} + \frac{2}{6x^2+7x-20}$

c. $\frac{2a}{3x} \times \frac{2x-6xy}{12a}$

d. $\frac{x^2+4x-12}{2x^2+9x-18}$

e. $\frac{-3x^2+18x+21}{x^2-8x+21}$

f. $\frac{-6x^2+22x-20}{9x^2-25}$

g. $\frac{12}{x^2-9} \div \frac{3}{x+3}$

h. $\frac{\frac{1}{x+y} - \frac{2}{x-y}}{\frac{3}{x-y} + \frac{4}{x+y}}$

Buatlah kesimpulan tentang, bagaimana suatu bentuk aljabar dikatakan sederhana, dan bagaimana menyederhanakannya?



Sajikan jawaban kalian semenarik dan sejelas mungkin. Bandingkan dengan jawaban teman kalian. Lalu presentasikan di depan kelas.



Minta siswa untuk menjawab pertanyaan pada kegiatan Ayo Kita Menalar.



a. $\frac{-x-19}{(x+3)(x-1)}$

b. $\frac{9x-10}{6x^2+7x-20}$

c. $\frac{2-6y}{18}$

d. $\frac{x-2}{2x-3}$

e. $\frac{-3x-21}{x+1}$

f. $\frac{-2x+4}{3x+5}$

g. $\frac{4}{x-3}$

h. $\frac{-x-3y}{7x-y}$



Minta siswa untuk menyajikan jawabannya di depan kelas.



Latihan 2.5

Sederhanakan bentuk-bentuk aljabar berikut.

1. $2x + 3y - 4x - 5y$

2. $9x^2 + 7x^3 - 8x^2 - 5x^3$

3. $7a(1+b) - 3b(1+a)$

4. $\frac{3b - bx}{cx - 3c}$

5. $\frac{3}{x+1} + \frac{3}{x-1}$

6. $\frac{x}{x+y} + \frac{y}{x-y}$

7. $\frac{\frac{x^2 + y^2}{x+y}}{\frac{x}{y} + \frac{y}{x}}$

8. $\frac{x^2 - 5x - 6}{x+1}$

9. $\frac{3x^2 - 27}{x^2 + 2x - 3}$

10. $\frac{2x^2 + 3x - 9}{x^2 + 2x - 3}$

11. $\frac{2x^2 - 5x - 12}{x^2 - 16}$

12. $\frac{-x^2 - 2x + 35}{x^2 - 25}$

Setelah Pelaksanaan Pembelajaran

1. Ajak siswa untuk melakukan refleksi terhadap kegiatan belajar yang sudah dilalui
2. Periksalah apakah semua kelompok sudah mencatat hal-hal yang penting pada kegiatan kali ini
3. Mintalah siswa untuk mengerjakan soal latihan yang ada di buku siswa.



Tugas Projek 2

Pada pertemuan awal Bab ini guru kalian telah memberi permainan tebakan tanggal lahir. Guru meminta kalian untuk mengikuti instruksi berikut.

1. Mengalikan tanggal lahir dengan 5
2. Menambahkan hasilnya dengan 9
3. Mengalikan hasilnya dengan 4
4. Menambahkan hasilnya dengan 8
5. Mengalikan hasilnya dengan 5
6. Menambahkan dengan bulan lahir

Projek

- a. Cari tahu bagaimana cara guru kalian menebak tanggal lahir kalian dengan tepat.
- b. Buatlah tebakan lain dengan aturan berbeda itu misal tentang tanggal lahir, nomor hp, sebarang bilangan, atau yang lain.
- c. Terapkan tebakan yang kalian buat untuk menguji kebenaran aturan tebakan yang kalian buat.



Merangkum 2

Tuliskan hal-hal penting yang telah kalian dapatkan pada Bab 2 Operasi Aljabar.

Minimal rangkuman kalian adalah jawaban dari pertanyaan berikut:

1. Apa yang di maksud dengan variabel, koefisien, dan konstanta? Buatlah contoh untuk menjelaskan jawaban kalian.
2. Bagaimana cara menjumlahkan, mengurangkan, mengalikan, membagi bentuk aljabar? Jelaskan.
3. Bagaimana cara menyederhanakan bentuk aljabar? Jelaskan.



Merangkum

Minta siswa untuk membuat rangkuman materi dari kegiatan pembelajaran yang telah didapatkan.

- Untuk menjumlahkan/mengurangkan bentuk aljabar dengan bentuk aljabar, jika terdapat suku sejenis, maka hasil penjumlahan/pengurangannya bisa disederhanakan dengan menjumlahkan koefisien dari suku sejenis tersebut.

Untuk perkalian, pada suku yg dikalikan ada variabel yang sama maka ditulis dalam bentuk pangkat.

Untuk pembagian, seperti pada langkah-langkah membagikan pada kegiatan menalar.

- Menjumlahkan/mengurangkan suku-suku sejenis, membagi bentuk aljabar yang bisa dibagi.

- Suku adalah bagian dari bentuk aljabar yang dipisahkan oleh tanda tambah atau kurang.

Koefisien adalah faktor konstan pada suatu suku

Variabel adalah suatu simbol yang mewakili suatu nilai tertentu

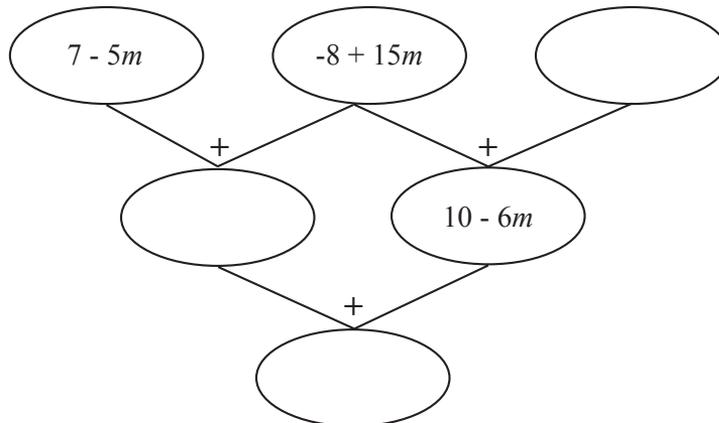
Konstanta suku pada bentuk aljabar yang berupa bilangan/nilai tertentu.





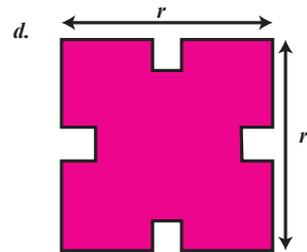
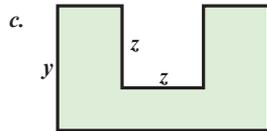
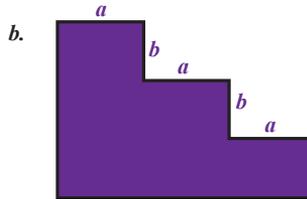
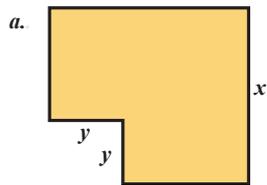
Uji Kompetensi 2

1. Tentukan hasil penjumlahan bentuk aljabar:
 - a. $6x+5$ dengan $-3x-6$
 - b. $6x-5y-2z$ dengan $-8x+6y+9z$
 - c. $3(2x^2-4x+5)$ dengan $2(4x^2+3x-7)$
2. Tentukan hasil pengurangan
 - a. $5x-9y$ dari $7x+15y$
 - b. $5x-3y+7$ dari $5y-3x-4$
 - c. $-x^2+6xy+3y^2$ dari $5x^2-9xy-4y^2$
3. tentukan hasil perkalian dari :
 - a). $5x^2(6x-3y)$
 - b). $(2x-2)(x+5)$
 - c). $(x-5)(x^2-4x+20)$
4. Tuliskan bentuk aljabar yang hilang di setiap lingkaran kosong berikut.



5. Tentukan hasil bagi
 - a. $4x^2+16x+15$ oleh $(2x+5)$
 - b. $4x^3+12x^2-x-15$ oleh $x-1$
 - c. $4x^3+12x^2-x-15$ oleh $2x^2+3x-5$

6. Nyatakan keliling dan luas bangun berikut dalam bentuk aljabar! (ada soal yang menyuruh menghitung keliling dalam bentuk aljabar di bawah ini tlg dihilangkan hilangkan)



7. Sederhanakan bentuk aljabar berikut:

- a. $4x^2 + x - x^2 + 2$
 b. $2ab - 3bc + 5ba - 4cb$
 c. $-2(2x^2 + 3x - 4)$

8. Tentukan bentuk paling sederhana dari bentuk aljabar berikut.

- a. $\frac{1}{(x+3)} + \frac{4}{(2x+6)}$
 b. $\frac{5}{(x+3)} + \frac{5}{(x^2-9)}$
 c. $\frac{5}{(x+2)} + \frac{5}{(x-2)}$

9. Sederhanakan bentuk aljabar berikut.

- a. $\frac{(x+1)}{(x+2)} + \frac{(1-x)}{(x-2)}$
 b. $\frac{\frac{x}{2y} - \frac{y}{2x}}{x - y}$
 c. $\frac{\frac{a}{b} - \frac{(1-a)}{(1-b)}}{1 - \frac{b(1-a)}{a(1-b)}}$

10. Sederhanakan bentuk aljabar berikut

a. $\frac{x^2 + 6x + 8}{x^2 - 16}$

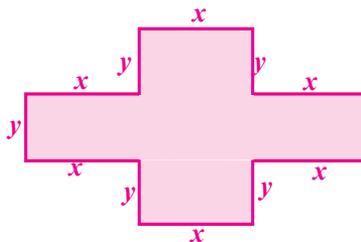
b. $\frac{2x^2 - 8}{x^2 + x - 6}$

c. $\frac{4x^2 - 4x - 15}{2x^2 + x - 3}$

11. Bu Marhawi membeli 14 kg tepung, 17 kg wortel, dan 4 kg tomat. Karena terlalu lama disimpan 4 kg tepung, 3 kg wortel, dan 3 kg tomat ternyata rusak/busuk. Tentukan tepung, wortel, dan tomat yang tersisa. Jika harga tepung, wortel, dan tomat secara berurutan adalah x rupiah, y rupiah, dan z rupiah, nyatakan harga barang yang dibeli Bu Marhami tersebut dalam bentuk aljabar.

12. Arman mempunyai 5 buah robot dan 8 buah mobil-mobilan. Jika Arman diberi 2 buah robot oleh ibu dan 3 mobil-mobilannya ia berikan kepada Arif, berapa sisa robot dan mobil Arman. Nyatakan dalam bentuk aljabar.

13. Tentukan keliling dan luas daerah berikut, jika diketahui $x + y = 12$.



14. Sketsalah suatu bangun datar yang kelilingnya dinyatakan dalam bentuk aljabar berikut.

a. $3a + 6b$

b. $4x + 10y$

c. $10x + 2y + 4z$

15. Seorang anak merahasiakan tiga bilangan. Dia hanya memberi tahu jumlah dari masing dua bilangan tersebut secara berturut-turut adalah 28, 36, 44. Tentukan jumlah ketiga bilangan tersebut.

16. Misalkan m dan n adalah bilangan bulat positif yang memenuhi $\frac{1}{m} + \frac{1}{n} = \frac{4}{7}$. Nilai $m^2 + n^2$ adalah ...

17. Diketahui bilangan bulat positif n memiliki sifat-sifat berikut. 2 membagi n , 3 membagi $n + 1$, 4 membagi $n + 2$, 5 membagi $n + 3$, 6 membagi $n + 4$, 7 membagi $n + 5$, dan 8 membagi $n + 6$. Bilangan bulat positif pertama yang memiliki sifat-sifat ini adalah 2. Tentukan bilangan bulat positif ke-4 yang memenuhi sifat-sifat tersebut.

18. Jika bilangan bulat x dan y dibagi 4, maka bersisa 3. Jika bilangan $x - 3y$ dibagi 4, maka bersisa...

19. Dua bilangan jumlahnya 30. Hasil kalinya 200. Akan dicari selisihnya tanpa menghitung bilangan tersebut.

a. Nyatakan yang diketahui dalam bentuk aljabar.

b. Nyatakan yang ditanya dalam bentuk aljabar.

c. Nyatakan hubungan bentuk aljabar yang ditanya dengan bentuk aljabar yang diketahui.



Soal Pengayaan

aljabar dari:

- a. $4x^2 + x - x^2 + 2$
- b. $2ab - 3bc + 5ba - 4cb$
2. Jumlahkan bentuk aljabar dari:
 - a. $6x + 5$ dan $-3x - 6$
 - b. $6x - 5y - 2z$ dan $-8x + 6y + 9z$
3. Kurangkanlah:
 - a. $5x - 9y$ dari $7x + 15y$
 - b. $5x - 3y + 7$ dari $5y - 3x - 4$
4. Tentukan hasil perkalian dari:
 - a. $5x^2(6x - 3y)$
 - b. $(2x - 2)(x + 5)$
 - c. $-2(2x^2 + 3x - 4)$
5. Sederhanakan bentuk aljabar berikut:
 - a. $10p^8 q^5 : 5 p^7 q^3$
 - b. $\frac{y}{2} + \frac{x - 3}{3y}$
 - c. $\frac{3x^2 + 5x - 12}{3x - 4}$
6. Usia Pak Abdul sekarang sama dengan 3 kali usia anak pertamanya, Udin. Pada 10 tahun mendatang jumlah usia mereka adalah 76 tahun. Berapakah usia Pak Abdul saat Udin lahir?
7. Pak Tohir memiliki sebidang tanah berbentuk persegi dengan sisi-sisinya $(10 - x)m$. Di tanah tersebut ia akan membuat kolam ikan berbentuk persegi dengan sisi-sisinya $(8 - x)m$. Jika ia menyisakan tanah itu seluas 28 m^2 , maka berapakah luas tanah Pak Tohir sebenarnya?
8. Diketahui suatu segitiga dengan alas $(x + 2)$ cm dan $(x^2 - 4)$ cm² luasnya .
 - a. Tentukan tinggi segitiga dalam variabel .
 - b. Jika $x = 3$, tentukan ukuran segitiga tersebut.
9. Selisih 2 bilangan positif adalah 5. Jumlah kuadratnya sama dengan 2.100 kurangnya dari kuadrat jumlah kedua bilangan itu. Jumlah kedua bilangan itu adalah
10. Bilangan 45 dapat dinyatakan sebagai selisih dari bilangan kuadrat, yakni, dengan a dan b adalah bilangan asli. Semua pasangan bilangan asli a dan b yang memenuhi persamaan $a^2 - b^2$ adalah....
11. Diketahui a dan b adalah digit-digit pada bilangan ab dan ba , sehingga. Berapakah nilai dari $a^2 + b^2$?
12. Diketahui a dan b adalah digit-digit pada bilangan dua digit ab dan ba , sehingga $(ab)^2 - (ba)^2 = 1.089$. Berapakah nilai dari $a^2 + b^2$?



Pedoman Penilaian

No	Aspek Penilaian	Capaian	Keterangan	
1	Keterselesaian Buku Siswa	B-	Bila Buku Siswa terselesaikan dengan baik	
		<B-	Bila ada bagian dari Buku Siswa yang tidak terselesaikan	
2	Portofolio: a) Uji Kompetensi b) Soal dari tempat lain	A	Bila memilih soal dari Uji Kompetensi dengan kategori Sangat Sulit dan mampu menyelesaikannya dengan baik	
		A-	Bila memilih soal dari Uji Kompetensi dengan kategori Sulit dan mampu menyelesaikannya dengan baik	
		B+	Bila memilih soal dari Uji Kompetensi dengan kategori Sedang dan mampu menyelesaikannya dengan baik	
		B	Bila memilih soal dari Uji Kompetensi dengan kategori Mudah dan mampu menyelesaikannya dengan baik	
		B-	Bila memilih soal dari Uji Kompetensi dengan kategori Sangat Sulit dan kurang mampu menyelesaikannya dengan baik	
		B, B-	Bila memilih soal dari Uji Kompetensi dengan kategori Sulit dan kurang mampu menyelesaikannya dengan baik	
		B+, B, B-	Bila memilih soal dari Uji Kompetensi dengan kategori Sedang dan kurang mampu menyelesaikannya dengan baik	
		A-, B+, B, B-	Bila memilih soal dari Uji Kompetensi dengan kategori Mudah dan kurang mampu menyelesaikannya dengan baik	
		Tugas Proyek	A	Bila Proyek terselesaikan dan mampu mempresentasikan dengan Baik
			A-, B+, B	Bila ada bagian dari Proyek yang tidak terselesaikan atau kurang mampu mempresentasikan
	B-		Bila Proyek tidak terselesaikan samasekali	

Keterangan: - Nilai KKM = B-

- Aspek penilaian Nomor 1 adalah syarat nilai yang harus terpenuhi, sedangkan Aspek penilaian Nomor 2 adalah penambahan nilai.



Bab 3

Fungsi



Kata Kunci

- Relasi
- Fungsi
- Diagram Panah
- Tabel
- Grafik
- Rumus
- Fungsi



Kompetensi Dasar

Menyajikan fungsi dalam berbagai bentuk relasi, pasangan terurut, rumus fungsi, tabel, grafik, dan diagram.



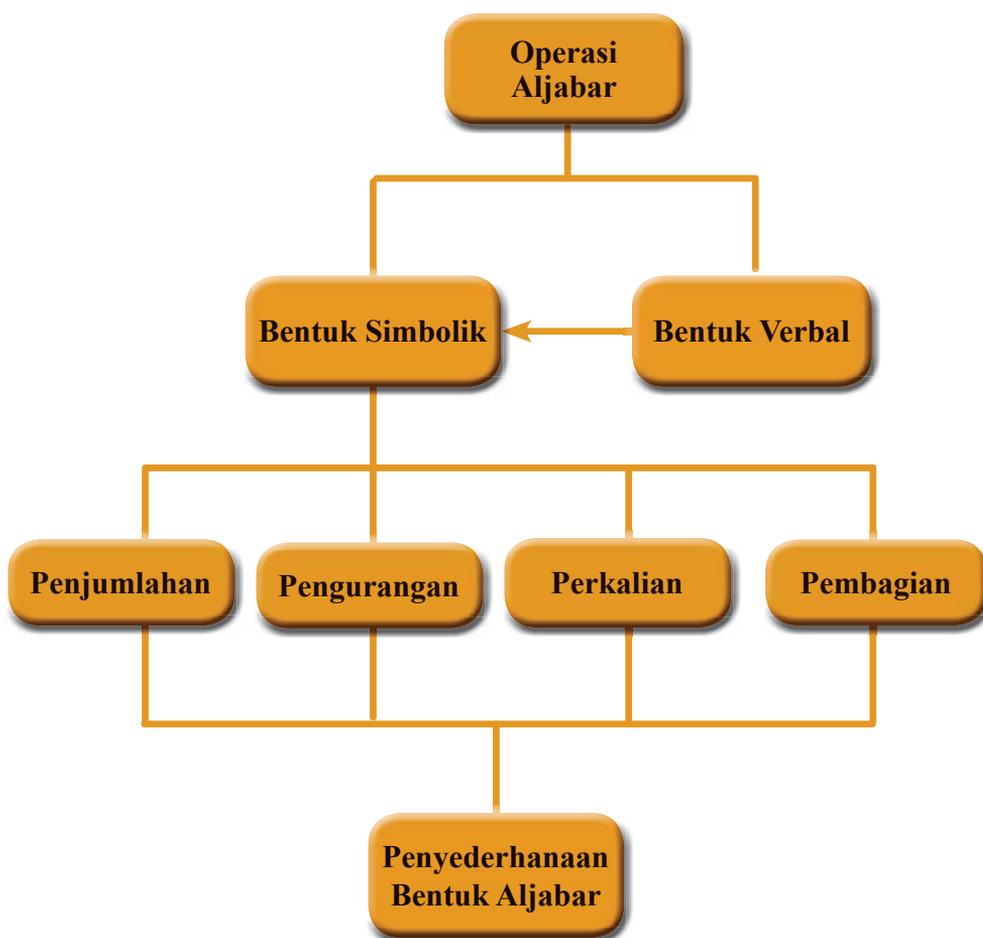
Sumber: Dokumen Kemdikbud

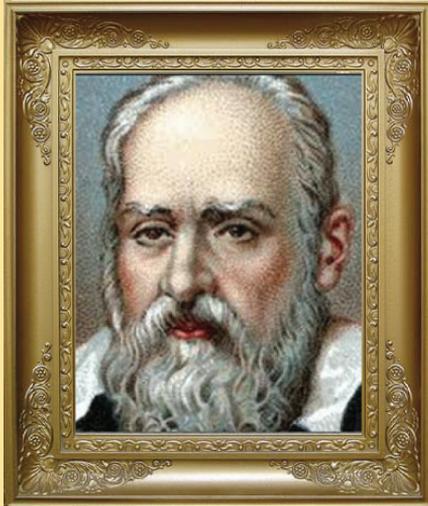
Perhatikan gambar sekelompok siswa yang sedang menerima pelajaran di suatu kelas. Setiap siswa menempati kursinya masing-masing. Tidak mungkin seorang siswa menempati lebih dari satu kursi. Demikian pula tidak mungkin satu kursi ditempati oleh lebih dari satu siswa. Dengan demikian, ada keterkaitan antara siswa dengan kursi yang ditempati. Menurutmu, apakah hal ini termasuk fungsi?



Pengalaman Belajar

1. Menjelaskan dengan kata-kata dan menyatakan masalah sehari-hari yang berkaitan dengan relasi dan fungsi.
2. Menyatakan suatu fungsi dengan notasi dan rumus.
3. Menyusun tabel pasangan nilai peubah dengan nilai fungsi.
4. Menggambar grafik fungsi pada koordinat Cartesius.





**Galileo
(1564 - 1642)**

Galileo

Galileo dipandang sebagai salah seorang pakar awal tentang Fungsi. Karyanya juga menunjukkan bahwa beliau orang yang mula-mula mengangkat konsep pemetaan antar himpunan. Pada tahun 1638, beliau mempelajari masalah tentang dua lingkaran yang konsentris (memiliki pusat yang sama) dengan pusat di O . Diameter lingkaran pertama dua kali lebih panjang dari diameter lingkaran kedua.

Secara kasat mata, banyaknya titik pada lingkaran pertama mestinya lebih banyak bahkan mungkin dua kali lebih banyak dari banyaknya titik pada lingkaran kedua. Tapi, dia mampu membuat pemetaan atau fungsi yang menunjukkan bahwa banyaknya titik pada kedua lingkaran itu sama.

Galileo termasuk orang yang tidak mau begitu saja menerima suatu kenyataan. Dia selalu mempertanyakan kebenaran suatu fenomena. Bahkan dia berani mengambil sikap yang berlainan dengan sikap kebanyakan orang pada jamannya. Bahkan dia juga berani berbeda pendapat dengan para pemimpin yang berkuasa. Dia mengenalkan teori Heliosentrisnya yang mengatakan bumilah yang mengitari matahari, bukan matahari yang mengitari bumi. Sayangnya, dia tidak mampu meyakinkan secara ilmiah kebenaran pendapatnya sehingga dia dihukum.

Beberapa hikmah yang mungkin bisa kita petik antara lain:

1. Kita harus jeli melakukan pengamatan terhadap fenomena yang ada di sekitar kita.
2. Kita harus mau dan mampu mempertanyakan kebenaran fenomena yang ada. Kita tidak boleh hanya diam diri menerima kenyataan yang ada. Kita harus membiasakan diri kita untuk selalu menanya, misalnya: "Mengapa begini? Mengapa bukan Begitu? Kalau dikondisikan begini apa jadinya? Bagaimana kalau dibuat begini? Apa yang terjadi kalau diubah ininya?"
3. Kita harus teguh pada pendirian, kalau diyakini itu memang benar, tak terbantahkan. Tetapi, kita harus tetap terbuka dengan segala kritik dan saran demi perbaikan kesimpulan kita.
4. Kalau kita ingin selamat, di samping pandai, kita juga harus pintar mengkomunikasikan ide dengan justifikasi yang lengkap, serta dilakukan secara sopan, santun, dan meyakinkan.



Membelajarkan 3.1

Memahami Ciri-Ciri Fungsi

Sebelum Pelaksanaan Pembelajaran

Sebelum Pelaksanaan Kegiatan

1. Amati dan kenali lebih dahulu contoh pesan yang terdiri dari kode sandi, berikut kegunaannya
2. Bentuk siswa menjadi kelompok kecil (3-4 orang) yang memungkinkan belajar secara efektif
3. Siapkan contoh-contoh pertanyaan, misalnya “bagaimana cara untuk mengetahui kode sandi?”
4. Identifikasi siswa-siswa yang biasanya agak sulit membuat pertanyaan
5. Identifikasi pula bentuk bantuan apa yang perlu diberikan agar siswa akhirnya mampu membuat pertanyaan
6. Sediakan tabel-tabel yang diperlukan bagi siswa untuk mengisikan hasil kerjanya
7. Sediakan kertas HVS secukupnya
8. Mungkin perlu diberikan contoh kritik, komentar, saran, atau pertanyaan terhadap suatu karya agar siswa bisa meniru dan mengembangkan lebih jauh sesuai dengan materinya

Karakteristik Fungsi

Bisakah kalian memahami pesan berikut:

Gambar 3.1 Seseorang sedang membaca sandi

Tanpa mengetahui kode sandinya, pesan di atas tentu tidak bisa dimengerti. Lain halnya jika kita punya kode pesan berikut:

A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z
d	e	f	g	h	i	j	k	l	m	n	o	p	q	r	s	t	u	v	w	x	y	z	a	b	c

Artinya huruf A di tulis sebagai *d*, huruf B ditulis sebagai *e*, huruf C ditulis sebagai *f* dll, maka sandi-sandi di atas artinya adalah:

KUNCINYA LIHAT DI BAWAH POT MAWAR

Maka, sekarang pesan itu memiliki makna yang jelas. Di dalam kehidupan sehari-hari, seseorang kadangkala merahasiakan pesan yang ingin disampaikan. Dia tidak ingin pesannya dengan mudah bisa dibaca oleh orang lain, apalagi oleh orang yang tidak diinginkan.

74 Kelas VIII SMP/MTs Semester 1

Apersepsi

Kenalkan siswa contoh pesan yang terdiri dari kode sandi.

Diberitahukan bahwa sandi tersebut akan bisa ditebak jika ada pola bentuk sandi seperti pada tabel

Guru meminta siswa untuk memahami kode sandi dengan model seperti tabel berikut:

A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z
d	e	f	g	h	i	j	k	l	m	n	o	p	q	r	s	t	u	v	w	x	y	z	a	b	c

Tabel-tabel tersebut mempunyai arti bahwa huruf *A* ditulis sebagai *d*, huruf *B* ditulis sebagai *e*, huruf *C* ditulis sebagai *f* dan seterusnya, sehingga sandi-sandi di atas artinya adalah:

KUNCINYA LIHAT DI BAWAH POT MAWAR

Dengan demikian pesan-pesan di atas sudah memiliki makna yang jelas, karena aturannya sudah diketahui. Kode sandi seperti ini seringkali kita jumpai pada kegiatan pramuka. Contohnya adalah sandi morse, sandi semaphore, sandi rumput, sandi abjad, sandi angka, sandi baca silang, sandi lingkaran, sandi balik, sandi jam, sandi kompas, sandi gambar, sandi tanggal, dan lain-lain.

Kegiatan 3.1

Memahami Ciri-ciri Fungsi

Fungsi merupakan salah satu konsep penting dalam matematika. Dengan mengenali fungsi atau hubungan fungsional antar unsur-unsur matematika, kita bisa lebih mudah memahami suatu permasalahan dan menyelesaikannya. Karena itu, memahami fungsi merupakan hal yang sangat diharapkan dalam belajar matematika.

Pertama kali, mari kita pelajari ciri-ciri dari suatu fungsi.

Perhatikan aturan membuat sandi sebagai berikut:

Aturan 1:

A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z
d	e	f	g	h	i	j	k	l	m	n	o	p	q	r	s	t	u	v	w	x	y	z	a	b	c

Aturan 2:

A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z
a	b	c	d	e	a	b	c	d	e	a	b	c	d	e	a	b	c	d	e	a	b	c	d	e	a

Aturan 3:

A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z
1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	1	2	3	4	5	6

Aturan 4:

A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z
z	y	x	w	v	u	t	s	r	q	p	o	n	m	l	k	j	i	h	g	f	e	d	c	b	a

Perhatikan pula kata-kata berikut:

- Selidiki
- Siapa
- Sebenarnya
- Si Udin

Coba lengkapi tabel berikut (boleh di kertas kerja terpisah) dengan kata-kata sandi yang mungkin tertampakkan.

Kata Asli	Daftar Semua Kata Sandi yang Mungkin Dihilkan Bila Menggunakan			
	Aturan 1	Aturan 2	Aturan 3	Aturan 4
Selidiki				
Siapa				
Sebenarnya				
Si Udin				

Perhatikan dengan seksama apakah kata sandi setiap kata bersifat tunggal. Maksudnya: "Apakah setiap kata disandikan hanya dengan satu 'sandi' saja?"

Apersepsi

- Informasikan tugas yang akan mereka kerjakan (yaitu akan mempelajari aturan membuat pesan), maksimal 20 menit dan aturan mainnya seelas mungkin sebelum mereka mengamati.
- Minta siswa untuk memperhatikan dengan teliti pada model-model sandi yang ada pada tabel, kemudian melengkapi isi tabel dengan pendampingan terbimbing.

Kalau kalian mengerjakan dengan sungguh-sungguh, beberapa sandi yang mungkin dihasilkan dapat dilihat pada tabel berikut.

Kata Asli	Daftar Semua Kata Sandi yang Mungkin Dihasilkan Bila Menggunakan			
	Aturan 1	Aturan 2	Aturan 3	Aturan 4
Selidiki	<i>vholglnl</i>			
Siapa		<i>ddaaa</i>		
Sebenarnya				<i>hvyvmzimbz</i>
Si Udin			<i>99 1494</i>	

Coba lengkapi tabel di atas.

Sebagai orang yang kritis dan kreatif, kita bisa mengajukan beberapa pertanyaan. Sebagai contoh:

1. Manakah dari aturan 1 sampai dengan aturan 4 tersebut yang paling baik digunakan untuk membuat kata sandi? Mengapa?
2. Dengan aturan 2, kata "SIAPA" disandikan menjadi "ddaaa". Apa keunggulan dan kekurangan dari aturan penyandian ini?

Coba kalian rumuskan sedikitnya 3 pertanyaan lain terkait dengan aturan penyandian di atas. Kalau bisa, upayakan pertanyaan kalian memuat kata-kata "sandi" dan "pilihanmu".



Masalah 3.1

Aturan yang menghubungkan himpunan $\{A, B, C, \dots, Z\}$ ke himpunan $\{a, b, c, \dots, z\}$ merupakan **fungsi** dari himpunan $\{A, B, C, \dots, Z\}$ ke himpunan $\{a, b, c, \dots, z\}$. Demikian pula dengan aturan yang menghubungkan himpunan $\{A, B, C, \dots, Z\}$ ke himpunan $\{a, b, c, d\}$; dan aturan yang menghubungkan himpunan $\{A, B, C, \dots, Z\}$ ke himpunan $\{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$.

Akan tetapi, sebaliknya, aturan yang menghubungkan himpunan $\{a, b, c, d\}$ ke himpunan $\{A, B, C, \dots, Z\}$ adalah **bukan fungsi** dari himpunan $\{a, b, c, d\}$ ke himpunan $\{A, B, C, \dots, Z\}$. Aturan yang menghubungkan himpunan $\{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ ke himpunan $\{A, B, C, \dots, Z\}$ juga **bukan** merupakan fungsi.

Sebagai generasi muda yang kritis dan kreatif, tentu kalian harus mempertanyakan. Sebagai contoh, kalian bisa mengajukan pertanyaan:

1. Agar suatu aturan bisa disebut fungsi dari himpunan A kepada himpunan B , apa saja syarat yang harus dipenuhi?
2. Jika suatu aturan merupakan fungsi dari himpunan A kepada himpunan B , apakah kebalikannya juga merupakan fungsi dari himpunan B kepada himpunan A ?

Nah... coba buatlah minimal tiga pertanyaan lagi tentang fungsi. Upayakan pertanyaan kalian memuat sedikitnya kata-kata: "semua anggota himpunan A ", "semua anggota himpunan B ", dan/atau "fungsi dari himpunan A kepada himpunan B ".

Ajak siswa untuk memahami Masalah 3.1 mengenai fungsi dan bukan fungsi



Ayo Kita Amati

1. Ajak siswa untuk memperhatikan dan memahami Masalah 3.1
2. Himbaulah siswa untuk memperhatikan tentang aturan yang memasangkan suatu himpunan.
3. Ajak siswa untuk memahami beberapa contoh tentang daerah asal dan daerah hasil serta rumus suatu fungsi.
4. Minta siswa untuk mengamati aturan yang menghubungkan antara unsur-unsur dari dua himpunan dan untuk memahami konsep fungsi melalui kasus-kasus yang diberikan pada buku siswa.
5. Minta siswa untuk memahami beberapa contoh tentang daerah asal dan daerah hasil serta rumus suatu fungsi.



Alternatif Pemecahan Masalah



Ayo Kita Amati

Aturan yang menghubungkan antara unsur-unsur dari dua himpunan, secara matematis, biasa disebut dengan istilah **relasi**. Karena itu, aturan-aturan 1 sampai dengan 4 tersebut adalah relasi.

Akan tetapi, aturan-aturan penyandian tersebut bukan hanya sekedar relasi. Aturan itu lebih tepat disebut sebagai **fungsi** dari himpunan $\{A, B, C, D, \dots, Z\}$ ke himpunan $\{a, b, c, d, \dots, z\}$, atau dari himpunan $\{A, B, C, D, \dots, Z\}$ ke himpunan $\{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$, atau dari himpunan $\{A, B, C, D, \dots, Z\}$ ke himpunan $\{a, b, c, d\}$.

Nah... untuk memahami konsep fungsi, perhatikan dengan seksama kasus-kasus berikut:

Misalkan kita mempunyai dua himpunan, yaitu: $A = \{1, 2, 3\}$ dan himpunan $B = \{a, b\}$. Berikut beberapa relasi yang mungkin terjadi antara anggota-anggota himpunan A dengan anggota-anggota himpunan B :

1. $\{(1, a)\}$
2. $\{(1, b)\}$
3. $\{(2, a)\}$
4. $\{(2, b)\}$
5. $\{(3, a)\}$
6. $\{(3, b)\}$
7. $\{(1, a), (2, b)\}$
8. $\{(1, a), (3, b)\}$
9. $\{(1, b), (2, a)\}$
10. $\{(1, b), (3, a)\}$
11. $\{(2, a), (3, b)\}$
12. $\{(2, b), (3, a)\}$
13. $\{(1, a), (2, a), (3, a)\}$
14. $\{(1, a), (2, a), (3, b)\}$
15. $\{(1, a), (2, b), (3, a)\}$
16. $\{(1, a), (2, b), (3, b)\}$
17. $\{(1, b), (2, b), (3, b)\}$
18. $\{(1, b), (2, b), (3, a)\}$
19. $\{(1, b), (2, a), (3, b)\}$
20. $\{(1, b), (2, a), (3, a)\}$

Dari 20 relasi di atas, yang bisa dikategorikan sebagai fungsi dari himpunan A ke himpunan B adalah relasi nomor 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, dan 20. Jadi, hanya ada sebanyak 8 fungsi.

Selebihnya, dari contoh di atas, tidak memenuhi syarat untuk dikatakan sebagai fungsi dari A ke B .

Untuk memahami ciri-ciri dari suatu fungsi, sebaiknya perhatikan uraian berikut.

Yang bisa menjadi fungsi dari $B = \{a, b\}$ ke $A = \{1, 2, 3\}$ adalah:

1. $\{(a, 1), (b, 1)\}$
2. $\{(a, 1), (b, 2)\}$
3. $\{(a, 1), (b, 3)\}$
4. $\{(a, 2), (b, 1)\}$
5. $\{(a, 2), (b, 2)\}$
6. $\{(a, 2), (b, 3)\}$
7. $\{(a, 3), (b, 1)\}$
8. $\{(a, 3), (b, 2)\}$
9. $\{(a, 3), (b, 3)\}$

Perlu kalian ketahui, dalam konteks fungsi dari Himpunan A ke Himpunan B , maka Himpunan A disebut Daerah Asal atau *Domain* dan Himpunan B disebut dengan Daerah Kawan atau *Kodomain* dari fungsi tersebut.

Contoh 3.1

Kalau himpunan pasangan berurutan $\{(1, a), (2, a), (3, a)\}$ merupakan fungsi dari $\{1, 2, 3\}$ ke $\{a, b\}$, maka *Domain* dan *Kodomain* dari fungsi ini berturut-turut adalah $\{1, 2, 3\}$ dan $\{a, b\}$.

Contoh 3.2

Kalau himpunan pasangan berurutan $\{(a, 3), (b, 1)\}$ merupakan fungsi dari $\{a, b\}$ ke $\{1, 2, 3\}$, maka *Domain* dan *Kodomain* dari fungsi ini berturut-turut adalah $\{a, b\}$ dan $\{1, 2, 3\}$.

Mungkin kalian bertanya, “Iho... pada fungsi $\{(1, a), (2, a), (3, a)\}$, seperti pada Contoh 3.1 di atas, sama sekali tidak disebut huruf b . Mengapa *Kodomain*-nya tetap $\{a, b\}$? Mengapa tidak $\{a\}$ saja?”.

Pertanyaan kalian ini penting.

Dalam konteks fungsi $\{(1, a), (2, a), (3, a)\}$ dari $\{1, 2, 3\}$ ke $\{a, b\}$, himpunan semua anggota *Kodomain* yang menjadi pasangan dari anggota-anggota himpunan *Domain* memiliki istilah tersendiri, yaitu Daerah Hasil atau *Range*.

Jika $f = \{(1, a), (2, b), (3, c), (4, b)\}$ adalah fungsi dari $\{1, 2, 3, 4\}$ ke himpunan $\{a, b, c\}$, maka $f(1) = a$.

Bentuk terakhir ini dibaca dengan “bayangan dari 1 oleh fungsi f adalah a ” atau “nilai dari $f(1)$ adalah a ”.

Jika kita cari nilai dari setiap anggota *domain*, diperoleh $f(1) = a, f(2) = b, f(3) = c$, dan $f(4) = b$. Kalau dikumpulkan semuanya ini, $\{f(1), f(2), f(3), f(4)\} = \{a, b, c\}$.

Himpunan semua nilai fungsi atau himpunan semua bayangan inilah yang disebut dengan Daerah Hasil atau *Range*.

Ajak siswa untuk memahami Contoh 3.1 dan 3.2 serta alternatif penyelesaiannya

Karena itu, pada konteks fungsi $\{(a, 3), (b, 1)\}$ dari $\{a, b\}$ ke $\{1, 2, 3\}$, *Domainnya* adalah $\{a, b\}$, *Kodomainya* adalah $\{1, 2, 3\}$, dan *Rangennya* adalah $\{1, 3\}$

Pemahaman akan nilai fungsi ini seringkali diperlukan untuk merumuskan bentuk fungsi.

Contoh 3.3

Suatu fungsi linier f memiliki nilai 5 pada waktu $x = 1$, dan memiliki nilai 1 pada waktu $x = -1$. Tentukan rumus fungsinya.

Alternatif Penyelesaian

Untuk menentukan rumus fungsi dari suatu fungsi linier f memiliki nilai 5 pada waktu $x = 1$, dan memiliki nilai 1 pada waktu $x = -1$, lakukan prosedur berikut.

Langkah 1

Dari soal tersebut, diketahui bahwa fungsi f adalah fungsi linier. Karena itu, fungsi f bisa dinyatakan dengan rumus $f(x) = ax + b$

Langkah 2

Diketahui lebih lanjut bahwa $f(1) = 5$ dan $f(-1) = 1$

$f(x) = ax + b$, maka $f(1) = a(1) + b = 5$

$$a + b = 5 \quad (1)$$

$$f(-1) = a(-1) + b = 1$$

$$-a + b = 1 \quad (2)$$

Langkah 3

dari persamaan (1) dan (2) diperoleh

$$a + b = 5$$

$$\underline{-a + b = 1}$$

$$2a = 4$$

$$a = 2$$

Langkah 4

dari $a = 2$ disubstitusikan ke salah satu persamaan, misalkan persamaan (1)

$$a + b = 5$$

$$2 + b = 5$$

$$b = 5 - 2$$

$$b = 3$$

Dengan demikian, nilai $a = 2$ dan $b = 3$

Jadi, rumus fungsinya adalah $f(x) = 2x + 3$

Ajak siswa untuk memahami Contoh 3.3 serta alternatif penyelesaiannya

Pemahaman akan nilai fungsi juga akan membantu kita menentukan Daerah Hasil atau Range dari fungsi yang didefinisikan pada himpunan bilangan real.

 **Contoh 3.4**

Daerah asal fungsi f dari x ke $2x - 1$ adalah $\{x | -1 \leq x < 2, x \in R\}$. Tentukanlah daerah hasilnya.
(Keterangan; $x \in R$: x anggota himpunan bagian dari Bilangan Real)

 **Alternatif Penyelesaian**

Untuk menentukan daerah hasil dari daerah asal fungsi f dari x ke $2x - 1$ adalah $\{x | -1 \leq x < 2, x \in R\}$, lakukan prosedur berikut.

Langkah 1

Diketahui daerah asal $-1 \leq x < 2$, f dari x ke $2x - 1$

Langkah 2

Mengubah bentuk x ke dalam bentuk $2x - 1$, yaitu sebagai berikut

$$\begin{aligned} -1 &\leq x < 2 \\ -2 &\leq 2x < 4 && \text{dikalikan 2} \\ -2 - 1 &\leq 2x - 1 < 4 - 1 && \text{ditambah -1} \\ -3 &\leq 2x - 1 < 3 \end{aligned}$$

Langkah 3

Dari bentuk $-3 \leq 2x - 1 < 3$, diketahui rumus fungsi $f(x) = 2x - 1$, sehingga

$$-3 \leq f(x) < 3$$

Jadi daerah hasilnya adalah: $\{f(x) | -3 \leq f(x) < 3\}$

 **Ayo Kita Menanya**

Sekarang cobalah untuk membuat pertanyaan yang memuat kata-kata berikut?

1. "Fungsi dari A ke B ", "Anggota A ", "selalu dipasangkan", "anggota B "
2. "Fungsi dari A ke B ", "anggota A ", "tidak dipasangkan", "anggota B "
3. "Fungsi dari A ke B ", "anggota A ", "dipasangkan", "lebih dari satu", "anggota B "

 **Ayo Kita Menanya**

1. Jelaskan tugas berikutnya, yaitu membuat pertanyaan kalau perlu modelkan salah satu pertanyaan
2. Beri kesempatan kepada mereka untuk menuliskan pertanyaannya
3. Sepakati satu atau dua pertanyaan dan tuliskan di papan, Suruh siswa menjalankan rencana yang telah disepakati.

Contoh:

Jika f adalah fungsi dari A ke B , apakah ada anggota dari A yang tidak dipasangkan dengan anggota B ?



Menggali Informasi

1. Ajak siswa untuk melakukan kegiatan menggali informasi tentang kemungkinan-kemungkinan pertanyaan yang kalian buat.
2. Himbaulah siswa untuk membuat ciri-ciri dari suatu fungsi dan mencoba fungsi-fungsi yang terbentuk dari dari dua himpunan yang sudah disediakan pada buku siswa.



Ayo Kita Menalar

1. Ajak siswa berdiskusi untuk memahami contoh fungsi dan bukan contoh fungsi dari dua himpunan yang telah disediakan pada buku siswa.
2. Informasikan kepada siswa bahwa fokus jawabannya pada dua pertanyaan yang telah disediakan



Ayo Kita Menggali Informasi

Dari sekian pertanyaan yang kalian berhasil buat, mungkin ada di antaranya pertanyaan-pertanyaan berikut:

1. Jika f adalah fungsi dari A ke B , apakah setiap anggota dari A selalu dipasangkan dengan tepat satu anggota B ?
2. Jika f adalah fungsi dari A ke B , apakah ada anggota A yang tidak dipasangkan dengan satu pun anggota dari B ?
3. Jika f adalah fungsi dari A ke B , apakah ada anggota A yang dipasangkan dengan lebih dari satu anggota B ?

Untuk menjawab pertanyaan-pertanyaan tersebut, cobalah kaji contoh-contoh fungsi yang telah diberikan di atas.

Buatlah dugaan tentang ciri-ciri dari suatu fungsi dan tuliskan dugaan tersebut di kertas kalian masing-masing.

Selanjutnya, cobalah kalian diskusikan dengan teman sebangku kalian fungsi-fungsi yang mungkin dibentuk dari:

1. $\{1, 2, 3, 4\}$ ke $\{c, d\}$
2. $\{c, d\}$ ke $\{1, 2, 3, 4\}$



Ayo Kita Menalar

Perhatikan Contoh dan Bukan Contoh fungsi-fungsi dari himpunan $A = \{1, 2, 3\}$ ke himpunan $B = \{a, b\}$ berikut.

Contoh fungsi:

1. $\{(1, a), (2, a), (3, a)\}$
2. $\{(1, b), (2, b), (3, b)\}$
3. $\{(1, a), (2, a), (3, b)\}$
4. $\{(1, a), (2, b), (3, a)\}$
5. $\{(1, a), (2, b), (3, b)\}$
6. $\{(1, b), (2, a), (3, a)\}$
7. $\{(1, b), (2, b), (3, a)\}$
8. $\{(1, b), (2, a), (3, b)\}$

Contoh bukan fungsi :

1. $\{(1, a), (2, a), (2, b)\}$
2. $\{(1, b), (2, b), (2, b)\}$
3. $\{(1, a), (1, b), (3, b)\}$
4. $\{(2, a), (2, b), (3, a)\}$
5. $\{(2, a), (2, b), (2, c)\}$
6. $\{(1, b), (2, a), (2, b)\}$
7. $\{(3, a), (3, b), (3, c)\}$
8. $\{(1, b), (2, a), (3, b)\}$

Coba pusatkan perhatian kita kepada dua hal:

- (1) apakah setiap anggota A dipasangkan dengan anggota di B ?, dan
- (2) berapa anggota B yang dihubungkan dengan satu anggota A ?

Apakah setiap anggota A dihubungkan dengan anggota di B ?

- Iya, untuk contoh fungsi: bahwa setiap anggota A dihubungkan dengan anggota B
- Tidak, untuk contoh bukan fungsi: Karena contoh 1 sampai dengan contoh 8 ada anggota dari himpunan A tidak dihubungkan dengan anggota himpunan di B .

Berapa anggota B yang dihubungkan dengan satu anggota A ?

- Untuk contoh fungsi; ada sebanyak 2, yaitu nomor 5 dan 7
- untuk contoh bukan fungsi; ada sebanyak 2, yaitu nomor 5 dan 7

Kemudian lengkapi tabel berikut.

No.	Contoh Fungsi	Apakah setiap anggota A selalu dipasangkan dengan anggota B ? (YA/TIDAK)	Apakah pasangan dari setiap anggota domain hanya satu saja di Kodomain (YA/TIDAK)
1	$\{(1, a), (2, a), (3, a)\}$		
2	$\{(1, b), (2, b), (3, b)\}$		
3	$\{(1, a), (2, a), (3, b)\}$		
4	$\{(1, a), (2, b), (3, a)\}$		
5	$\{(1, a), (2, b), (3, b)\}$		
6	$\{(1, b), (2, a), (3, a)\}$		
7	$\{(1, b), (2, b), (3, a)\}$		
8	$\{(1, b), (2, a), (3, b)\}$		
No.	Contoh Bukan Fungsi	Apakah setiap anggota A selalu dipasangkan dengan anggota B ? (YA/TIDAK)	Apakah pasangan dari setiap anggota domain hanya satu saja di Kodomain (YA/TIDAK)
1	$\{(1, a), (2, a), (2, b)\}$		
2	$\{(1, b), (2, b), (2, b)\}$		
3	$\{(1, a), (1, b), (3, b)\}$		
4	$\{(2, a), (2, b), (3, a)\}$		
5	$\{(2, a), (2, b), (2, c)\}$		
6	$\{(1, b), (2, a), (2, b)\}$		
7	$\{(3, a), (3, b), (3, c)\}$		
8	$\{(1, b), (2, a), (3, b)\}$		

Tuliskan simpulan kalian pada lembar pengamatan kalian.

82 Kelas VIII SMP/MTs Semester 1

Berikut kemungkinan jawaban yang merupakan fungsi atau bukan fungsi dari himpunan $B = \{a, b\}$ ke himpunan $A = \{p, q, r, s\}$

No.	Himpunan B ke himpunan A	Fungsi/Bukan Fungsi
1	$\{(a, p), (b, p)\}$	Fungsi
2	$\{(a, p), (b, q)\}$	Fungsi
3	$\{(a, p), (b, r)\}$	Fungsi
4	$\{(a, q), (b, s)\}$	Fungsi
5	$\{(a, q), (a, r)\}$	Bukan Fungsi
6	$\{(a, r), (b, t)\}$	Fungsi
7	$\{(b, s), (b, r), (a, p)\}$	Bukan Fungsi
8	$\{(a, p), (b, q), (a, t)\}$	Bukan Fungsi



Alternatif Jawaban

Berikut kemungkinan jawaban yang terdapat pada tabel, berdasarkan aturan pemasangan dari himpunan $A = \{1, 2, 3\}$ ke himpunan $B = \{a, b\}$.

No.	Contoh Fungsi	Apakah setiap anggota A selalu dipasangkan dengan anggota B ? (Ya/Tidak)	Apakah pasangan dari setiap anggota domain hanya satu saja di Kodomain (Ya/Tidak)
1	$\{(1, a), (2, a), (3, a)\}$	Ya	Ya
2	$\{(1, b), (2, b), (3, b)\}$	Ya	Ya
3	$\{(1, a), (2, a), (3, b)\}$	Ya	Ya
4	$\{(1, a), (2, b), (3, a)\}$	Ya	Ya
5	$\{(1, a), (2, b), (3, b)\}$	Ya	Ya
6	$\{(1, b), (2, a), (3, a)\}$	Ya	Ya
7	$\{(1, b), (2, b), (3, a)\}$	Ya	Ya
8	$\{(1, b), (2, a), (3, b)\}$	Ya	Ya
No.	Contoh Bukan Fungsi	Apakah setiap anggota A selalu dipasangkan dengan anggota B ? (Ya/Tidak)	Apakah pasangan dari setiap anggota domain hanya satu saja di Kodomain (Ya/Tidak)
1	$\{(1, a), (2, a), (2, b)\}$	Tidak	Tidak
2	$\{(1, b), (2, b), (2, b)\}$	Tidak	Tidak
3	$\{(1, a), (1, b), (3, b)\}$	Tidak	Tidak
4	$\{(2, a), (2, b), (3, a)\}$	Tidak	Tidak
5	$\{(2, a), (2, b), (2, c)\}$	Tidak	Tidak
6	$\{(1, b), (2, a), (2, b)\}$	Tidak	Tidak
7	$\{(3, a), (3, b), (3, c)\}$	Tidak	Tidak
8	$\{(1, b), (2, a), (3, b)\}$	Tidak	Tidak

Dengan demikian, fungsi adalah suatu aturan yang memasangkan setiap anggota domain memasangkan tepat satu dengan anggota kodomain.

Sekarang coba kalian terapkan simpulan tersebut untuk memeriksa apakah himpunan pasangan berurutan berikut merupakan fungsi dari himpunan $B = \{a, b\}$ ke himpunan $A = \{p, q, r, s\}$ atau tidak?

1. $\{(a, p), (b, p)\}$
2. $\{(a, p), (b, q)\}$
3. $\{(a, p), (b, r)\}$
4. $\{(a, q), (b, s)\}$
5. $\{(a, q), (a, r)\}$
6. $\{(a, r), (b, t)\}$
7. $\{(b, s), (b, r), (a, p)\}$
8. $\{(a, p), (b, q), (a, t)\}$



Ayo Kita Berbagi

Tuliskan kesimpulan kalian tentang ciri-ciri dari fungsi A ke B , dan hasil pemeriksaan kalian terhadap 8 soal di atas.

Pertukarkan tulisan tersebut dengan teman sebangku. Secara santun, silahkan saling berkomentar, menanggapi komentar, memberikan usul dan menyepakati ide-ide yang paling tepat.



Sedikit Informasi

Relasi adalah aturan yang menghubungkan anggota-anggota dua himpunan. Akan tetapi, seperti diuraikan di atas, relasi dari himpunan A ke himpunan B tidak selalu berupa fungsi. Relasi tidak memaksakan semua anggota *Domain* dipasangkan. Relasi juga tidak memaksakan bahwa banyak pasangan dari setiap unsurnya harus tunggal. Relasi merupakan konsep yang lebih longgar dibandingkan fungsi. Karena itu, setiap fungsi adalah relasi, tetap tidak setiap relasi merupakan fungsi.



Contoh 3.5

Misalkan $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ dan $B = \{2, 3, 5, 7\}$

Relasi yang didefinisikan adalah "satu lebihnya dari" Apakah relasi dari A ke B termasuk fungsi?



Alternatif Penyelesaian

Untuk mengetahui apakah relasi dari A ke B termasuk fungsi atau bukan, lakukan prosedur berikut.



Ayo Kita Berbagi

1. Minta siswa untuk membagi hasil karyanya ke teman sebangkunya, dan pastikan temannya yang menerima hasil karya tersebut memahami apa yang harus dilakukan
2. Pantau bagaimana siswa mengerjakan tugasnya dan pastikan bahwa kalimat-kalimat yang digunakan sudah sesuai dengan kaidah budi pekerti yang baik



Sedikit Informasi

Minta siswa untuk memahami sedikit informasi yang sudah disediakan pada buku siswa beserta contoh dan uraiannya.

Langkah 1

Diketahui relasi dari A ke B adalah satu lebihnya dari
Maka relasi ini bisa dituliskan dalam bentuk himpunan pasangan berurutan: $\{(3, 2), (4, 3)\}$.

Langkah 2

Coba kita perhatikan beberapa anggota A yang tidak bisa dipasangkan ke B , yakni:
Beberapa anggota A yang tidak bisa memasangkan ke B adalah 1, 2, dan 5
Hal ini karena tidak ada bilangan x di B demikian sehingga “1 itu satu lebihnya dari x di B ”, “2 itu satu lebihnya dari x di B ”, atau “5 itu satu lebihnya dari x di B ”

Langkah 3

Dengan demikian relasi ini bukan fungsi dari A ke B , karena ada anggota A yang tidak dipasangkan di B .

Contoh 3.6

Misalkan $A = \{2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16\}$, $B = \{1, 5, 9\}$

Relasi yang didefinisikan adalah “anggota A dua kali anggota B ”. Apakah relasi dari A ke B termasuk fungsi?

Alternatif Penyelesaian

Untuk mengetahui apakah relasi dari A ke B termasuk fungsi atau bukan, lakukan prosedur berikut.

Langkah 1

Diketahui relasi dari A ke B adalah anggota A dua kali anggota B
Maka dapat dituliskan dalam bentuk pasangan berurutan sebagai berikut: $\{(2, 1), (10, 5)\}$.

Langkah 2

Coba kita perhatikan kembali beberapa anggota A lainnya yang tidak mempunyai pasangan ke B , yakni:
Beberapa anggota A yang tidak mempunyai pasangan ke B adalah 4, 6, 8, 12, 14, dan 16. Hal ini karena tidak ada bilangan x di B demikian sehingga “4 dua kali anggota B ”, “6 dua kali anggota B ”, “8 dua kali anggota B ”, “12 dua kali anggota B ”, “14 dua kali anggota B ”, dan “16 dua kali anggota B ”

Langkah 3

Dengan demikian relasi ini juga bukan fungsi dari A ke B , karena ada beberapa anggota A tidak mempunyai pasangan di B .

Ajak siswa untuk memahami Contoh 3.6 serta alternatif penyelesaiannya

Berikut disajikan beberapa contoh fungsi yang lain yang mungkin bermanfaat bagi kalian.

Contoh 3.7

Pada peringatan Hari Kemerdekaan 17 Agustus misalnya, sering orang membuat pola potongan kertas yang disusun selang seling merah, putih, merah, putih, dan seterusnya. Orang menulisnya dengan merah, putih, merah, putih, merah, putih, ...

Pola yang terjadi ini juga sebenarnya merupakan fungsi dari himpunan bilangan Asli ke Himpunan potongan kertas warna merah dan warna putih. Secara formal, barisan ini nantinya ditulis sebagai $\{(1, \text{merah}), (2, \text{putih}), (3, \text{merah}), (4, \text{putih}), (5, \text{merah}), \dots\}$.

Contoh 3.8

Pada waktu belajar tentang barisan bilangan, kita juga banyak belajar tentang fungsi dengan domain himpunan semua bilangan asli. Barisan bilangan kuadrat bisa ditulis dalam bentuk himpunan pasangan berurut: $\{(1, 1), (2, 4), (3, 9), (4, 16), \dots\}$.

Contoh 3.9

Ketika belajar tentang hubungan antara harga barang dan banyaknya barang yang laku dijual, terutama kalau dinyatakan dalam bentuk persamaan linier $y = mx + n$, misalnya, sebenarnya kita juga belajar fungsi.

Contoh 3.10

Dalam rangka menarik pelanggan untuk berinvestasi di perusahaan X , manager perusahaan itu menyampaikan rumus laba yang bisa diperoleh dari penjualan barangnya dengan rumus sebagai berikut: misalnya $l = 25.000b - 5.000$, dengan b menyatakan banyaknya barang yang laku, dan l besar laba yang diperoleh. Maka, rumus ini menyatakan fungsi dari banyaknya barang yang laku (b) dengan besar laba yang diperoleh (l). Masih banyak lagi contoh lain yang bisa kita temui. Cobalah temukan sebanyak mungkin contoh fungsi lainnya dalam kehidupan sehari-hari atau dalam matematika. Selanjutnya, sajikan fungsi-fungsi itu dengan berbagai macam carayang telah kita kenal (himpunan pasangan berurut, diagram panah, tabel, grafik, rumus), sambil menemukan kekuatan dan kelemahan cara menyajikan tersebut kalau diterapkan kepada fungsi-fungsi itu.

Pusatkan perhatian kita kepada dua hal berikut, yaitu:

- 1) Sajikan contoh-contoh yang di atas, gunakan dengan berbagai macam menyajikan fungsi yang kalian kenal.
- 2) Tentukan cara yang manakah yang paling mudah untuk di lakukan.

Ajak siswa untuk memahami Contoh 3.7, 3.8, 3.9, dan 3.10.



Latihan 3.1

1. Perhatikan aturan sandi

A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z
q	w	e	r	t	y	u	i	o	p	a	s	d	f	g	h	j	k	l	z	x	c	v	b	n	m

Tulislah arti pesan sandi berikut:

- gkafu zqxax qrsqi uxkxax atzoag ro kxdqi*
- uxkxax qrsqi gkafu zqxax ro ltagsqi*

Sandikan pesan berikut:

- SAYA ANAK INDONESIA
- MATEMATIKA ADALAH KEHIDUPANKU

2. Diketahui $P = \{1, 2, 3, 4, 6\}$ dan $Q = \{2, 4, 6, 8, 10, 12\}$.

- Jika dari P ke Q dihubungkan relasi “setengah dari”, tentukan himpunan anggota P yang mempunyai pasangan di Q .
- Jika dari Q ke P dihubungkan relasi “kuadrat dari”, tentukan himpunan anggota Q yang mempunyai pasangan di P .

3. Diketahui himpunan A adalah himpunan kuadrat sempurna antara 1 sampai dengan 100 dan himpunan B adalah himpunan bilangan kelipatan tiga antara 1 sampai dengan 100. Relasi yang menghubungkan himpunan A ke B adalah akar dari.

- Sebutkan anggota-anggota himpunan A dan anggota-anggota himpunan B
- Sebutkan semua pasangan berurutan dari relasi tersebut
- Apakah relasi di atas merupakan fungsi ?
- Tentukan *domain*, *kodomain* dan daerah hasil

4. Diketahui $K = \{p, q\}$ dan $L = \{2, 3, 4\}$

- Buatlah semua pasangan berurutan dari himpunan A ke himpunan B yang membentuk fungsi
- Tentukan banyaknya fungsi yang mungkin dari himpunan A ke himpunan B .

5. Buatlah dua himpunan yang relasinya adalah faktor dari.

Sebelum Pelaksanaan Pembelajaran

- Periksa apakah semua kelompok sudah mengumpulkan tugas-tugasnya dan apakah identitas kelompok sudah jelas
- Beri penilaian terhadap proses dan hasil karya siswa dengan menggunakan rubrik penilaian
- Beri Latihan kepada siswa untuk dikerjakan di rumah



Membelajarkan 3.2

Memahami Bentuk Penyajian Fungsi

Sebelum Pelaksanaan Pembelajaran

1. Sediakan Kertas berpetak/papan berpetak/program komputer yang memuat tentang grafik, contoh Fx Draw
2. Sediakan pula kertas HVS secukupnya
3. Pastikan setiap sudah ada yang mempunyai buku berpetak, penggaris, dan alat-alat tulis lainnya



Bentuk Penyajian Fungsi



Kegiatan 3.2

Memahami Bentuk Penyajian Fungsi



Sumber: Kemendikbud

Gambar 3.2 Taksi



Masalah 3.2

Sebuah perusahaan taksi menetapkan ketentuan bahwa tarif awal Rp6.000,00 dan tarif setiap kilomaternya sebagai Rp2.400,00

- (a) Dapatkan kalian menetapkan tarif untuk 10 km, 15 km, 20 km?
- (b) Berapakah tarif untuk 40 km perjalanan?
- (c) Untuk berapa kilometer dengan uang yang dibutuhkan adalah Rp80.000,00.

Hitungan: aritmatika

Biaya 10 km = $6.000 + 10 \times 2.400 = 30.000$

Biaya 15 km = $6.000 + 15 \times 2.400 = 42.000$

Biaya 20 km = $6.000 + 20 \times 2.400 = 54.000$

Bagaimana dengan rumus fungsinya?



Sedikit Informasi

Sebelum menentukan rumus fungsinya, mari kita perhatikan cara-cara menyajikan fungsi yang biasa digunakan di dalam Matematika.

Misalkan fungsi f dari $P = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ ke $Q = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$. Relasi yang didefinisikan adalah "dua kali dari"

Permasalahan ini dapat dinyatakan dengan 5 cara, yaitu sebagai berikut.

Cara 1: Himpunan Pasangan Berurutan

Diketahui fungsi f dari $P = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ ke $Q = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$. Relasi yang didefinisikan adalah "dua kali dari".

Relasi ini dapat dinyatakan dengan himpunan pasangan berurut, yaitu berikut: $\{(1, 2), (2, 4), (3, 6), (4, 8), (5, 10)\}$



Ayo Kita Amati

1. Ajak siswa untuk memperhatikan dan memahami Masalah 3.2
2. Himbau siswa untuk memperhatikan tentang tarif sebuah taksi



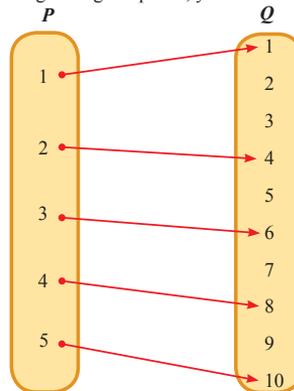
Sedikit Informasi

Himbau kepada siswa untuk memahami informasi yang telah diberikan kepada siswa tentang 5 cara penyajian fungsi beserta contoh dan uraiannya.

Cara 2: Diagram Panah

Diketahui fungsi f dari $P = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ ke $Q = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$. Relasi yang didefinisikan adalah “dua kali dari”.

Relasi ini dapat dinyatakan dengan diagram panah, yaitu berikut:



Cara 3: Rumus Fungsi

Mari kita lihat fungsi dari $P = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ ke $Q = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$ yang didefinisikan dengan himpunan pasangan berurut berikut: $\{(1, 2), (2, 4), (3, 6), (4, 8), (5, 10)\}$

Maka kita melihat pola sebagai berikut:

$$(1, 2) \rightarrow (1, 2 \times 1)$$

$$(2, 4) \rightarrow (2, 2 \times 2)$$

$$(3, 6) \rightarrow (3, 2 \times 3)$$

$$(4, 8) \rightarrow (4, 2 \times 4)$$

$$(5, 10) \rightarrow (5, 2 \times 5)$$

Jadi, untuk setiap $x \in P = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ maka $(x, 2 \times x)$ merupakan anggota dari fungsi tersebut.

Bentuk ini biasa ditulis dengan $f(x) = 2x$ untuk setiap $x \in P$

Inilah yang dinyatakan dengan bentuk rumus tersebut.

Cara 4: Tabel

Cara yang lain lagi adalah dengan menggunakan tabel. Untuk contoh terakhir ini, penyajiannya adalah sebagai berikut:

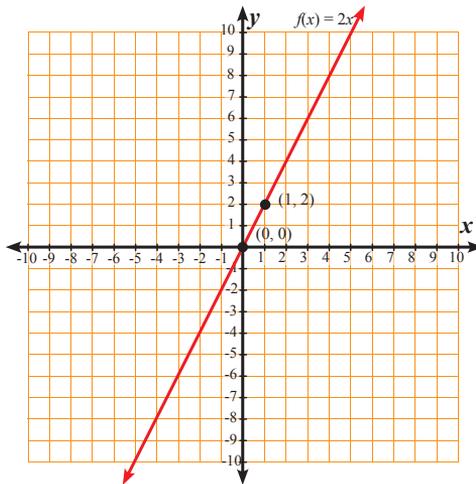
x	1	2	3	4	5
$f(x)$	2	4	6	8	10

Ajak siswa untuk memperhatikan cara-cara menyajikan fungsi yang biasa digunakan dalam matematika

Cara 5: Dengan Grafik

Diketahui fungsi f dari $P = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ ke $Q = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$. Relasi yang didefinisikan adalah "dua kali dari".

Relasi ini dapat dinyatakan dengan grafik, yaitu berikut:



Uraian di atas menunjukkan macam-macam cara yang bisa digunakan untuk menyatakan fungsi dari himpunan P ke himpunan Q .



Seperti diketahui, himpunan itu bermacam-macam jenisnya. Ada himpunan yang beranggotakan bilangan, ada pula himpunan yang beranggotakan bukan bilangan. Ada yang banyak anggotanya terhingga, tetapi ada pula yang banyak anggotanya tak terhingga.

Mungkin muncul pertanyaan "Manakah dari cara menyajikan itu yang paling tepat?"

Untuk menjawab pertanyaan di atas, cobalah kerjakan soal-soal berikut dan amati apa yang terjadi. Sesudah itu, gunakan penalaran kalian untuk mengambil kesimpulan.



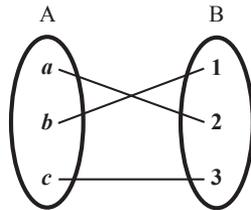
Ayo Kita Menalar

Minta siswa untuk menalar dengan mencoba menyelesaikan soal-soal yang telah disediakan pada buku siswa berdasarkan dari pertanyaan: "Manakah dari cara menyajikan itu yang paling tepat?"

1. f adalah fungsi dari himpunan $A = \{2, 3, 4\}$ ke himpunan $X = \{4, 5, 6\}$ yang didefinisikan dengan pasangan berurut $f = \{(2, 4), (3, 5), (4, 6)\}$. Nyatakan f dengan cara:

- diagram panah
- tabel
- rumus
- grafik

2. g adalah fungsi dari himpunan A ke himpunan B yang didefinisikan dengan diagram panah sebagai berikut.



Nyatakan fungsi g di atas dengan cara:

- pasangan berurutan
- tabel
- grafik

3. h adalah fungsi dari Himpunan Bilangan Asli $\{1, 2, 3, 4, \dots\}$ ke Himpunan Bilangan Real R dengan rumus: $h(n) = 2n - 1$

Nyatakan fungsi di atas dengan cara:

- pasangan berurutan
- diagram panah
- tabel
- grafik

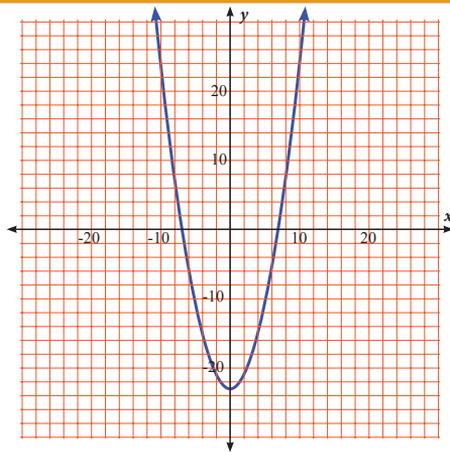
4. m adalah fungsi dari Himpunan Bilangan Asli $\{1, 2, 3, 4, \dots\}$ ke Himpunan Bilangan Real R yang dinyatakan dengan tabel berikut:

1	2	3	4	5	6	7	...	
1	4	9	16	25	36	49		

Nyatakan fungsi di atas dengan cara:

- pasangan berurutan
- diagram panah
- grafik

5. Fungsi n dari Himpunan Bilangan Real R ke Himpunan Bilangan Real R didefinisikan dengan grafik sebagai berikut:



Nyatakan fungsi di atas dengan cara:

- pasangan berurutan
- diagram panah
- tabel

Apa yang kalian temukan? Apakah ada cara yang terbaik?

Tampaknya masing-masing cara itu memiliki kekuatan dan kelemahan. Temukan kekuatan dan kelemahannya.

Alternatif Pemecahan Masalah

Kembali ke permasalahan semula (masalah 3.2), yaitu mencari rumus fungsi dari masalah tarif taksi di atas.



Di awal telah disampaikan perhitungan beberapa biaya penyewaan taksi sebagai berikut:

$$\text{Biaya } 10 \text{ km} = 6.000 + 10 \times 2.400 = 30.000$$

$$\text{Biaya } 15 \text{ km} = 6.000 + 15 \times 2.400 = 42.000$$

$$\text{Biaya } 20 \text{ km} = 6.000 + 20 \times 2.400 = 54.000$$



Ayo Kita Amati

Minta siswa untuk mengamati langkah-langkah bagaimana memperoleh rumus fungsi dari Masalah 3.2 dengan memperhatikan bilangan 10 di ruas kiri dan bilangan 10 di ruas kanan. Apa kesamaan dan perbedaannya? Kemudian memperhatikan juga pada bilangan 6.000 pada ruas kanan.



Ayo Kita Menanya

1. Jelaskan tugas berikutnya, yaitu membuat pertanyaan tentang langkah-langkah menemukan rumus fungsi berdasarkan kata-kata: “ x km di ruas kiri” dan “di ruas kanan”
2. Amati siswa yang sedang bekerja, dan kalau perlu berikan pertanyaan pancingan. Contoh: ketika x km di ruas kiri, bagaimanakah pola penyajian di ruas kanan?



Menggali Informasi

1. Ajak siswa untuk menggali informasi dengan cara memperhatikan pola penyajian yang terdapat pada tabel.
2. Suruh siswa untuk membuat kesimpulan dari kegiatan menggali informasi.

Coba perhatikan dengan seksama bilangan-bilangan yang selalu muncul pada setiap persamaan persamaan berikut:

$$\text{Biaya 10 km} = 6.000 + 10 \times 2.400$$

$$\text{Biaya 15 km} = 6.000 + 15 \times 2.400$$

$$\text{Biaya 20 km} = 6.000 + 20 \times 2.400$$

Perhatikan bilangan 10 di ruas kiri dan bilangan 10 di ruas kanan. Apa kesamaan dan perbedaannya? Perhatikan bilangan 6.000 pada ruas kanan



Ayo Kita Menanya

Terkait dengan fokus perhatian di atas, coba buatlah pertanyaan yang memuat kata-kata berikut: “ x km di ruas kiri” dan “di ruas kanan”



Ayo Kita Menggali Informasi

Agar kalian menjadi lebih yakin, cobalah membuat tabel sebagai berikut, dan lengkapilah:

Jarak Perjalanan	Cara menghitung biaya
1 km	$6.000 + 1 \cdot 2.400$
2 km	$6.000 + 2 \cdot 2.400$
3 km	$6.000 + 3 \cdot 2.400$
4 km	$6.000 + 4 \cdot 2.400$
5 km	$6.000 + 5 \cdot 2.400$
6 km	$6.000 + 6 \cdot 2.400$
7 km	$6.000 + 7 \cdot 2.400$
...	
...	
x km	$6.000 + x \cdot 2.400$

Jadi, jika $B(x)$ merupakan besar biaya yang harus dikeluarkan untuk menggunakan taksi sejauh x km, maka $B(x)$ dapat dituliskan dengan rumus $B(x) = \dots$



Berdasarkan informasi yang kalian dapatkan, coba jelaskan bagaimana cara menentukan rumus fungsi jika diketahui fungsi f dinyatakan oleh $f(x) = ax + b$ dengan $f(-1) = 2$ dan $f(2) = 11$.



Tugas Projek 3

Projek 1.

Pergilah ke operator-operator telepon seluler, atau carilah informasi di internet. Mintalah informasi tentang bagaimana cara mereka menentukan tarif telepon dalam rentang waktu tertentu, kemudian temukan rumusnya. Selanjutnya, buatlah analisis untuk mengetahui manakah operator yang layak digunakan untuk orang awam dan bisnis. Tuliskan hasil analisis kalian untuk dipresentasikan ke seluruh warga sekolah.

Projek 2.

Cobalah temukan bentuk-bentuk "PEMBOROSAN" di dalam kehidupan di rumah atau di sekolah (misalnya: membiarkan keran air tetap menetes meskipun sudah dicoba ditutup rapat, menyalakan lampu di siang hari, dan lain-lain). Carilah informasi untuk menentukan resiko pemborosan tersebut, kemudian susun bahan presentasi yang memuat fungsi (kalau ada) untuk meyakinkan bahaya dibiarkannya pemborosan tersebut.

Projek 3

Sediakan wadah air berbentuk kotak, berilah tanda ukuran ketinggian permukaan air yang mungkin terjadi (Kalau kesulitan membuatnya, gunakan gelas pengukur yang biasa dijual di apotik atau toko alat-alat laboratorium). Kemudian buatlah koordinat kartesius dengan sumbu- x menyatakan lama waktu penuangan air ke dalam kotak, dan sumbu- y menyatakan tinggi permukaan air di dalam kotak. Lakukan percobaan air yang menetes dari kran (dengan kecepatan yang stabil) dan buatlah grafik yang memuat hubungan antara lama air menetes dan tinggi permukaan. (Bagaimana kalau kotaknya diganti bentuk lain, tidak tegak lurus, tapi miring, menguncup dll?)



Presentasikan karya kalian secara menarik dan meyakinkan (kalau ada fasilitas IT, gunakanlah microsoft power point) di depan kelas.



Ayo Kita Menalar

1. Minta siswa untuk bernalar dengan menjawab pertanyaan yang telah tersedia pada buku siswa
2. Perhatikan siswa yang sedang melakukan kegiatan bernalar



Tugas Projek

Suruh siswa untuk memilih 1 diantara 3 projek yang telah di sediakan pada buku siswa.



Ayo Kita Berbagi

1. Minta siswa untuk sharing hasil karyanya kepada seluruh siswa.
2. Pantau bagaimana mereka mempresentasikan dan pastikan bahwa kalimat-kalimat yang digunakan sudah sesuai dengan kaidah budi pekerti yang baik



Alternatif Jawaban

Berdasarkan informasi yang kalian dapatkan, coba jelaskan bagaimana cara menentukan rumus fungsi jika diketahui fungsi f dinyatakan oleh $f(x) = ax + b$ dengan $f(-1) = 2$ dan $f(2) = 11$.

Penyelesaian

Bentuk umum fungsi adalah

$$f(-1) = 2 \text{ dan } f(2) = 11 \quad f(x) = ax + b$$

$$f(x) = ax + b, \text{ maka } f(-1) = a(-1) + b = 2$$

$$-a + b = 2$$

$$b = a + 2 \dots \dots \dots (1)$$

$$f(2) = a(2) + b = 11$$

$$2a + b = 11 \dots \dots \dots (2)$$

dari persamaan (1) dan (2) diperoleh

$$2a + b = 11$$

$$2a + (a + 2) = 11$$

$$(2a + a) + 2 = 11$$

$$3a + 2 = 11$$

$$3a = 9$$

$$a = 3$$

Dengan menggantikan nilai a ke persamaan (1) diperoleh

$$b = a + 2$$

$$b = 3 + 2$$

$$b = 5$$

sehingga, nilai $a = 3$ dan $b = 5$

Jadi, bentuk fungsinya adalah $f(x) = 3x + 5$

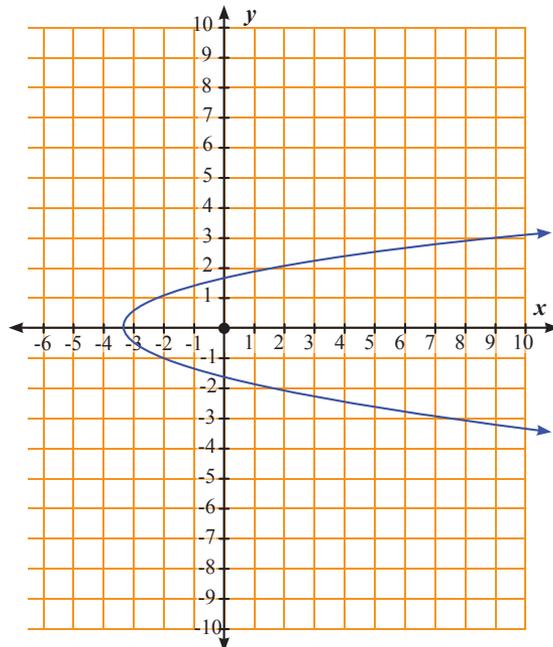


Latihan 3.2

- Diketahui $A = \{0, 1, 4, 9\}$ dan $B = \{0, 1, 2, 3, 4\}$.
 - Tentukan relasi yang merupakan fungsi dari A ke B
 - Sajikan relasi tersebut dengan diagram panah
 - Sajikan relasi tersebut dengan rumus
 - Sajikan relasi tersebut dengan tabel
 - Sajikan relasi tersebut dengan grafik
- Diketahui suatu fungsi f dengan daerah asal $A = \{6, 8, 10, 12\}$ dengan rumus fungsi $f(x) = 3x - 4$
 - Tentukan $f(6)$, $f(8)$, $f(10)$ dan $f(12)$. Kesimpulan apa yang dapat kamu peroleh?
 - Nyatakan fungsi tersebut dengan tabel
 - Tentukan daerah hasilnya
 - Nyatakan fungsi tersebut dengan grafik
- Diketahui suatu fungsi h dengan rumus $h(x) = ax + 9$. Nilai fungsi h untuk $x = 3$ adalah -6 .
 - Coba tentukan nilai fungsi h untuk $x = 6$.
 - Tentukan rumus fungsi h . Jelaskan caramu.
 - Berapakah nilai elemen domain yang hasilnya positif.
- Fungsi n dari Himpunan Bilangan Real R ke Himpunan Bilangan Real R didefinisikan dengan grafik sebagai berikut:

Nyatakan fungsi di samping dengan cara:

- pasangan berurutan
- diagram panah
- tabel



4. Perhatikan gambar berikut ini.



Sumber : matemaholic.wordpress.com
Gambar 3.3 Telur dan Wadah



Sumber : www.anesforallseasons.com
Gambar 3.4 Telur dan Wadah

Berikut merupakan contoh fungsi dan bukan contoh fungsi dari gambar di atas

- Relasi telur ke wadah disebut dengan fungsi (Gambar 3.4). Mengapa?
- Sedangkan relasi dari wadah ke telur disebut dengan bukan fungsi (Gambar 3.3 dan 3.4). Mengapa?

Carilah contoh lain yang ada di sekitar kalian yang merupakan fungsi dan bukan fungsi

- Fungsi f didefinisikan dengan rumus $f(x) = 5 - 3x$ dengan daerah asal $\{-2, -1, 0, 1, 2, 3\}$
 - Buatlah tabel dan himpunan pasangan berurutan dari fungsi tersebut
 - Gambarlah grafik fungsinya
- Diketahui fungsi f dirumuskan dengan $f(x) = -3x + 6$.
 - Tentukan bayangan dari -3 dan 2
 - Jika $f(a) = -9$, tentukan nilai a .



Merangkum

Minta siswa untuk menjawab pertanyaan-pertanyaan pada buku siswa. Arahkan siswa untuk merangkum



Merangkum 3

Pengalaman belajar tentang fungsi telah kalian lalui. Sekarang, cobalah tuliskan hal-hal penting yang menurut kalian sangat berharga dan kira-kira akan bermanfaat bagi kalian untuk belajar lebih jauh dengan menjawab pertanyaan berikut ini:

- Apa syarat suatu relasi merupakan fungsi?
- Mungkinkah ada fungsi dari suatu himpunan ke himpunan itu sendiri?
- Sebutkan ada berapa banyak cara menyajikan fungsi.
- Bagaimana cara menentukan nilai fungsi?

Kalau f adalah fungsi dari himpunan A ke himpunan B , maka syarat yang harus dipenuhi adalah sebagai berikut:

- Setiap anggota A harus dipasangkan atau dihubungkan dengan anggota dari B (tidak boleh ada yang tertinggal)
- Banyaknya pasangan dari setiap anggota himpunan A tersebut harus tunggal.

Selanjutnya, ada banyak cara menyatakan fungsi, yaitu:

- menggunakan diagram panah,
- menggunakan himpunan pasangan berurutan,
- menggunakan rumus,
- menggunakan grafik,
- menggunakan tabel.

Semua memiliki kekuatan dan kelemahan, sehingga kita harus bijak menggunakannya



Uji Kompetensi 3

- Pak Mahir mempunyai tiga anak: bernama Budi, Ani, dan Anton. Pak Ridwan mempunyai dua anak: bernama Alex dan Rini. Pak Rudi mempunyai seorang anak bernama Suci.
 - Nyatakan dalam diagram panah, relasi “ayah dari”.
 - Apakah relasi tersebut merupakan fungsi? Jelaskan.
 - Nyatakan dalam diagram panah, relasi “anak dari”.
 - Apakah relasi pada soal c merupakan fungsi? Jelaskan.
- Fungsi f didefinisikan dengan rumus $f(x) = 5 - 3x$ dan diketahui daerah asalnya adalah $\{-2, -1, 0, 1, 2, 3\}$,
 - Buatlah tabel dan himpunan pasangan berurutan dari fungsi tersebut.
 - Gambarlah grafik fungsinya.
- Daerah asal fungsi yang didefinisikan dengan fungsi f dari x ke $2x - 1$ adalah $\{x \mid -2 < x < 3, x \in R\}$. Tentukanlah daerah hasilnya.
- Jika $A = \{2, 3, 5, 7\}$ dan $B = \{4, 6, 8, 9, 10\}$, tentukan banyaknya pemetaan yang mungkin.
- Suatu fungsi didefinisikan dengan rumus $f(x) = 5 - 3x$ dengan daerah asal $\{-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4\}$.
 - Buatlah tabel dan himpunan pasangan berurutan dari fungsi tersebut.
 - Gambarlah grafik fungsinya.
- Misalkan ada suatu fungsi f dari x ke $4x - 2$.
 - Tentukan rumus fungsinya.
 - Tentukan bayangan (daerah hasil) dari $2, -2, 4, -4$, dan .
 - Jika 8 adalah bayangan dari p , tentukanlah nilai p .
- Fungsi f ditentukan oleh $f(x) = ax + b$. Jika bayangan dari -3 adalah -15 dan bayangan dari 3 adalah 9 , tentukan nilai dari $f(-2) + f(2)$.
- Fungsi f ditentukan oleh $f(x) = ax + b$. Jika himpunan pasangan berurutannya adalah $(p, -3); (-3, q); (2, -2);$ dan $(-2, 6)$ terletak pada grafik fungsi tersebut. Tentukan nilai $p, q,$ dan r .
- Diketahui fungsi f dirumuskan dengan $f(x) = -2x + 3$.
 - Tentukan bayangan dari -2 dan 3 .
 - Jika $f(a) = -7$, tentukan nilai a .
- Sebuah rumah mempunyai bak penampung air. Melalui sebuah pipa, air dialirkan dari bak penampungan ke dalam bak mandi. Volume air dalam bak mandi setelah 5 menit adalah 25 liter dan setelah 10 menit adalah 50 liter. Volume air dalam bak mandi setelah dialiri air selama t menit dinyatakan sebagai $V_t = (V_0 + at)$ liter, dengan V_0 adalah volume air dalam bak mandi sebelum air dialirkan dan a adalah debit air (volume air) yang dialirkan setiap menit.
 - Tentukan volume air dalam bak mandi sebelum air dialirkan.
 - Berapa volume air dalam bak mandi setelah 15 menit?



Uji Kompetensi

Beri uji kompetensi pada siswa. Guru minta siswa mengerjakan soal yang sudah disediakan pada buku siswa



Soal Pengayaan

1. Suatu tulisan sandi

A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z
q	w	e	r	t	y	u	i	o	p	a	s	d	f	g	h	j	k	l	z	x	c	v	b	n	m

Tulislah arti dari sandi berikut:

a. *wioftaq zxfuuqs oaq*

b. *uqkxrq ro rqrqax*

Tulis sandi dari kalimat berikut:

c. AKU CINTA INDONESIA

d. MATEMATIKA ADALAH RATUNYA ILMU PENGETAHUAN

2. Tuliskan sebuah contoh fungsi yang terjadi dalam kehidupan sehari-hari dan nyatakan dalam diagram panah, dengan rumus fungsi, dengan tabel, dan dengan grafik.
3. Pak Mahir mempunyai tiga anak: bernama Budi, Ani, dan Anton. Pak Ridwan mempunyai dua anak: bernama Alex dan Rani. Pak Rudi mempunyai seorang anak bernama Suci.
- Nyatakan dalam diagram panah, relasi “ayah dari”.
 - Apakah relasi tersebut merupakan fungsi? Jelaskan.
 - Nyatakan dalam diagram panah, relasi “anak dari”.
 - Apakah relasi pada soal c merupakan fungsi? Jelaskan.
4. Empat Siswa yang bernama Sulastri, Idris, Halim dan Tohir sedang membaca buku dipergustakaan yang menyediakan jenis buku: ilmiah, fiksi, non fiksi, ensiklopedia dan komik. Sulastri dan Halim membaca buku non fiksi, Idris asyik membaca komik dan Tohir lagi serius membaca buku ilmiah.
- Jika A adalah himpunan Siswa dan B adalah himpunan jenis buku, tulislah himpunan A dan himpunan B dengan cara mendaftar anggotanya.
 - Buat diagram panah relasi dari himpunan A ke himpunan B dan tulis aturan relasinya.
 - Relasi tersebut apakah termasuk fungsi? Jelaskan.
 - Tulis Domain, kodomain dan Rangennya.
5. Diketahui $P = \{\text{Malang, Surabaya, Semarang, Bandung, Jakarta, Denpasar, Sumenep}\}$ dan $Q = \{\text{Jatim, Jateng, Jabar, Bali}\}$. Nyatakan relasi $R : P$ ke Q dalam himpunan pasangan berurutan dengan aturan:
- Ibu kota propinsi
 - Kota di propinsi
6. Diketahui $K = \{3, 4, 5, 6\}$ dan $L = \{4, 5, 6, 7\}$. Jika adalah fungsi dari himpunan K ke himpunan L , tentukan dua aturan yang mungkin untuk fungsi g kemudian gambar diagram panahnya.

7. Suatu fungsi f memetakan ke dari A ke B .
 $A = \{ 1, 2, 3, 5, 7 \}$ dan $B = \{ \text{bilangan cacah kurang dari } 25 \}$
- Nyatakan fungsi f dengan notasi
 - Nyatakan fungsi f dengan rumus
 - Nyatakan range dari fungsi f
 - Tentukan bayangan dari A
8. Apabila suatu fungsi f yang dirumuskan sebagai $f(x) = 3x - 2$ dengan daerah asal adalah $A = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$.
- Tentukanlah daerah hasil atau range dari fungsi $f(x) = 3x - 2$
 - Tentukanlah letak titik-titik tersebut pada bidang koordinat.
 - Gambarlah suatu garis yang melalui titik-titik tersebut.
9. Diketahui fungsi f dirumuskan dengan $f(x) = -2x + 3$.
- Tentukan bayangan dari -2 dan 3
 - Jika $f(a) = -7$, tentukan nilai !
10. Fungsi f ditentukan oleh $f(x) = ax + b$. Jika $f(2) = 12$ dan $f(-3) = -23$, tentukanlah:
- nilai a dan b ,
 - rumus fungsi tersebut.
11. Diketahui fungsi dengan , $f(x + 2) = 2x - 4$ maka tentukan $f(x) = ?$
12. Sebuah rumah mempunyai bak penampung air. Melalui sebuah pipa, air dialirkan dari bak penampungan ke dalam bak mandi. Volume air dalam bak mandi setelah 3 menit adalah 23 liter dan setelah 7 menit adalah 47 liter. Volume air dalam bak mandi setelah dialiri air selama t menit dinyatakan sebagai $V(t) = (V_0 + at)$ liter, dengan V_0 adalah volume air dalam bak mandi sebelum air dialirkan dan a adalah debit air yang dialirkan setiap menit.
- Tentukan volume air dalam bak mandi sebelum air dialirkan.
 - Berapa volume air dalam bak mandi setelah 15 menit?
13. Sebuah pemetaan $f : x \rightarrow ax + b$. jika titik $(p, -4); (-2, q); (r, 2); (1, -1);$ dan $(-1, 5)$ terletak pada fungsi tersebut. Tentukan $p, q,$ dan r
14. Misalkan $f(x)$ adalah fungsi yang memenuhi
- untuk setiap bilangan real x dan y maka $f(x + y) = x + f(y)$ dan
 - $f(0) = 2$
- Nilai dari $f(2013)$ adalah
15. Misalkan f sebuah fungsi yang memenuhi $f(x)f(y) - f(xy) = x + y$, untuk setiap bilangan bulat x dan y . Berapakah nilai $f(2014)$?
16. Jika $f(2x + 1) = (x - 12)(x + 13)$, maka nilai dari $f(31)$ adalah
17. Diketahui f adalah suatu fungsi sehingga $f(x) + 2f(1/x) = 3x$ untuk setiap $x \neq 0$. Carilah nilai x yang memenuhi $f(x) = f(-x)$.
18. Misalkan f adalah fungsi untuk semua bilangan bulat x dan y yang memenuhi $f(x + y) = f(x) + f(y) + 6xy + 1$ dan $f(-x) = f(x)$. Nilai dari $f(3)$ sama dengan
19. Jika $f(xy) = f(x + y)$ dan $f(7) = 7$, maka $f(49) = \dots$
20. Misalkan f suatu fungsi yang memenuhi $f(xy) = f(x) / y$ untuk semua bilangan real positif x dan y . Jika $f(100) = 3$ maka $f(10)$ adalah ...



Pedoman Penilaian

No	Aspek Penilaian	Capaian	Keterangan
1	Keterselesaian Buku Siswa	B-	Bila Buku Siswa terselesaikan dengan baik
		<B-	Bila ada bagian dari Buku Siswa yang tidak terselesaikan
2	Portofolio: a) Uji Kompetensi b) Soal dari tempat lain	A	Bila memilih soal dari Uji Kompetensi dengan kategori Sangat Sulit dan mampu menyelesaikannya dengan baik
		A-	Bila memilih soal dari Uji Kompetensi dengan kategori Sulit dan mampu menyelesaikannya dengan baik
		B+	Bila memilih soal dari Uji Kompetensi dengan kategori Sedang dan mampu menyelesaikannya dengan baik
		B	Bila memilih soal dari Uji Kompetensi dengan kategori Mudah dan mampu menyelesaikannya dengan baik
		B-	Bila memilih soal dari Uji Kompetensi dengan kategori Sangat Sulit dan kurang mampu menyelesaikannya dengan baik
		B, B-	Bila memilih soal dari Uji Kompetensi dengan kategori Sulit dan kurang mampu menyelesaikannya dengan baik
		B+, B, B-	Bila memilih soal dari Uji Kompetensi dengan kategori Sedang dan kurang mampu menyelesaikannya dengan baik
		A-, B+, B, B-	Bila memilih soal dari Uji Kompetensi dengan kategori Mudah dan kurang mampu menyelesaikannya dengan baik
	Tugas Proyek	A	Bila Proyek terselesaikan dan mampu mempresentasikan dengan Baik
		A-, B+, B	Bila ada bagian dari Proyek yang tidak terselesaikan atau kurang mampu mempresentasikan
B-		Bila Proyek tidak terselesaikan samasekali	

Keterangan: - Nilai KKM = B-

- Aspek penilaian Nomor 1 adalah syarat nilai yang harus terpenuhi, sedangkan Aspek penilaian Nomor 2 adalah penambahan nilai.



Bab 4

Persamaan Garis Lurus



Kata Kunci

- persamaan garis lurus
- grafik
- kemiringan
- titik potong



Kompetensi Dasar

Menentukan persamaan garis lurus dan grafiknya.



Sumber: www.yoyosuryosugiharto.wordpress.com

Pernahkah kalian naik gunung atau sekadar mendaki bukit di sekitar tempat tinggal kalian? Kalian pasti mengira seberapa curam atau kemiringan gunung atau bukit yang kalian daki. Atau pernahkah kalian melihat tanda rambu lalu lintas yang berarti tanjakan atau jalan menurun? Itu merupakan beberapa contoh hubungan materi Persamaan Garis Lurus yang akan kita pelajari dengan konteks di kehidupan nyata.

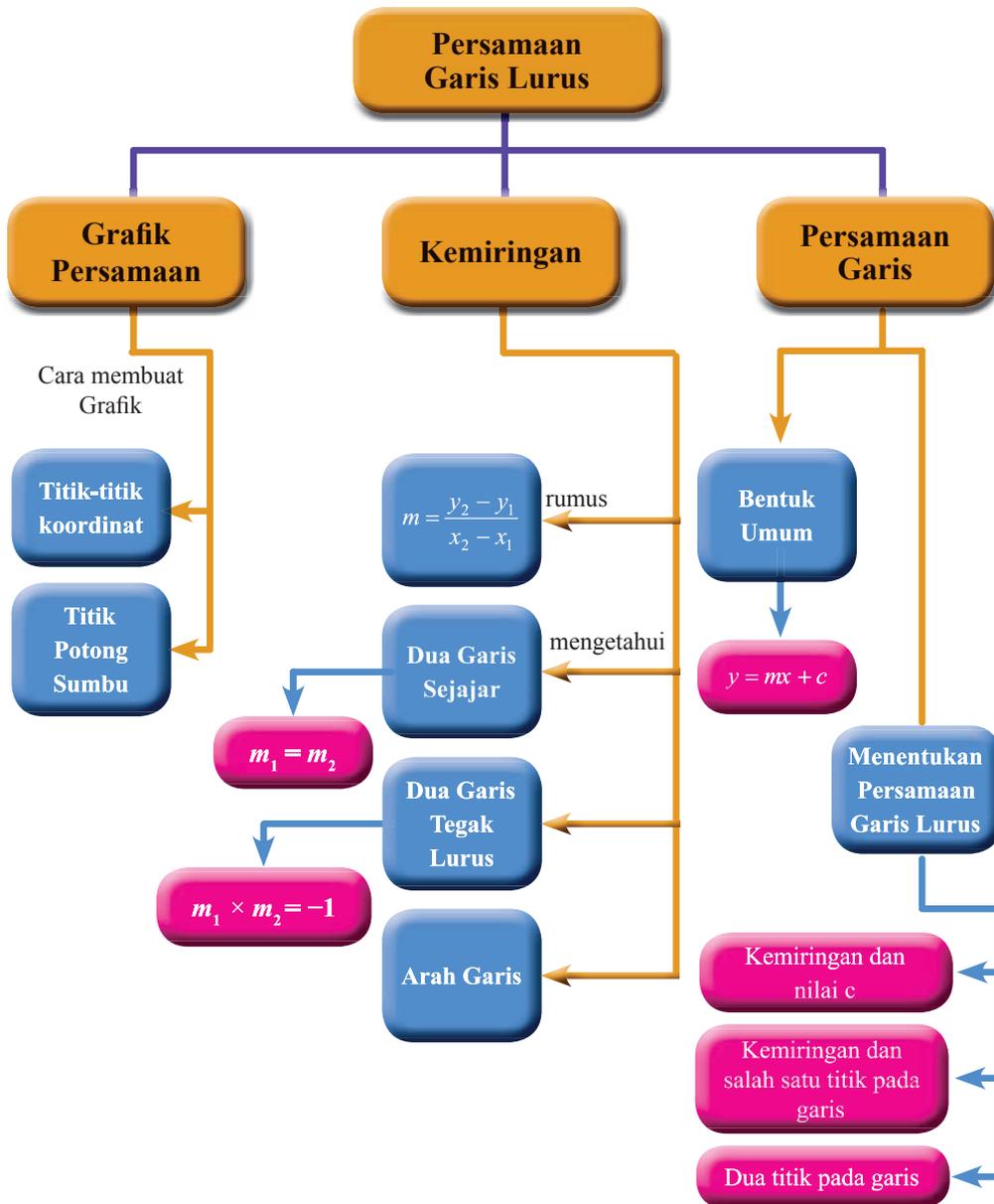
Seorang arsitek merancang tangga dan jalan titian, memperhatikan kemiringan untuk keamanan dan kenyamanan pengguna. Jalan yang menanjak juga memiliki kemiringan. Jika terlalu curam, kendaraan akan mengalami kesulitan untuk melintasinya. Tempat parkir pun demikian, jika tempat parkir terlalu miring, tidak aman bagi pengendara maupun mobil. Kemiringan diukur dengan melihat kemiringan garis.

Di Bab 4 ini, kalian akan mempelajari kemiringan, definisinya, dan berbagai cara dalam penggunaannya.



Pengalaman Belajar

1. Menentukan grafik persamaan garis lurus
2. Menentukan persamaan garis lurus





René Descartes
1596 – 1650

René Descartes (31 Maret 1596 - 11 Februari 1650). Kemiringan menentukan posisi suatu garis terhadap koordinat x dan koordinat y . Perhitungan matematis ini adalah salah satu materi dari geometri analitik dengan bantuan aljabar. Jadi, untuk pertanyaan “siapa yang menemukan kemiringan?” tentunya jawabannya adalah René Descartes. René Descartes adalah bapak geometri analitik. Dia adalah seorang matematikawan Perancis, fisikawan, filsuf, dan teolog. Banyak ahli matematika mengakui dia sebagai orang yang menemukan rumus kemiringan. Dia dikatakan telah memberikan sebuah metode untuk memecahkan masalah garis dan kemiringan dalam masalah aljabar dan geometri.

Rumus kemiringan dasar adalah $y = mx + b$ sementara rumus kemiringan adalah $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$. Dia adalah orang pertama yang memperkenalkan penyelesaian

untuk kemiringan dan persamaan linear. Meskipun tidak banyak tulisan yang menunjukkan secara langsung bahwa dia sebagai penemu rumus kemiringan, banyak matematikawan mengatakan bahwa rumus kemiringan tersebut adalah miliknya.

Descartes menonjol dalam Revolusi Ilmiah pada masanya. Dia meninggal pada Februari 1650 pada usia 54.

(Sumber: id.wikipedia.org)

Beberapa hikmah yang bisa kita petik antara lain:

1. Kita harus mengembangkan ilmu kita, untuk kemajuan pendidikan
2. Menuntut ilmu harus dengan rasa ikhlas, tanpa mengharapkan pujian dari orang lain.
3. Segala sesuatu yang kita pelajari akan bermanfaat untuk orang lain.



Membelajarkan 4.1

Memahami Grafik Persamaan Garis Lurus

Sebelum Pelaksanaan Pembelajaran

1. Amati dan kenali terlebih beberapa materi prasyarat atau pendukung yang telah dipelajari oleh siswa sebagai bahan apersepsi sebelum mempelajari materi Persamaan Garis Lurus, yaitu Fungsi dan Sistem Koordinat.
2. Bentuk siswa menjadi kelompok-kelompok kecil (2-3 orang) yang memungkinkan siswa belajar lebih efektif.
3. Identifikasi siswa yang biasanya kesulitan membuat pertanyaan.
4. Identifikasi bentuk bantuan apa yang perlu diberikan agar siswa akhirnya produktif membuat pertanyaan.
5. Sediakan lembar kertas HVS untuk hasil kerja siswa.

 **Persamaan
Garis Lurus**

 **Kegiatan 4.1**

*Memahami Grafik
Persamaan Garis Lurus*

Sebelum mengenal persamaan garis lurus, sebaiknya kalian ingat kembali materi tentang sistem koordinat dan fungsi. Masih ingatkah kalian menentukan nilai variabel? Tabel berikut menunjukkan nilai masing-masing variabel untuk persamaan $4x - y = 5$.

x	y
2	3
0	-5
1	-1

Setiap pasangan berurutan (2, 3), (0, -5), dan (1, -1) merupakan penyelesaian dari persamaan $4x - y = 5$. Namun berapa banyak penyelesaian yang memenuhi $4x - y = 5$? Tentunya selesaian persamaan tersebut memiliki penyelesaian yang tak terhingga.

Nah, Bagaimana kita menyajikan selesaiannya? Kita dapat menyajikan selesaian persamaan dengan menggunakan grafik yang berupa garis lurus.

 **Ayo
Kita Amati**

 **Contoh 4.1**

Lengkapi tabel berikut dan gambar grafik persamaan $4x - y = 5$

x	y
2	3
0	-5
1	-1
-1	...
...	0

Apersepsi

1. Kemukakan ulasan tentang sistem koordinat dan fungsi yang telah dipelajari siswa sebelumnya sebagai bahan apersepsi untuk mengenal persamaan garis lurus.
2. Ajak siswa untuk mencermati pasangan terurut yang disajikan dalam tabel.

 **Ayo
Kita Amati**

1. Minta siswa untuk mengamati cara menentukan titik yang dilalui persamaan garis lurus pada tabel dan cara menggambar grafiknya.
2. Berikan beberapa pertanyaan pancingan agar mereka mengamati dengan seksama setiap titik yang dilalui garis dan hubungannya dengan cara menggambar.
3. Minta siswa untuk mengamati beberapa contoh dan penyelesaian grafik persamaan garis lurus yang disajikan pada bidang koordinat Cartesius dengan cermat, sehingga siswa dapat melihat dengan jelas langkah-langkah menggambar grafik persamaan garis lurus.

Alternatif Penyelesaian

Untuk $x = -1$, kita peroleh $4x - y = 5$ tulis persamaan substitusi $x = -1$

$$\begin{aligned} 4(-1) - y &= 5 && \text{ sederhanakan} \\ -4 - y &= 5 && \text{ jumlahkan kedua ruas oleh 4} \\ -y &= 9 && \text{ kalikan kedua ruas oleh } -1 \\ y &= -9 \end{aligned}$$

Untuk $y = 0$, kita peroleh $4x - y = 5$ tulis persamaan substitusi $y = 0$

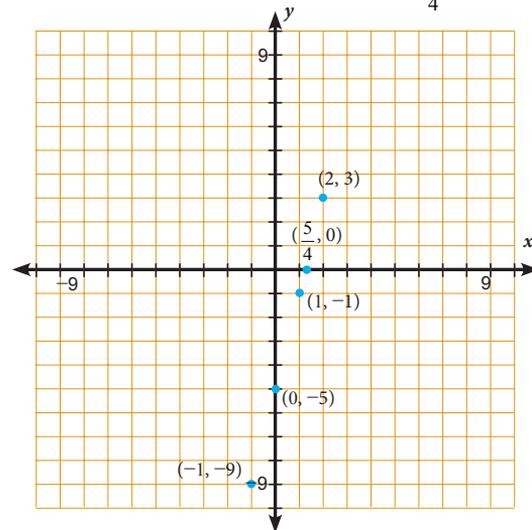
$$\begin{aligned} 4x - 0 &= 5 && \text{ sederhanakan} \\ 4x &= 5 && \text{ bagi kedua ruas oleh 4} \\ x &= \frac{5}{4} \end{aligned}$$

Tabel setelah dilengkapi adalah

x	y
2	3
0	-5
1	-1
-1	-9
$\frac{5}{4}$	0

Dari tabel di atas, diperoleh pasangan berurutan $(2, 3)$, $(0, -5)$, $(1, -1)$, $(-1, -9)$, dan $(\frac{5}{4}, 0)$

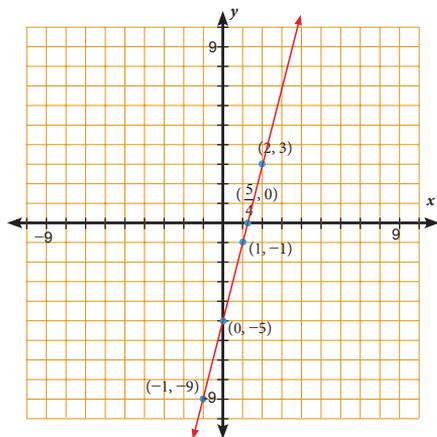
Setiap pasangan berurutan tersebut adalah penyelesaian persamaan $4x - y = 5$. Menentukan titik-titik koordinat dari penyelesaian.



Gambar 4.1 Titik-titik selesaian persamaan $4x - y = 5$

Ajak siswa untuk mengamati alternatif penyelesaian Contoh 4.1

Titik-titik yang tersebut melalui suatu garis lurus. Kita gambar garis yang melalui titik-titik untuk membuat grafik.



Gambar 4.2 Garis lurus dari persamaan $4x - y = 5$

Garis lurus menunjukkan semua penyelesaian persamaan $4x - y = 5$. Setiap titik pada garis merupakan penyelesaian persamaan. Untuk membuat grafik persamaan garis lurus, kita cukup membutuhkan dua titik saja.



Setelah kalian mengamati titik-titik selesaian dan Gambar 4.2, apakah diperlukan titik-titik sebanyak itu untuk menentukan grafik persamaan garis lurus? Adakah cara yang lebih mudah untuk menggambar grafik persamaan garis lurus?



Gambar $y = -\frac{1}{2}x - 1$ dengan menentukan titik potong sumbu dan titik lainnya.



Dari hasil mengamati contoh 4.1, mintalah siswa bernalar tentang cara menggambar grafik persamaan garis lurus yang lebih mudah. Minta beberapa siswa untuk

Alternatif Penyelesaian

Kita akan memulainya dengan menentukan titik potong sumbu.

Titik potong sumbu-x, berarti $y = 0$

$$y = -\frac{1}{2}x - 1 \quad \text{tuliskan persamaan}$$

$$0 = -\frac{1}{2}x - 1 \quad \text{substitusi } y = 0$$

$$1 = -\frac{1}{2}x \quad \text{tambahkan kedua ruas oleh 1}$$

$$-2 = x \quad \text{kalikan kedua ruas oleh -2}$$

Jadi titik potong sumbu-x adalah $(-2, 0)$

Titik potong sumbu-y, berarti $x = 0$.

$$y = -\frac{1}{2}x - 1 \quad \text{tuliskan persamaan}$$

$$y = -\frac{1}{2}(0) - 1 \quad \text{substitusi } x = 0$$

$$y = -1 \quad \text{ sederhanakan}$$

Titik potong sumbu-y adalah $(0, -1)$.

Kita harus menentukan titik lain. Perhatikan persamaan $y = -\frac{1}{2}x - 1$. Koefisien x adalah $-\frac{1}{2}$.

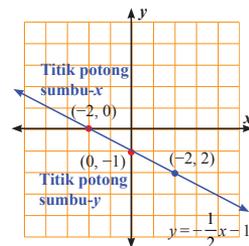
Misalnya kita pilih nilai x adalah kelipatan 2.

$$\text{Misal } x = 2 \quad y = -\frac{1}{2}x - 1 \quad \text{tuliskan persamaan}$$

$$y = -\frac{1}{2}(2) - 1 \quad \text{substitusi } x = 2$$

$$y = 2 \quad \text{ sederhanakan}$$

Titik ketiga adalah $(2, -2)$



Gambar 4.3 Grafik persamaan garis lurus $y = -\frac{1}{2}x - 1$

Untuk membantu siswa dalam bernalar, ajak siswa untuk mengamati Contoh 4.2. Setelah siswa mengamati contoh, minta siswa untuk kembali mengecek jawaban.

Berikan kesempatan kepada siswa untuk mengamati dan memahami beberapa contoh cara yang lebih mudah untuk menggambar grafik persamaan garis lurus melalui titik potong sumbu.

Contoh 4.3

Menentukan titik potong garis dengan sumbu- x dan sumbu- y

Tentukan titik potong garis $y = \frac{1}{4}x$ pada sumbu- x dan sumbu- y . Gambar grafik garis tersebut.

Alternatif Penyelesaian

Untuk menentukan titik potong sumbu- x , substitusi $y = 0$.

$$y = \frac{1}{4}x$$

$$(0) = \frac{1}{4}x$$

$$0 = x$$

Titik potong garis dengan sumbu- y adalah $(0, 0)$

Untuk menentukan titik potong sumbu- y , substitusi $x = 0$.

$$y = \frac{1}{4}x$$

$$y = \frac{1}{4}(0)$$

$$y = 0$$

Titik potong garis dengan sumbu- y adalah $(0, 0)$.

Perhatikan bahwa titik potong garis dengan sumbu- x dan sumbu- y sama-sama berada di $(0, 0)$. Hal ini tidak memperoleh dua titik yang berbeda sebagai syarat terbentuknya garis. Sehingga perlu ditentukan titik lain untuk membuat garis. Kalian dapat memilih sebarang nilai x atau y . Dengan demikian, untuk persamaan $y = \frac{1}{4}x$, pilih nilai x yang kelipatan 4 karena akan lebih mudah seperti

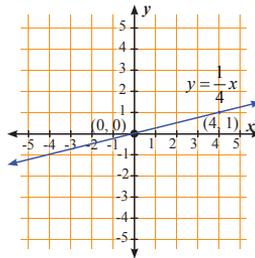
$x = 4$.

$$y = \frac{1}{4}x$$

$$y = \frac{1}{4}(4) \quad \text{Substitusi } x = 4.$$

Sehingga, titik $(4, 1)$ adalah salah satu penyelesaian dari persamaan.

Grafik yang terbentuk tampak pada gambar di samping.



Ayo Kita Amati

Berikan kesempatan kepada siswa untuk mengamati dan memahami beberapa contoh cara yang lebih mudah untuk menggambar grafik persamaan garis lurus melalui titik potong sumbu.

Bimbing siswa untuk dapat menyimpulkan bahwa cara menggambar grafik persamaan garis lurus dapat dilakukan dengan menentukan dua titik yang dilaluinya, yaitu dengan mensubstitusikan jika $x = 0$ dan $y = 0$ pada persamaan garis lurus sehingga diperoleh dua koordinat titik yang dilalui oleh garis tersebut.



Ayo Kita Amati

Cara menggambar grafik persamaan garis lurus dapat dilakukan dengan menentukan dua titik yang dilaluinya, yaitu dengan mensubstitusikan jika $x = 0$ dan $y = 0$ pada persamaan garis lurus sehingga diperoleh dua koordinat titik yang dilalui oleh garis tersebut.

Minta siswa untuk memperhatikan Masalah 4.1 tentang penerapan titik potong garis dengan sumbu koordinat.

Dalam masalah, terdapat persamaan yang menyatakan hubungan penyusutan harga dengan usia truk, yaitu $y = 360.000.000 - 12.000.000x$



Masalah 4.1

Penerapan titik potong garis dengan sumbu- x dan sumbu- y .

Perusahaan diizinkan untuk menurunkan harga aset yang dimiliki. Praktik akuntansi ini disebut depresiasi garis lurus. Dalam prosedur ini, rentang umur manfaat aset ditentukan dan kemudian aset tersebut menyusut dengan jumlah yang sama setiap tahun sampai harga kena pajak dari aset tersebut sama dengan nol.

CV. Torik Mega Jaya membeli sebuah truk baru seharga Rp360.000.000,00. Harga truk akan mengalami penyusutan Rp12.000.000,00 per tahun. Persamaan yang menyatakan penyusutan sebagai berikut

y menyatakan harga truk dan x adalah usia truk dalam tahun.

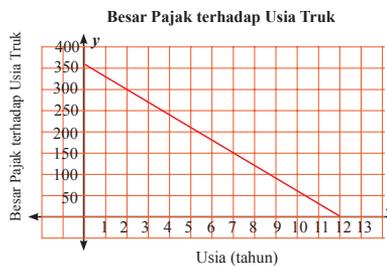
- Tentukan titik potong garis dengan sumbu- x dan sumbu- y . Gambar grafik persamaan pada bidang koordinat yang menunjukkan penyusutan harga truk.
- Menunjukkan apakah titik potong garis dengan sumbu- x dalam masalah ini?
- Menunjukkan apakah titik potong garis dengan sumbu- y dalam masalah ini?



Alternatif Pemecahan Masalah

- Untuk menentukan titik potong garis dengan sumbu- x , substitusi $y = 0$.
 $0 = 360.000.000 - 12.000.000x$
 $12.000.000x = 360.000.000$
 $x = 20$
 Titik potong garis dengan sumbu- x adalah $(20, 0)$

Untuk menentukan titik potong garis dengan sumbu- y , substitusi $x = 0$
 $y = 360.000.000 - 12.000.000(0)$
 $y = 360.000.000$



- Titik potong garis dengan sumbu- x adalah $(12, 0)$ menunjukkan bahwa ketika truk berusia 12 tahun, besar pajak truk adalah Rp0,00.
- Titik potong garis dengan sumbu- y adalah $(0, 360.000.000)$ menunjukkan bahwa ketika baru $(0$ tahun), besar pajak truk adalah Rp360.000.000,00.

Persamaan $x = c$ dapat juga ditulis dalam bentuk $x + 0y = c$. Juga sama untuk $y = d$ dapat ditulis dalam bentuk $0x + y = d$. Bagaimanakah kita menggambar grafiknya? Amatilah contoh berikut.

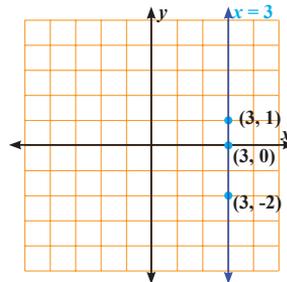
Contoh 4.4

Buatlah grafik persamaan $x = 3$.

Alternatif Penyelesaian

Kita bisa membuat tabel nilai untuk persamaan $x = 3$.

x	y
3	0
3	1
3	-2



Gambar 4.4 Grafik persamaan $x = 3$

Setelah menentukan titik-titik koordinat, kita membuat garis lurus yang melalui ketiga titik koordinat.

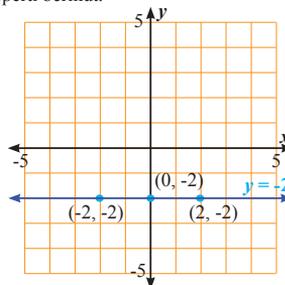
Contoh 4.5

Buatlah grafik persamaan $y = -2$

Alternatif Penyelesaian

Kita bisa membuat tabel nilai untuk persamaan $y = -2$ seperti berikut.

x	y
0	-2
2	-2
-2	-2



Gambar 4.5 Grafik persamaan $y = -2$

Setelah menentukan titik-titik koordinat, kita membuat garis lurus yang melalui ketiga titik koordinat.

Minta siswa untuk memahami Contoh 4.4 dan 4.5 tentang garis yang sejajar sumbu koordinat.

Ayo Kita Menanya

Dari keempat contoh yang diberikan, apakah pertanyaan berikut muncul di benak kalian?

1. Apa syarat suatu persamaan supaya grafik yang disajikan berupa garis lurus?
2. Apakah ada persamaan yang memotong sumbu-x dan sumbu-y tepat di satu titik?

Menggali Informasi

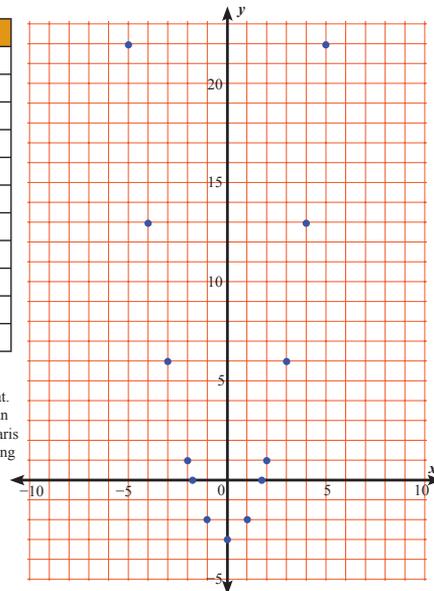
Untuk mengetahui jawaban dari pertanyaan no 1 di atas, perhatikan Contoh 4.6 berikut.

Contoh 4.6

- a. Buatlah grafik persamaan $y = x^2 - 3$

Buat tabel untuk menentukan titik-titik koordinat persamaan.

x	y	(x, y)
-5	22	(-5, 22)
-4	13	(-4, 13)
-3	6	(-3, 6)
-2	1	(-2, 1)
-1	-2	(-1, -2)
0	-3	(0, -3)
1	-2	(1, -2)
2	1	(2, 1)
3	6	(3, 6)
4	13	(4, 13)
5	22	(5, 22)



Salin dan hubungkan titik-titik yang kalian buat. Apakah grafik yang kalian buat membentuk suatu garis lurus? Berapakah titik yang memotong sumbu-x?

Gambar 4. 6 Titik-titik koordinat persamaan $y = x^2 - 3$

Ayo Kita Menanya

Berikan kesempatan siswa untuk memikirkan kemungkinan pertanyaan yang muncul dari hasil pengamatan sebelumnya.

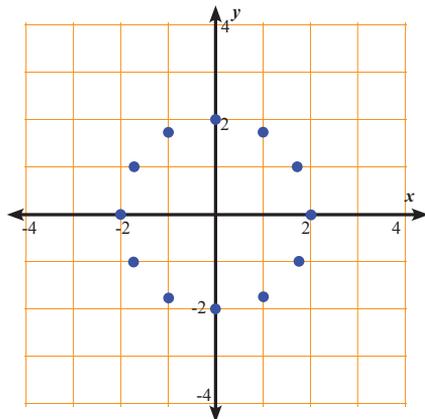
Ayo Menggali Informasi

Mintalah siswa untuk menggali informasi tentang syarat suatu persamaan yang menghasilkan grafik garis lurus dan tepat di satu titik, yaitu titik (0,0), melalui beberapa contoh yang disajikan.

b. Grafik persamaan $x^2 + y^2 = 4$.

Buat tabel untuk menentukan titik-titik koordinat persamaan, kemudian gambar titik-titik pada bidang koordinat seperti Gambar 4.7.

x	-3	-2,5	-2	-1,5	-1	0	1	1,5	2	2,5
y	tidak ada hasil	tidak ada hasil	0	1,3	1,7	2 dan -2	1,7	1,3	0	tidak ada hasil
(x, y)	-	-	(-2, 0)	(-1,5, 1,3)	(-1, 1,7)	(0, 2) (0, -2)	(1, 1,7)	(1,5, 1,3)	(2, 0)	-



Gambar 4.7 Titik-titik koordinat persamaan $x^2 + y^2 = 4$

Dari tabel dapat kita lihat bahwa untuk nilai $x > 2$ dan $x < -2$, tidak ada nilai y yang memenuhi persamaan. Sehingga tidak memiliki koordinat.

Untuk menjawab pertanyaan no 2, perhatikan Contoh 4.7 berikut.

Contoh 4.7

Gambar grafik persamaan $y = x$, $y = 3x$, dan $y = \frac{1}{2}x$ dalam satu bidang koordinat. Adakah kesamaan ketiga grafik yang terbentuk? Jelaskan.

Penyelesaian

Untuk melihat ketiga grafik tersebut, tentukan titik-titik koordinat kemudian gambar grafiknya.

Ajak siswa untuk memperhatikan dan memahami Contoh 4.6 dan 4.7 tentang syarat persamaan yang dapat membentuk garis lurus. Diskusikan dengan siswa syarat-syarat persamaan garis lurus.



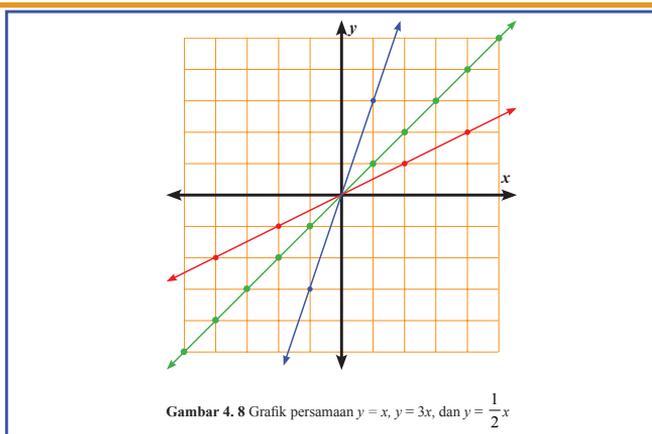
Ayo Kita Menalar

1. Minta siswa untuk mendiskusikan dengan teman sebangku tentang perbedaan persamaan garis lurus dan bukan, banyak titik koordinat paling sedikit untuk menggambar grafik persamaan garis lurus, dan persamaan garis lurus yang memotong sumbu- x dan sumbu- y di satu titik.
2. Arahkan siswa untuk memikirkan pertanyaan tersebut dari hasil mengamati dan menggali informasi sebelumnya.
3. Mintalah siswa menuliskan hasil diskusinya untuk mengomunikasikan kepada temannya yang lain.



Ayo Kita Berbagi

1. Mintalah siswa menukarkan hasil diskusi dengan teman lainnya untuk diberikan komentar.
2. Bahas secara klasikal hasil jawaban siswa untuk mengarahkan pada kesimpulan yang benar.



Gambar 4.8 Grafik persamaan $y = x$, $y = 3x$, dan $y = \frac{1}{2}x$



Ayo Kita Menalar

Diskusikan dengan teman sebangku. Setelah kalian mengamati, menanya dan menggali informasi, dapatkah kalian membedakan persamaan garis lurus dan yang bukan? Sebutkan apa yang kalian ketahui tentang Persamaan Garis Lurus?

Berapakah banyak titik koordinat paling sedikit yang ditentukan untuk membuat grafik persamaan garis lurus?

Bisakah kalian menjelaskan, persamaan garis lurus yang bagaimana yang memotong sumbu- x dan sumbu- y di satu titik?



Ayo Kita Berbagi

Tuliskan hasil diskusi di buku tulis kalian, kemudian tukarkan dengan teman kalian yang lain. Paparkan hasil diskusi kalian di depan kelas dan beri komentar secara santun.



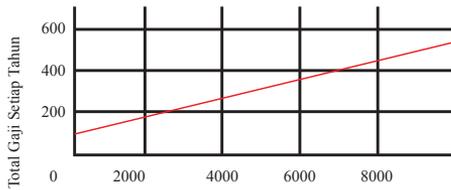
Kegiatan

1. Periksa apakah semua siswa sudah melaksanakan tugas-tugasnya dengan baik.
2. Berikan penilaian terhadap proses dan hasil karya siswa dengan menggunakan pedoman penilaian
3. Berikan tugas kepada siswa untuk mengerjakan latihan secara mandiri dan mengumpulkannya kepada guru.



Latihan 4.1

- Gambarlah grafik persamaan garis berikut pada bidang koordinat.
 - $y = 5x$
 - $y = 4x - 1$
 - $x = 2y - 2$
 - $y = 2x + 3$
 - $x - 3y + 1 = 0$
- Seorang Manajer Pemasaran memperoleh gaji sebesar Rp100.000.000,00 per tahun ditambah 5% komisi dari total penjualan selama setahun. Gaji tahunan yang dia peroleh dinyatakan dalam persamaan berikut.
 y menyatakan gaji tahunannya dan x menyatakan total penjualan tiap tahun.



- Berapakah gaji manajer tersebut selama setahun jika total penjualan sebesar Rp5.000.000.000,00?
 - Berapakah gaji manajer tersebut selama setahun jika total penjualan sebesar Rp3.000.000.000,00?
 - Apakah maksud dari koordinat titik potong garis dengan sumbu- y dalam masalah ini?
- Gambarlah grafik persamaan $y = x + 2$, $y = 2x + 2$ dan $y = 2x - 3$ pada bidang koordinat yang sama. Apa dampak perubahan grafik dari $1x$ menjadi $2x$ dan menjadi $4x$? Jelaskan.
 - Gambarlah grafik persamaan $y = 2x + 2$, $y = x + 5$ dan $y = 2x - 3$ pada bidang koordinat yang sama. Apa dampak perubahan grafik dari $+2$, $+5$ dan -3 ? Jelaskan.
 - Gambarlah grafik persamaan $y = 2x + 4$, $y = 2x - 8$, $y = 6$, dan $y = 2$ pada bidang koordinat yang sama. Berbentuk apakah perpotongan keempat grafik persamaan tersebut? Tentukan luas bangun yang terbentuk dari titik potong keempat grafik persamaan tersebut.
 - Gambarlah grafik $x + y = 1$, $x + y = -1$, $x - y = 1$, dan $x - y = -1$. Apakah bentuk bangun dari perpotongan keempat garis tersebut?

Minta siswa untuk menyelesaikan soal latihan dan dibahas di kelas dengan menunjuk salah satu siswa, sedang siswa yang lain diminta menanggapi dengan santun. Begitu seterusnya untuk nomor soal lainnya.

Soal nomor 2 pada latihan ini merupakan aplikasi dari persamaan garis lurus. Sebelum menyelesaikan masalah, minta siswa untuk membuat persamaannya. Persamaan gaji tahunan diperoleh adalah $y = 100.000.000 + 0.05x$

Sebagai tambahan, minta siswa untuk menentukan kapan garis dari persamaan tersebut memotong sumbu- y .

Setelah Pelaksanaan Pembelajaran

- Periksalah apakah semua siswa sudah mampu memahami perbedaan persamaan garis lurus dan bukan persamaan garis lurus, mampu membuat garis persamaan garis lurus, dan memahami himpunan penyelesaian dari persamaan garis.
- Berikan penilaian terhadap proses dan hasil karya siswa dengan menggunakan pedoman penilaian
- Berikan tugas kepada siswa untuk mengerjakan latihan secara mandiri dan mengumpulkannya kepada guru.



Membelajarkan 4.2

Menentukan Kemiringan Persamaan Garis Lurus

Sebelum Pelaksanaan Pembelajaran

1. Amati dan kenali terlebih beberapa materi prasyarat atau pendukung yang telah dipelajari oleh siswa sebagai bahan apersepsi sebelum mempelajari materi Persamaan Garis Lurus, yaitu Fungsi dan Sistem Koordinat.
2. Bentuk siswa menjadi kelompok-kelompok kecil (2-3 orang) yang memungkinkan siswa belajar lebih efektif.
3. Identifikasi siswa yang biasanya kesulitan membuat pertanyaan.

Apersepsi

1. Arahkan siswa untuk mengenal tentang kemiringan yang tampak dalam kehidupan sehari-hari.
2. Siswa diberikan informasi bahwa kemiringan sama dengan perbandingan antara perubahan panjang sisi tegak dan perubahan panjang sisi mendarat.
3. Bimbinglah siswa untuk mengenal masalah yang berkaitan dengan kemiringan dan memperhatikan alternatif pemecahannya.
4. Bimbinglah siswa untuk mengenal masalah yang berkaitan dengan kemiringan dan memperhatikan alternatif pemecahannya.



Kegiatan 4.2

Menentukan Kemiringan Persamaan Garis Lurus



Gambar 4.9 Tanda peringatan

Hati-Hatilah Melangkah!

Dalam merancang tangga dan jalan titian, haruslah memperhatikan kemiringan untuk keamanan dan kenyamanan pengguna.

Jalan yang menanjak juga memiliki kemiringan. Jika terlalu curam, kendaraan akan mengalami kesulitan untuk melintasinya. Tempat parkir pun demikian, jika tempat parkir terlalu miring, tidak aman bagi pengendara maupun mobil. Persamaan berikut menyatakan pengertian kemiringan.

$$\text{Kemiringan} = \frac{\text{perubahan panjang sisi tegak (vertikal)}}{\text{perubahan panjang sisi mendarat (horizontal)}}$$

Tahukah kamu, negeri kangguru Australia, memiliki peraturan perundang-undangan untuk kemiringan suatu jalan atau lintasan.

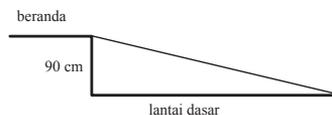
- Kemiringan jalan untuk pengguna kursi roda tidak boleh lebih dari 0,15.
- Kemiringan tempat parkir yang aman tidak boleh lebih dari 0,25.
- Kemiringan tangga suatu bangunan tidak boleh lebih dari 0,875
- Kemiringan trotoar bagi pejalan kaki tidak boleh lebih dari 0,325.



Masalah 4.3

Sekarang perhatikan masalah berikut. Gambar di bawah ini menunjukkan serambi belakang sekolah. Sebuah jalan khusus bagi pengguna kursi roda akan dibangun untuk memudahkan mereka. Jika panjang jalan yang akan dibangun 7 meter mulai bibir beranda, apakah memenuhi syarat keamanan untuk pengguna kursi roda? Berapakah panjang jalan terpendek yang dapat dibangun supaya aman bagi pengguna kursi roda?

Berapakah panjang jalan terpendek yang dapat dibangun supaya aman bagi pengguna kursi roda?



Penyelesaian

Perhatikan gambar di atas, tinggi beranda dari lantai dasar adalah 90 cm dan panjang jalan dari bibir beranda adalah 7 m atau 700 cm. Sehingga, kemiringan jalan yang akan dibangun dapat ditentukan sebagai berikut.

$$\begin{aligned}\text{Kemiringan} &= \frac{\text{perubahan panjang sisi tegak (tinggi beranda)}}{\text{perubahan panjang sisi mendatar (panjang jalan dari bibir beranda)}} \\ &= \frac{90}{700} \\ &= \frac{9}{70} \approx 0,128\end{aligned}$$

Jadi, jalan yang dibangun memenuhi syarat keamanan untuk pengguna kursi roda, karena kemiringan jalan yang akan dibangun kurang dari 0,15.

Untuk menentukan panjang jalan terpendek yang dapat dibangun supaya aman bagi pengguna kursi roda, maka kemiringan jalan yang dianjurkan adalah 0,15.

Misalkan panjang jalan terpendek yang diminta adalah x , sehingga dilakukan penghitungan sebagai berikut.

$$\begin{aligned}\text{Kemiringan} &= \frac{\text{perubahan panjang sisi tegak (tinggi beranda)}}{\text{perubahan panjang sisi mendatar (panjang jalan terpendek)}} \\ 0,15 &= \frac{90}{x} \quad \text{substitusikan ukuran yang diketahui} \\ 0,15x &= 90 \quad \text{kalikan kedua ruas oleh } x \\ x &= 600 \quad \text{bagi kedua ruas oleh } 0,15\end{aligned}$$

Jadi, panjang jalan terpendek dari bibir tangga adalah 600 cm atau 6 m.

Ayo Kita Amati

Rambu pada Gambar 4.10 menandakan jalan di depan mempunyai kemiringan 17%. Hal ini berarti untuk setiap perubahan mendatar sejauh 100 m, terdapat perubahan secara vertikal 17 m.

Dari gambar di atas, kita dapat menyatakan pergerakan kendaraan. Misalkan kemiringan jalan dari titik A ke titik B . Titik A dan B berkoordinat $(0, 0)$ dan $(100, 17)$.

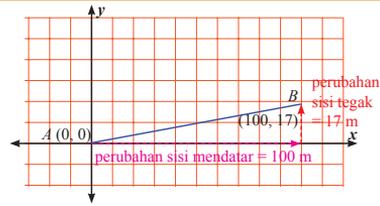


Gambar 4.10 Rambu jalan

Ayo Kita Amati

1. Ajak siswa untuk mengamati contoh masalah dan penyelesaiannya menggunakan konsep kemiringan
2. Berikan beberapa pertanyaan untuk memastikan bahwa siswa memahami cara penyelesaiannya dengan benar

Minta siswa untuk mengajukan pertanyaan dengan kata kunci kemiringan dan garis.



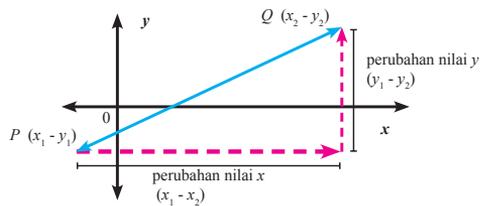
$$\begin{aligned} \text{Kemiringan garis } AB &= \frac{\text{perubahan panjang sisi tegak (vertikal)}}{\text{perubahan panjang sisi mendatar (horizontal)}} \\ &= \frac{17}{100} \\ &= 0,17 \end{aligned}$$

Kalian akan menemukan rumus untuk menentukan kemiringan garis lurus jika dua titik pada garis diketahui setelah melakukan kegiatan berikut.

Ayo Kita Menanya

Kemiringan disimbolkan m dan kalian akan menemukan rumus kemiringan garis setelah kalian menjawab pertanyaan berikut.

- Jelaskan bagaimana kalian menentukan kemiringan garis lurus yang melalui dua titik P dan Q .
- Dapatkan kalian menduga rumus menentukan kemiringan garis lurus yang sudah diketahui koordinat dua titik yang diketahui?



Gambar 4.11

Ayo Kita Menanya

- Arahkan siswa untuk memahami pertanyaan yang tersaji agar siswa terfokus pada tujuan pembelajaran yang akan dicapai saat ini.
- Mintalah siswa memperhatikan cara menentukan rumus kemiringan persamaan garis lurus yang melalui dua titik dengan seksama, yaitu kemiringan (m) sama dengan $\frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$



Kalian telah mempelajari bagaimana menentukan kemiringan garis yang melalui dua titik. Dengan mengetahui nilai kemiringan, kita dapat menentukan dua buah garis apakah sejajar atau tegak lurus. Untuk itu, perhatikan amat Gambar 4.11.

Perhatikan bahwa $ABCD$ adalah persegi dengan $A(1, 8)$, $B(3, 2)$, $C(9, 4)$, dan $D(7, 10)$.

Masih ingatkah kalian sifat-sifat persegi?

1. Sisi-sisi yang berhadapan sejajar, yakni AB dan DC serta AD dan BC .

Sekarang kita akan menentukan kemiringan garis yang melalui titik A dan B serta kemiringan garis yang melalui titik D dan C .

Kemiringan garis yang melalui $A(1, 8)$ dan $B(3, 2)$ dapat ditentukan sebagai berikut:

Misalkan kemiringan garis yang melalui $A(x_1, y_1)$ dan $B(x_2, y_2)$ adalah m_1 . Sehingga kemiringan garis yang melalui titik A dan B adalah

$$m_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \quad \text{kemiringan garis yang melalui dua titik}$$

$$m_1 = \frac{2 - 8}{3 - 1} \quad \text{substitusikan nilai } x \text{ dan } y$$

$$m_1 = \frac{-6}{2} = -3 \quad \text{ sederhanakan}$$

Kemiringan garis yang melalui $D(7, 10)$ dan $C(9, 4)$ ditentukan sebagai berikut.

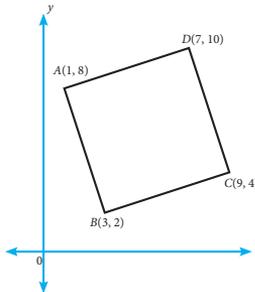
Misalkan kemiringan garis yang melalui $D(x_1, y_1)$ dan $C(x_2, y_2)$ adalah m_2 . Sehingga kemiringan garis yang melalui titik A dan B adalah

$$m_2 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \quad \text{kemiringan garis yang melalui dua titik}$$

$$m_2 = \frac{4 - 10}{9 - 7} \quad \text{substitusikan nilai } x \text{ dan } y$$

$$m_2 = \frac{-6}{2} = -3 \quad \text{ sederhanakan}$$

Kemiringan kedua garis AB dan DC adalah sama. Dengan cara yang sama, kemiringan garis AD dan BC juga sama.



Gambar 4.12



1. Arahkan siswa mengamati contoh masalah terkait kemiringan garis pada grafik yang berbentuk persegi, yaitu ada garis yang saling sejajar dan garis yang saling berpotongan tegak lurus.
2. Lakukan tanya jawab untuk memastikan bahwa siswa telah memahami dengan benar.

2. Sisi-sisi yang berdekatan berpotongan tegak lurus, disimbolkan \perp , yakni sisi $AB \perp BC$, $AB \perp AD$, $AD \perp DC$, dan $BC \perp DC$.

Sekarang kita akan menentukan kemiringan garis yang melalui titik A dan B serta kemiringan garis yang melalui titik B dan C .

Kemiringan garis yang melalui $A(1, 8)$ dan $B(3, 2)$ dapat ditentukan sebagai berikut.

Misalkan kemiringan garis yang melalui $A(x_1, y_1)$ dan $B(x_2, y_2)$ adalah m_1 . Sehingga kemiringan garis yang melalui titik A dan B adalah

$$m_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \quad \text{kemiringan garis yang melalui dua titik}$$

$$m_1 = \frac{2 - 8}{3 - 1} \quad \text{substitusikan nilai } x \text{ dan } y$$

$$m_1 = \frac{-6}{2} = -3 \quad \text{ sederhanakan}$$

Kemiringan garis yang melalui $B(3, 2)$ dan $C(9, 4)$ ditentukan sebagai berikut.

Misalkan kemiringan garis yang melalui $B(x_1, y_1)$ dan $C(x_2, y_2)$ adalah m_3 . Sehingga kemiringan garis yang melalui titik A dan B adalah

$$m_3 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \quad \text{kemiringan garis yang melalui dua titik}$$

$$m_3 = \frac{4 - 2}{9 - 3} \quad \text{substitusikan nilai } x \text{ dan } y$$

$$m_3 = \frac{2}{6} = \frac{1}{3} \quad \text{ sederhanakan}$$

Dengan cara yang sama, kalian bisa menentukan kemiringan garis yang lain.



Setelah kalian mengamati Gambar 4.12 dan menentukan kemiringan garis yang melalui keempat garis persegi, kalian mungkin bertanya seperti pertanyaan berikut.

1. Bagaimanakah kemiringan dua garis yang sejajar?
2. Bagaimanakah kemiringan dua garis yang saling tegak lurus?
3. Dapatkah kemiringan dua garis yang tegak lurus keduanya bernilai positif?
4. Dapatkah kemiringan dua garis yang sejajar keduanya bernilai positif?



Arahkan siswa untuk memahami pertanyaan yang tersaji sehingga siswa memahami masalah yang diamati sebelumnya dan termotivasi untuk menggali informasi lebih jauh.



Menggali Informasi

Untuk menjawab pertanyaan di atas, perhatikan nilai kedua kemiringan garis.

Misalkan kemiringan garis yang melalui titik A dan B adalah m_1 , kemiringan garis yang melalui titik D dan C adalah m_2 dan $m_1 = -3$ dan $m_2 = -\frac{1}{3}$.

Kita tahu bahwa garis AB dan DC adalah sejajar dan $m_1 = m_2$

Misalkan kemiringan garis yang melalui titik A dan B adalah m_1 , kemiringan garis yang melalui titik B dan C adalah m_2 dan $m_1 = -3$ dan $m_2 = \frac{1}{3}$.

Perhatikan hasil kali kedua kemiringan $m_1 \times m_2 = (-3) \times \frac{1}{3} = -1$.

Jadi, dua garis dikatakan saling tegak lurus apabila $m_1 \times m_2 = -1$.



Ayo Kita Menalar

Setelah kalian mengamati, menanya dan menggali informasi, dapatkah kalian menentukan hubungan dua persamaan garis apakah sejajar? atau tegak lurus? Jelaskan jawabanmu.



Ayo Kita Berbagi

Tuliskan hasil diskusi di buku tulis kalian, kemudian tukarkan dengan teman kalian yang lain. Silakan memberi komentar dan memberi komentar secara santun.



Contoh 4.8

Tentukan kemiringan garis yang melalui titik $(1, -8)$ dan $(-5, -4)$.



Alternatif Penyelesaian

$(1, -8)$ dan $(-5, -4)$

(x_1, y_1) dan (x_2, y_2)

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{-4 - (-8)}{-5 - 1} = \frac{4}{-6} = -\frac{2}{3}$$



Menggali Informasi

Bimbinglah siswa untuk menggali informasi dari pertanyaan yang tersaji sebelumnya, sehingga siswa memahami bahwa :

- kemiringan garis yang saling sejajar adalah sama
- kemiringan garis yang saling berpotongan adalah -1



Ayo Kita Menalar

1. Arahkan siswa berdiskusi berpikir tentang hubungan dua persamaan garis, yaitu garis yang saling sejajar dan garis yang saling berpotongan.
2. Berikan kesempatan kepada siswa untuk bersikusi dan memahami contoh beserta penyelesaiannya yang tersaji.



Ayo Kita Berbagi

Mintalah siswa untuk memajang lembar hasil kerjanya di papan pajangan kelas secara terpisah antara kelompok satu dengan kelompok yang lain dan saling mengunjungi hasil karya kelompok lain, beri komentar, kritik, saran yang perlu.

Contoh 4.9

Garis l_1 melalui titik $(2, -3)$ dan $(4, 1)$ dan garis l_2 melalui titik $(5, -6)$ dan $(-3, -2)$. Tanpa menggambar grafik, tentukan apakah garis l_1 dan l_2 sejajar, tegak lurus, atau tidak keduanya.

Alternatif Penyelesaian

Pertama-tama menentukan kemiringan masing-masing garis. Kemudian membandingkan kemiringan untuk menentukan jika kedua garis sejajar atau tegak lurus.

Untuk garis l_1 :	Untuk garis l_2 :
$(2, -3)$ dan $(4, 1)$	$(5, -6)$ dan $(-3, -2)$
(x_1, y_1) dan (x_2, y_2)	(x_1, y_1) dan (x_2, y_2)
$m = \frac{1 - (-3)}{4 - 2} = \frac{4}{2} = 2$	$m = \frac{-2 - (-6)}{-3 - 5} = \frac{4}{-8} = -\frac{1}{2}$

Kemiringan garis l_1 adalah 2 dan kemiringan garis l_2 adalah $-\frac{1}{2}$. Hasil kali kemiringan kedua garis adalah -1 . Jadi, garis l_1 dan garis l_2 saling tegak lurus.

Contoh 4.10

Gambarlah grafik persamaan garis lurus yang melalui $P(-2, 1)$ dan tegak lurus \overline{JK} dengan $J(-5, -4)$ dan $K(0, -2)$.

Alternatif Penyelesaian

Pertama, tentukan kemiringan \overline{JK} .

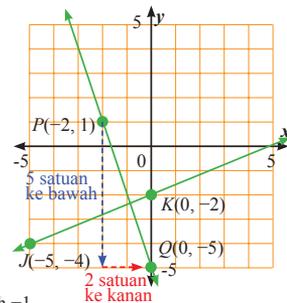
$$\begin{aligned}
 m_3 &= \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} && \text{tuliskan rumus kemiringan} \\
 &= \frac{-2 - (-4)}{0 - (-5)} && \text{substitusikan nilai } x \text{ dan } y \\
 &= \frac{2}{5} && \text{ sederhanakan}
 \end{aligned}$$

Hasil kali kemiringan dua garis yang saling tegak lurus adalah -1 .

Oleh karena $\frac{2}{5} \left(-\frac{5}{2}\right) = -1$, sehingga kemiringan garis yang tegak lurus \overline{JK} dan melalui titik $P(-2,$

$1)$ adalah $-\frac{5}{2}$.

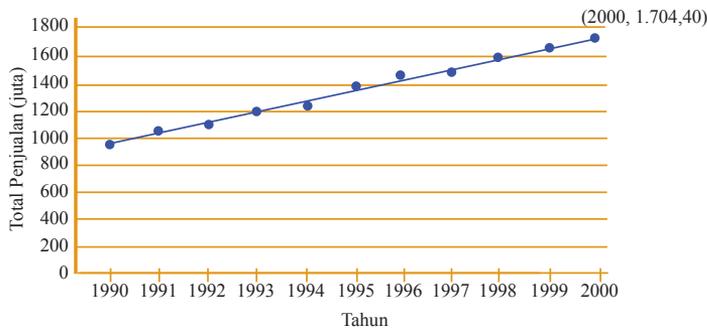
Gambar grafik dengan cara, mulai dari titik $P(-2, 1)$ turun ke bawah 5 satuan, kemudian ke kanan 2 satuan. Beri nama titik Q . Gambar garis PQ .



Ajak siswa untuk mengamati dan memahami Contoh 4.9 dan 4.10 tentang menentukan dua garis apakah sejajar atau tegak lurus.

Masalah 4.4

Kemiringan suatu garis dapat digunakan untuk mengidentifikasi koordinat sebarang titik pada garis. Kemiringan ini juga digunakan untuk menyatakan laju perubahan. Laju perubahan menyatakan suatu kuantitas berubah dari waktu ke waktu.



Gambar 4.13 Grafik Penjualan Alat Olahraga

Perusahaan alat olahraga melaporkan bahwa penjualan peralatan olahraga antara tahun 1990 dan 2000 meningkat dengan rata-rata Rp92,40 juta per tahun. Pada tahun 2000, total penjualan sebesar Rp1.704,40 juta. Jika penjualan meningkat dengan rata-rata yang sama, berapakah total penjualan yang diperoleh perusahaan tersebut pada tahun 2008?

Alternatif Pemecahan Masalah

Misalkan $(x_1, y_1) = (2000, 1.074,40)$ dan $m = 92,40$

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \quad \text{rumus kemiringan}$$

$$92,40 = \frac{y_2 - 1.074,40}{2008 - 2000} \quad \text{substitusi } m = 92,40, y_1 = 1.074,40, x_1 = 2000, \text{ dan } x_2 = 2008$$

$$92,40 = \frac{y_2 - 1.074,40}{8} \quad \text{ sederhanakan}$$

$$739,20 = y_2 - 1.074,40 \quad \text{kedua ruas kalikan 8}$$

$$1.813,60 = y_2 \quad \text{kedua ruas tambahkan 1.074,4}$$

Koordinat titik menyatakan penjualan di tahun 2008 adalah $(2008, 1.318,6)$.

Jadi, total penjualan di tahun 2008 adalah Rp1.318,60 juta.

Ajak siswa untuk memahami penerapan kemiringan pada masalah penjualan. Minta siswa untuk mengamati representasi kemiringan dalam masalah.

Sebelum Pelaksanaan Pembelajaran 1.1

1. Periksalah apakah semua siswa sudah melaksanakan tugas-tugasnya dengan baik.
2. Berikan penilaian terhadap proses dan hasil karya siswa dengan menggunakan pedoman penilaian.
3. Berikan tugas kepada siswa untuk mengerjakan latihan secara mandiri dan mengumpulkannya kepada guru.



Latihan

Mintalah siswa untuk mengerjakan tugas Latihan secara mandiri. Bahas dengan siswa di kelas dengan menunjuk salah satu siswa, sedang siswa yang lain diminta menanggapi dengan santun. Begitu seterusnya untuk nomor soal lainnya. Lakukan diskusi baik secara klasikal maupun kelompok untuk mengetahui berbagai cara yang digunakan siswa. Perhatikan siswa yang masih menggunakan penalaran intuitifnya, namun jangan pernah menyalahkannya.

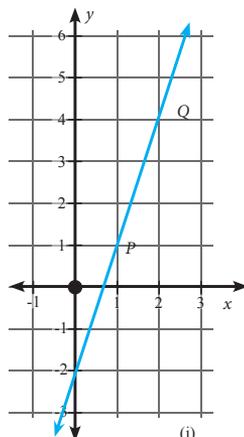


Latihan 4.2

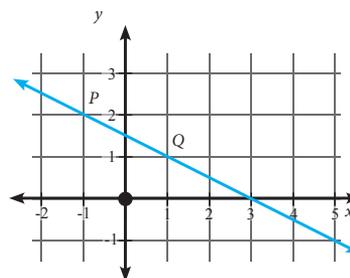
1. Tentukan kemiringan tangga ranjang di bawah ini.



2. Masing-masing diagram berikut, P dan Q merupakan dua titik pada garis.



(i)



(ii)

- a) Tentukan kemiringan setiap garis.
- b) Pilihlah dua titik lain dan hitunglah kemiringannya. Apakah kemiringannya juga berubah? Mengapa?

1. Periksalah apakah semua siswa sudah melaksanakan tugas-tugasnya dengan baik.
2. Berikan tugas kepada siswa untuk mengerjakan latihan secara mandiri dan mengumpulkannya kepada guru.

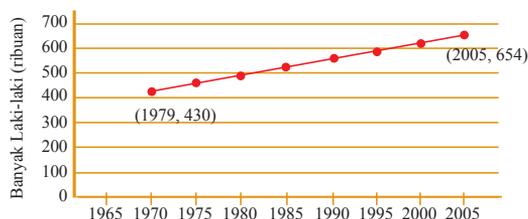
3. Jelaskan bagaimana kalian menentukan kemiringan garis lurus yang melalui dua titik berikut.
 - a) (2, 3) dan (6, 8).
 - b) (-4, 5) dan (-1, 3).
4. Gambarkan grafik dengan diketahui sebagai berikut.
 - a) (1, 1) dengan kemiringan $\frac{2}{3}$.
 - b) (0, -5) dengan kemiringan 3.
 - c) (-2, 2) dengan kemiringan 0.
5. Garis yang melalui titik $A(-2, 3)$ dan $B(2, p)$ memiliki kemiringan $\frac{1}{2}$. Tentukan nilai p .
6. Kemiringan garis yang melalui titik $(4, h)$ dan $(h + 3, 7)$ kemiringan $-\frac{1}{4}$. Tentukan nilai h .

Untuk soal nomor 5 – 10, diketahui dua titik pada garis l_1 dan garis l_2 . Tanpa menggambar grafik, tentukan apakah kedua garis tegak lurus, sejajar, atau tidak keduanya.

7. $l_1 : (2, 5)$ dan $(4, 9)$ 8. $l_1 : (-3, -5)$ dan $(-1, 2)$ 9. $l_1 : (4, -2)$ dan $(3, -1)$
 $l_2 : (-1, 4)$ dan $(3, 2)$ $l_2 : (0, 4)$ dan $(7, 2)$ $l_2 : (-5, -1)$ dan $(-10, -16)$
10. $l_1 : (0, 0)$ dan $(2, 3)$ 11. $l_1 : (5, 3)$ dan $(5, 9)$ 12. $l_1 : (3, 5)$ dan $(2, 5)$
 $l_2 : (-2, 5)$ dan $(0, -2)$ $l_2 : (4, 2)$ dan $(0, 2)$ $l_2 : (2, 4)$ dan $(0, 4)$
13. Garis yang melalui titik $(-5, 2p)$ dan $(-1, p)$ memiliki kemiringan yang sama dengan garis yang melalui titik $(1, 2)$ dan $(3, 1)$. Tentukan nilai p .
14. Gambarkan grafik yang melalui titik $W(6, 4)$, dan tegak lurus \overline{DE} dengan $D(0, 2)$ dan $E(5, 0)$.
15. Penerapan kemiringan suatu garis

Banyaknya laki-laki berusia lebih dari 20 tahun yang bekerja di suatu provinsi secara linear mulai dari 1970 sampai 2005 ditunjukkan oleh gambar di bawah. Pada tahun 1970, sekitar 430.000 laki-laki berusia di atas 20 tahun yang bekerja. Pada tahun 2005, jumlah ini meningkat menjadi 654.000.

- a. Tentukan kemiringan garis, gunakan titik (1970, 430) dan titik (2005, 654)
- b. Apa maksud dari kemiringan pada soal 15.a dalam konteks masalah ini?





Membelajarkan 4.3

Menentukan Persamaan Garis Lurus

Sebelum Pelaksanaan Pembelajaran

1. Amati dan kenali terlebih beberapa materi prasyarat atau pendukung yang telah dipelajari oleh siswa sebagai bahan apersepsi sebelum mempelajari materi Persamaan Garis Lurus, yaitu Fungsi dan Sistem Koordinat.
2. Bentuk siswa menjadi kelompok-kelompok kecil (2-3 orang) yang memungkinkan siswa belajar lebih efektif.
3. Identifikasi siswa yang biasanya kesulitan membuat pertanyaan.

Kegiatan 4.3

Menentukan Persamaan Garis Lurus

a. Kemiringan garis yang melalui dua titik



Ayo Kita Amati



Contoh 4.11

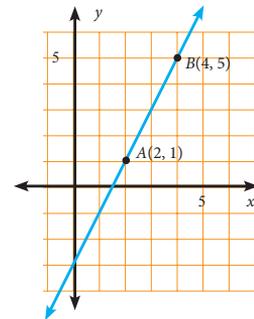
Tentukan kemiringan garis yang melalui titik $A(2, 1)$ dan $B(4, 5)$



Alternatif Penyelesaian

Misal $(2, 1)$ adalah (x_1, y_1) dan $(4, 5)$ adalah (x_2, y_2) .

$$\begin{aligned} \text{Kemiringan garis } AB &= \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \\ &= \frac{5 - 1}{4 - 2} = 2 \end{aligned}$$



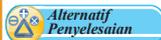
Gambar 4.14 Garis yang kemiringannya bernilai positif

Perhatikan bahwa kemiringan garis yang bernilai positif, bentuk garisnya naik (selalu miring ke kanan).



Contoh 4.12

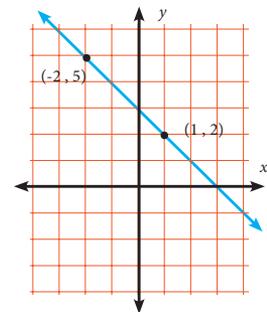
Tentukan kemiringan garis yang melalui titik $(1, 2)$ dan $(-2, 5)$



Alternatif Penyelesaian

Misal $(1, 2)$ adalah (x_1, y_1) dan $(-2, 5)$ adalah (x_2, y_2) .

$$\begin{aligned} \text{Kemiringan garis } AB &= \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \\ &= \frac{5 - 2}{(-2) - 1} \\ &= \frac{3}{-3} \\ &= -1 \end{aligned}$$



Gambar 4.15 Garis yang kemiringannya bernilai negatif

Perhatikan bahwa kemiringan garis yang bernilai negatif, bentuk garisnya turun (selalu miring ke kiri).



Ayo Kita Amati

Bimbinglah siswa untuk mengamati contoh dan penyelesaiannya tentang kemiringan persamaan garis yang melalui dua titik melalui konsep yang telah dipelajari pada kegiatan sebelumnya, sehingga siswa dapat mengetahui nilai positif atau negatif dari kemiringan suatu persamaan garis lurus.

Ayo Kita Menanya

Mintalah siswa untuk menuliskan pertanyaan lain tentang perbedaan nilai kemiringan dan grafik dari keempat contoh yang diamati sebelumnya.

Selain pertanyaan yang sudah ada di buku siswa, giring siswa untuk mempertanyakan bagaimanakah kemiringan suatu garis yang sejajar dengan sumbu koordinat?

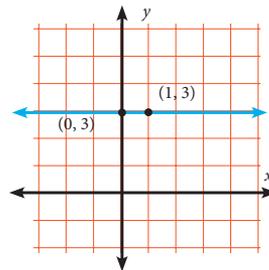
Contoh 4.13

Tentukan kemiringan garis yang sejajar sumbu-x dan melalui titik (1, 3).

Alternatif Penyelesaian

Grafik menunjukkan garis horizontal melalui titik (1, 3). (0, 3) adalah titik yang juga melalui Garis.

$$\begin{aligned} \text{Kemiringan} &= \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \\ &= \frac{3 - 3}{1 - 0} \\ &= \frac{0}{1} \\ &= 0 \end{aligned}$$



Gambar 4.16 Grafik yang sejajar sumbu-x

Contoh 4.14

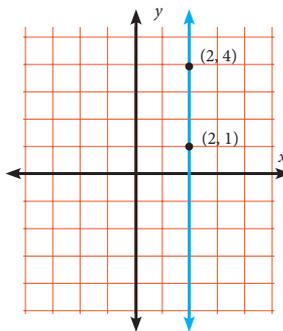
Tentukan kemiringan garis yang sejajar sumbu-y dan melalui titik (2, 4).

Alternatif Penyelesaian

Grafik menunjukkan garis horizontal melalui titik (2, 4). (2, 1) adalah titik yang juga melalui garis.

$$\begin{aligned} \text{Kemiringan} &= \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \\ &= \frac{1 - 4}{2 - 2} \\ &= \frac{-3}{0} \end{aligned}$$

(tidak terdefinisi)



Gambar 4.17 Grafik yang sejajar sumbu-y

Ayo Kita Menanya

Perhatikan keempat contoh dan penyelesaiannya yang telah kalian amati. Mungkin kalian bertanya, Contoh 4.11, misalnya. Apakah jika (4, 5) adalah (x_1, y_1) dan (2, 1) adalah (x_2, y_2) , nilai kemiringan garis akan berubah juga? Mengapa?

Sekarang buatlah pertanyaan tentang perbedaan nilai kemiringan dan grafik dari keempat contoh.

**Menggali Informasi**

Dari pertanyaan-pertanyaan yang telah kalian buat, mungkin pertanyaan-pertanyaan berikut termasuk di dalam daftar pertanyaan kalian.

1. Grafik yang bagaimanakah yang memiliki kemiringan positif?
2. Grafik yang bagaimanakah yang memiliki kemiringan negatif?
3. Apakah sebuah garis memiliki lebih dari satu kemiringan?
4. Apakah ada sifat kemiringan lain selain keempat sifat seperti yang dicontohkan?

Untuk menjawab pertanyaan-pertanyaan di atas, perhatikan kembali contoh yang diberikan. Buatlah dugaan tentang sifat-sifat kemiringan dan bentuk grafik persamaan garis yang dibentuk.

Selanjutnya, coba kalian diskusikan dengan teman sebangku kalian **Contoh 4.13** dan penyelesaiannya di bawah ini.

**Contoh 4.15**

Kemiringan garis yang melalui titik $(-4, p)$ dan $(1, 2)$ adalah $-\frac{3}{4}$. Tentukan nilai p .

**Alternatif Penyelesaian**

Misalkan $(-4, p)$ adalah (x_1, y_1) dan $(1, 2)$ adalah (x_2, y_2) .

$$\text{Kemiringan garis} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = -\frac{3}{4} \text{ (diketahui)}$$

dengan mensubstitusi nilai ke rumus di atas, diperoleh

$$\text{Kemiringan garis} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = -\frac{3}{4}$$

$$-\frac{3}{4} = \frac{2 - p}{1 - (-4)} \quad \text{substitusi nilai } x \text{ dan } y$$

$$-\frac{3}{4} = \frac{2 - p}{5} \quad \text{ sederhanakan}$$

$$(-3) \times 5 = 4(2 - p) \quad \text{ kalikan silang}$$

$$-15 = 8 - 4p \quad \text{ sederhanakan}$$

$$-15 - 8 = -4p \quad \text{ kurangkan kedua ruas oleh 8}$$

$$-23 = -4p \quad \text{ sederhanakan}$$

$$\frac{23}{4} = p \quad \text{ bagi kedua ruas oleh } -4$$

**Menggali Informasi**

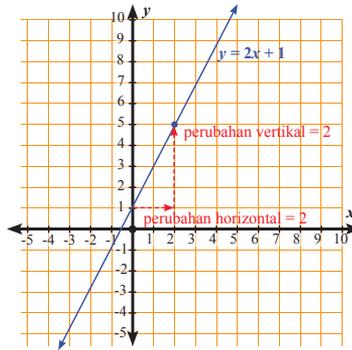
Bimbinglah siswa untuk berdiskusi untuk menggali informasi dari pertanyaan yang tersaji sebelumnya dengan memperhatikan contoh yang disajikan.

b. Kemiringan garis $y = mx + c$



Persamaan $y = 2x + 1$ adalah contoh persamaan garis lurus. Grafik persamaan garis lurus tersebut ditunjukkan gambar berikut.

Dari grafik, Kemiringan = 2 berpotongan dengan sumbu-y di $y = 1$



Gambar 4.18 Grafik garis persamaan $y = 2x + 1$



Perhatikan bahwa kemiringan garis sama dengan koefisien x di persamaan $y = 2x + 1$. Begitu juga titik potong sumbu-y yang sama dengan suku konstan.

Bagaimana dengan persamaan $y = 5x - 4$, berapakah kemiringan persamaan tersebut? Berapakah perpotongan sumbu-y-nya? Coba gambar grafiknya untuk mendukung jawabanmu.



Persamaan garis $l : 3x - 4y + 20 = 0$. Tentukan

- kemiringan garis l
- Koordinat titik potong garis l dengan sumbu-y
- Koordinat titik potong garis l dengan sumbu-x dan gambar grafiknya.



$3x - 4y + 20 = 0$ dapat dinyatakan dalam bentuk umum.

$3x - 4y + 20 = 0$ tulis persamaan yang diketahui

$3x + 20 = 4y$ tambah kedua ruas oleh 4y

$\frac{3}{4}x + 5 = y$ bagi kedua ruas oleh 4



Bimbinglah siswa untuk mengamati contoh dan penyelesaiannya tentang kemiringan pada persamaan garis $y = mx + c$

Dengan demikian, $m = \frac{3}{4}$ dan $c = 5$.

- Kemiringan garis l adalah $\frac{3}{4}$.
- Garis l memotong sumbu- y di $(0, 5)$.
- Garis l akan memotong sumbu- x untuk $y = 0$.

$$\frac{3}{4}x + 5 = y \quad \text{tuliskan persamaan garis}$$

$$\frac{3}{4}x + 5 = 0 \quad \text{substitusi } y = 0$$

$$\frac{3}{4}x = -5 \quad \text{kurangi kedua ruas oleh 5}$$

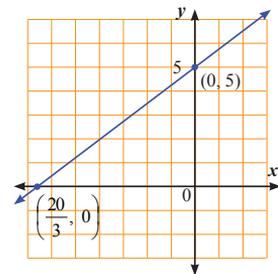
$$x = -\frac{20}{3} \quad \text{kalikan kedua ruas oleh } \frac{20}{3}$$

Jadi, garis l melalui titik $(0, 5)$ dan $(-\frac{20}{3}, 0)$

Cek kemiringan:

Kemiringan garis l yang melalui $(0, 5)$ dan $(-\frac{20}{3}, 0)$

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{5 - 0}{0 - (-\frac{20}{3})} = \frac{3}{4}$$



Gambar 4. 19 Grafik garis $l : 3x - 4y + 20$

c. Menentukan persamaan garis lurus

$$y = mx + c$$

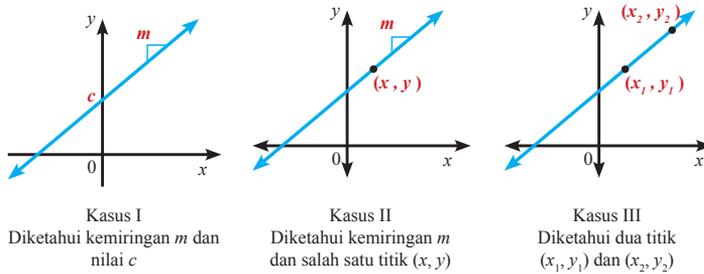
↓ ↓
kemiringan perpotongan sumbu- y

Perhatikan persamaan garis lurus $y = mx + c$, kita dapat dengan mudah menentukan persamaan garis lurus jika kita mengetahui nilai m dan c .

Ajak siswa untuk mengamati dan memahami Masalah 4.5 dan penyelesaiannya. Ajak siswa untuk memahami bagaimana menentukan kemiringan garis dengan membentuk persamaan yang diketahui menjadi bentuk umum $y = mx + c$.

Tiga kasus berikut menunjukkan bagaimana kita menentukan persamaan garis lurus jika salah satu unsur berikut diketahui.

- Kemiringan dan nilai c (Kasus I)
- Kemiringan dan sebuah titik pada garis (Kasus II)
- Dua titik pada garis (Kasus III)



Gambar 4.20 Beberapa kasus persamaan garis lurus

Sekarang, perhatikan contoh berikut untuk setiap kasus.

Contoh 4.16

Menentukan persamaan garis lurus yang diketahui kemiringan dan titik potong sumbu- y :
Tentukan persamaan garis lurus yang memiliki kemiringan 2 dan memotong sumbu- y di $(0, -5)$.

Alternatif Penyelesaian

Diketahui, kemiringan $m = 2$ dan garis memotong sumbu- y di $(0, 5)$ berarti $c = 5$.
Dengan demikian,

$$y = mx + c \quad \text{tuliskan persamaan umum}$$

$$y = 2x - 5$$

Jadi, persamaan garis lurus yang dimaksud adalah $y = 2x - 5$.

Contoh 4.17

Menentukan persamaan garis lurus yang diketahui kemiringan dan koordinat titik yang melalui garis
Tentukan persamaan garis lurus yang memiliki kemiringan $\frac{1}{2}$ dan melalui titik $(6, 7)$.

- Mintalah siswa untuk mengamati kasus masalah dan alternatif penyelesaiannya yang tersaji dengan seksama.
- Lakukan tanya jawab untuk memastikan bahwa siswa telah memahami cara menentukan persamaan garis lurus dengan benar.

Alternatif Penyelesaian 1

Oleh karena persamaan garis berbentuk $y = mx + c$ dan titik $(6, 7)$ dilalui garis, maka

$$\begin{aligned} y &= mx + c && \text{tuliskan persamaan umum} \\ 7 &= \frac{1}{2}(6) + c && \text{substitusi nilai } x \text{ dan nilai } y \\ 7 &= 3 + c && \text{ sederhanakan} \\ 4 &= c && \text{ kurangkan kedua ruas oleh 3} \end{aligned}$$

Jadi, persamaan garis yang dimaksud adalah

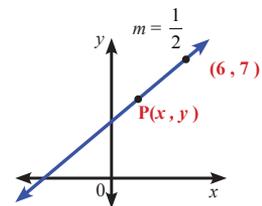
$$\begin{aligned} y &= \frac{1}{2}x + 4 \\ 2y &= x + 8 && \text{kalikan kedua ruas oleh 2} \\ 0 &= x - 2y + 8 && \text{kurangkan kedua ruas oleh } -2y \end{aligned}$$

Alternatif Penyelesaian 2

Alternatif penyelesaian ini menggunakan kemiringan dua buah titik yang melalui garis.

Misal $P(x, y)$ adalah sebarang titik pada garis. Oleh karena kemiringan garis yang melalui titik $(6, 7)$ dan $P(x, y)$ adalah $\frac{1}{2}$, sehingga

$$\begin{aligned} m &= \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} && \text{tuliskan rumus kemiringan} \\ \frac{1}{2} &= \frac{y - 7}{x - 6} && \text{substitusi nilai } m, x_1, \text{ dan } y_1 \\ 2(y - 7) &= x - 6 && \text{kalikan silang} \\ 2y - 14 &= x - 6 && \text{ sederhanakan} \\ 2y &= x + 8 && \text{jumlahkan kedua ruas oleh 14} \\ y &= \frac{1}{2}x + 4 && \text{bagikan kedua ruas oleh 2} \end{aligned}$$



Gambar 4.21 Grafik persamaan $y = \frac{1}{2}x + 4$

Jadi, persamaan garis yang dimaksud adalah $y = \frac{1}{2}x + 4$.

Dari Contoh 4.15 kita tahu bahwa persamaan garis lurus yang melalui titik (x_1, y_1) dan memiliki kemiringan m adalah

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

1. Mintalah siswa untuk mengamati alternatif penyelesaian Contoh 4.17.
2. Lakukan tanya jawab untuk memastikan bahwa siswa telah memahami cara menentukan persamaan garis lurus dengan benar.

Contoh 4.18

Menentukan persamaan garis lurus yang diketahui koordinat dua titik yang melalui garis
Tentukan persamaan garis yang melalui titik $(1, -5)$ dan $(-2, 4)$.

Alternatif Penyelesaian 1

Kemiringan garis yang melalui titik $(1, -5)$ dan $(-2, 4)$ adalah

$$\begin{aligned} m &= \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \\ &= \frac{4 - (-5)}{-2 - 1} \\ &= -3 \end{aligned}$$

Oleh karena persamaan garis berbentuk $y = mx + c$ dan titik $(-2, 4)$ dilalui garis, maka

$$\begin{aligned} y &= mx + c \\ 4 &= -3(-2) + c \\ c &= -2 \end{aligned}$$

Jadi, persamaan garis yang melalui titik $(1, -5)$ dan $(-2, 4)$ adalah $y = -3x - 2$

Catatan: Hasil yang sama jika $(1, -5)$ digunakan untuk menentukan nilai c .

Alternatif Penyelesaian 2

Alternatif penyelesaian ini menggunakan kesamaan dua bentuk aljabar untuk kemiringan garis yang dimaksud.

Misal $P(x, y)$ sebarang titik pada garis. Oleh karena kemiringan garis yang melalui $(-2, 4)$ dan $P(x, y)$ adalah:

$$m = \frac{y - 4}{x - (-2)} = \frac{y - 4}{x + 2}$$

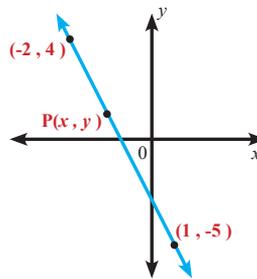
Kemiringan garis yang melalui $(1, -5)$ dan $(-2, 4)$ adalah

$$m = \frac{4 - (-5)}{-2 - 1} = -3$$

Oleh karena kedua kemiringan di atas adalah sama, maka

$$\begin{aligned} \frac{y - 4}{x + 2} &= -3 \\ y - 4 &= -3(x + 2) \\ y - 4 &= -3x - 6 \\ y &= -3x - 2 \end{aligned}$$

Jadi, persamaan garis yang dimaksud adalah $y = -3x - 2$.



Gambar 4.22 Grafik persamaan $y = -3x - 2$

1. Mintalah siswa untuk mengamati alternatif penyelesaian Contoh 4.18.
2. Lakukan tanya jawab untuk memastikan bahwa siswa telah memahami cara menentukan persamaan garis lurus dengan benar.



Ayo Kita Menalar

Ajak siswa bernalar bagaimana menentukan persamaan garis lurus jika diketahui titik dan garis lain yang sejajar atau tegak lurus. Minta siswa untuk memperhatikan Masalah 4.6.



Ayo Kita Berbagi

1. Tugaskan kepada siswa untuk diskusi tentang cara menentukan persamaan garis yang saling tegak lurus berdasarkan pengamatan sebelumnya.
2. Mintalah siswa untuk menulis hasil diskusi pada lembar jawaban.
3. Kemudian menukarkan lembar jawaban tersebut dengan kelompok lain. Saling diskusi lembar jawaban kelompok lain serta memberikan kritik, saran, dan komentar yang perlu.



Ayo Kita Menalar



Masalah 4.6

Kalian telah mengetahui cara menentukan persamaan garis yang memiliki kemiringan dan melalui titik tertentu. Bagaimana cara kalian menentukan persamaan garis yang sejajar atau tegak lurus dengan garis lain?

Perhatikan contoh berikut untuk membantu kalian menjawab masalah di atas.



Contoh 4.19

Tentukan persamaan garis yang melalui titik (4,3) dan sejajar garis $4x + y = 8$.



Alternatif Penyelesaian

Untuk menentukan persamaan garis, kalian harus mengetahui titik pada garis dan kemiringan garis. Titik yang diketahui adalah $(-2, -3)$. Karena garis yang dimaksud sejajar $4x + y = 8$, kedua garis pasti memiliki dua kemiringan yang sama. Perhatikan bahwa persamaan $4x + y = 8$ memiliki bentuk yang sama dengan $y = -4x + 8$, sehingga kemiringan kedua garis adalah -4 .

Sekarang, tentukan persamaan garis yang melalui titik $(-2, -3)$ dan memiliki kemiringan -4 .

$$\begin{aligned}
 y - y_1 &= m(x - x_1) \\
 y - (-3) &= -4[x - (-2)] && \text{substitusi } m = -4 \text{ dan } (-2, -3) \text{ untuk } (x_1, y_1) \\
 y + 3 &= -4(x + 2) && \text{ sederhanakan} \\
 y + 3 &= -4x - 8 && \text{ sederhanakan dengan distribusi perkalian} \\
 y &= -4x - 11 && \text{ kurangkan kedua ruas oleh 3}
 \end{aligned}$$

Jadi, persamaan yang diminta adalah $y = -4x - 11$.

Diskusikan dengan teman kalian, bagaimana kalian menentukan persamaan garis yang tegak lurus dengan garis lain? Jelaskan prosedur yang kalian gunakan untuk menentukan persamaan garis yang tegak lurus dengan garis lain.

Dengan cara yang sama seperti Contoh 4.17, kalian bisa menentukan persamaan yang dimaksud. Namun, yang harus diingat bahwa hasil kali kemiringan dua garis yang saling tegak lurus adalah -1 .



Ayo Kita Berbagi

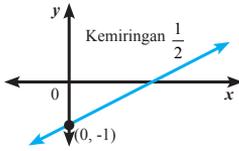
Tuliskan hasil diskusi di buku tulis kalian, kemudian tukarkan dengan teman kalian yang lain. Silakan memberi komentar dan menerima komentar secara santun.



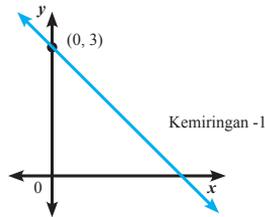
Latihan 4.3

1. Tulislah persamaan garis yang ditunjukkan masing-masing gambar berikut.

a.

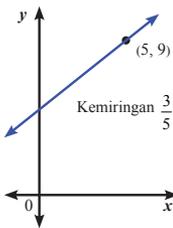


b.

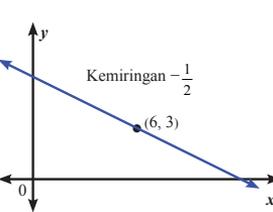


2. Tulislah persamaan garis yang ditunjukkan masing-masing gambar berikut.

a.

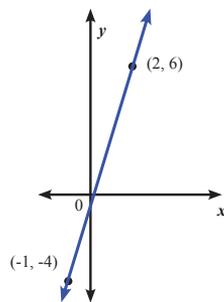


b.

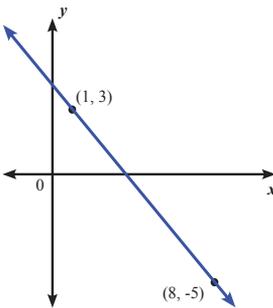


3. Tulislah persamaan garis yang ditunjukkan masing-masing gambar berikut.

a.



b.



Latihan

Mintalah siswa untuk mengerjakan tugas latihan secara mandiri dari 3 kasus yang disajikan. Hasil peojek ditulis dengan rapi dan dipajang pada papan pajangan kelas untuk dikomentari teman lainnya.

4. Tentukan persamaan garis lurus jika diketahui informasi berikut ini.

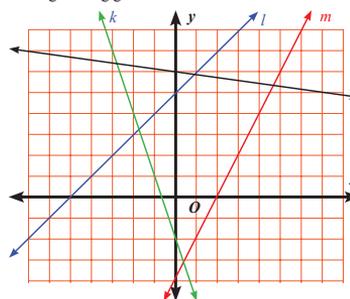
- Memiliki kemiringan $-\frac{1}{3}$ dan melalui perpotongan sumbu- y di titik $(0, 4)$.
- Memiliki kemiringan -4 dan melalui $(1, -2)$.
- Melalui titik $(1, 6)$ dan $(7, 4)$.
- Melalui $(-2, -1)$ dan sejajar dengan garis $y = x - 6$
- Sejajar sumbu- x dan melalui $(-3, 1)$.
- Sejajar sumbu- y dan melalui $(7, 10)$.
- Melalui $(-2, 1)$ dan tegak lurus dengan garis yang melalui titik $(-5, -4)$ dan $(0, -2)$.

5. Tentukan persamaan garis yang melalui $(7, 2)$ dan sejajar dengan garis $2x - 5y = 8$.

6. Tentukan persamaan garis yang tegak lurus $2y + 2 = -\frac{7}{4}(x - 7)$ dan melalui titik $(-2, -3)$.

7. Tentukan persamaan garis lurus untuk masing-masing garis berikut.

- k
- l
- m
- n
- tegak lurus garis l dan melalui $(-1, 6)$
- sejajar garis k dan melalui $(7, 0)$
- sejajar garis n dan melalui $(0, 0)$
- tegak lurus garis m dan melalui $(-3, -3)$



8. P berkoordinat di $(8, 3)$, Q berkoordinat di $(4, 6)$ dan O adalah titik asal.

- Tentukan persamaan garis yang melalui P dan memiliki kemiringan sama dengan garis OQ .
- Diketahui bahwa garis di soal 8a. melalui $(k, 1)$, tentukan nilai k .

9. Persamaan garis l adalah $2y - x = 5$. Tentukan

- Titik koordinat garis l yang memotong sumbu- x .
- Titik koordinat garis l yang memotong sumbu- y .
- Kemiringan garis l .
- Gambarkan garis l .

10. Garis k melalui titik $A(-2, 3)$ dan $B(3, 1)$. Garis l melalui titik $C(-6, 5)$, $D(-2, d)$, $T(t, -5)$. Garis k tegak lurus garis l . Tentukan nilai d dan t .

Setelah Pelaksanaan Pembelajaran

- Periksalah apakah semua siswa sudah mampu memahami dan menentukan persamaan garis lurus, menentukan persamaan garis yang sejajar atau tegak lurus dengan garis lain yang diketahui,
- Berikan tugas kepada siswa untuk mengerjakan latihan secara mandiri dan mengumpulkannya kepada guru.

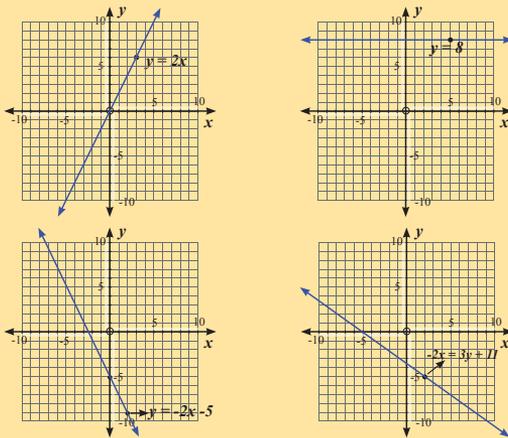


Tugas Projek 4

1. Temukan cara menggambar grafik persamaan garis lurus dengan langkah-langkah seperti pada *kegiatan 4.1*. Buatlah laporan (diktik dengan komputer) kemudian pajangkan laporan kalian pada papan pajangan.

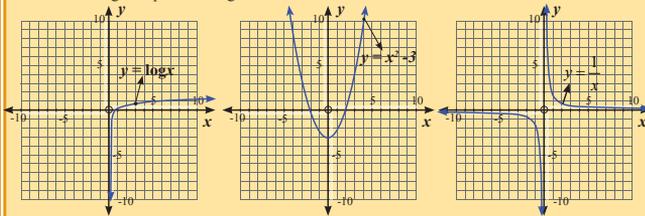
Untuk menggambar grafik persamaan garis lurus ini sebenarnya dapat menggunakan *software* komputer (*Fx Draw, Maple, Microsoft Excel, Mathematica, GeoGebra, Matlab, atau QtOktave*) dan itu sangat mudah. Menurut kalian, masih perlukah kalian memiliki kemampuan menggambar grafik persamaan garis lurus secara manual? Mengapa?

Contoh grafik persamaan garis lurus.



Gambar 4.23 Contoh grafik persamaan garis lurus

Contoh bukan grafik persamaan garis lurus.



Gambar 4.24 Contoh grafik bukan persamaan garis lurus



Tugas Projek

1. Siapkan perangkat computer, printer beserta salah satu *software* menggambar grafik persamaan garis lurus. Misal, *Fx Draw, Mapple, Mathematica, GeoGebra, Matlab*.
2. Minta siswa untuk mencetak hasil gambar grafik dan memberikan komentar.
3. Jika ada siswa yang lebih cepat mahir dalam menggunakan salah satu *software* tersebut, berikan motivasi agar dia mau membantu teman lainnya dalam menggunakan *software* dengan senang hati.
4. Untuk sekolah yang belum tersedia laboratorium computer di sekolah, cobalah gambar grafik persamaan garis lurus yang tersedia di kertas milimeter blok.



Merangkum

1. Gradien (kemiringan) garis

$$m = \frac{\text{panjang garis vertikal}}{\text{panjang garis horizontal}}$$
2. Garis p dan q sejajar jika dan hanya jika $m_p = m_q$
3. Garis p tegak lurus garis q jika dan hanya jika $m_p \times m_q = -1$
4. Persamaan garis jika diketahui gradien & satu titik adalah $y - y_1 = m(x - x_1)$
5. Persamaan garis jika diketahui dua titik adalah

$$\frac{y - y_1}{y_2 - y_1} = \frac{x - x_1}{x_2 - x_1}$$
6. Kedudukan dua garis lurus
 - a. Sejajar, jika $m_1 = m_2$
 - b. Berhimpit, jika $m_1 = m_2$ dan $c_1 = c_2$
 - c. Berpotongan, jika $m_1 \neq m_2$
 - d. Tegak lurus, jika $m_1 \times m_2 = -1$

Buatlah bermacam-macam grafik fungsi dengan menggunakan software yang ada. Kelompokkan grafik-grafik tersebut sesuai dengan kategori yang kalian inginkan. Misalnya, memiliki kemiringan yang sama, dua garis yang sejajar, dua garis yang saling tegak lurus, dan lainnya. Berilah komentar untuk masing-masing kelompok. Jelaskan bagaimana cara kalian mengelompokkannya.

2. Untuk kalian yang tidak menggunakan komputer atau belum tersedia laboratorium komputer di sekolah, cobalah gambar grafik persamaan garis lurus berikut di kertas berpetak yang kalian miliki atau yang kalian buat.

a. $ax + by + c = 0$

b. $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$

Jelaskan prosedur paling sederhana untuk membuat grafik tersebut.

Catatan: Silakan ganti nilai a dan b semau kalian.

Sajikan grafik yang kalian buat dengan tampilan yang baik agar teman kalian tertarik dan mudah membacanya. Pajang grafik dan mintalah komentar dari teman kalian. Jika ada teman yang tertarik pada karya kalian tentang salah satu program komputer tersebut, maka sebaiknya kalian mau mengajarkan dengan senang hati.



Merangkum 4

Kalian telah mempelajari tentang bentuk persamaan garis lurus dan cara menggambar grafiknya. Jawablah beberapa pertanyaan berikut untuk memantapkan hal penting yang perlu diperhatikan pada materi persamaan garis lurus.

1. Bagaimana langkah-langkah menggambar grafik persamaan garis lurus?
2. Bagaimana menentukan kemiringan garis yang melalui dua buah titik?
3. Bagaimana menentukan kemiringan garis jika diketahui persamaannya?
4. Bagaimana cara menentukan persamaan garis lurus yang melalui kemiringan m dan titik $A(x_p, y_p)$?
5. Bagaimana cara menentukan persamaan garis lurus yang melalui dua titik $A(x_1, y_1)$ dan $B(x_2, y_2)$?
6. Apa yang dapat kalian ketahui tentang kemiringan:
 - a. Dua garis yang saling sejajar?
 - b. Dua garis yang berpotongan saling tegak lurus?
7. Persamaan suatu garis dengan kemiringan m dan melalui titik (x_1, y_1) dapat dinyatakan oleh $y - y_1 = m(x - x_1)$ atau $y = m(x - x_1) + y_1$. Jelaskan bagaimana hubungan grafik $y = m(x - x_1) + y_1$ dan grafik $y = mx$.



Uji Kompetensi 4

1. Gambarlah grafik persamaan garis lurus berikut.
 - a. $y = x - 2$
 - b. $-3y + 4x = 12$
2. Ketut dan Kadek menghitung kemiringan garis yang melalui titik $A(15, 4)$ dan $B(-6, -13)$.

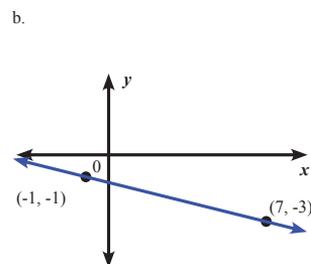
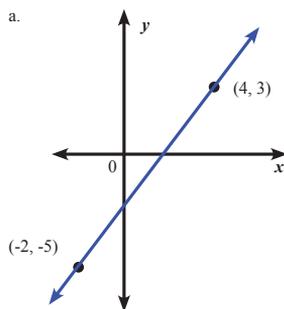
Kadek

$$m = \frac{4 - (-15)}{15 - (-6)}$$
$$= \frac{17}{21}$$

Ketut

$$m = \frac{4 - 13}{15 - 6}$$
$$= \frac{9}{1}$$

3. Tentukan kemiringan masing-masing garis berikut.



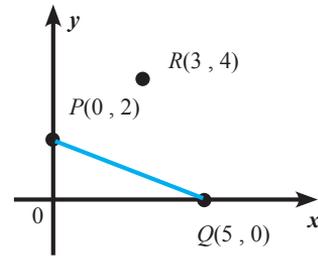
4. Tentukan persamaan garis lurus jika diketahui informasi berikut.

- a. Memiliki kemiringan 3 dan melalui titik $(0, -4)$
- b. Memiliki kemiringan $-1\frac{1}{2}$ dan melalui titik $(1, 2)$
- c. Memiliki kemiringan 4 dan melalui titik $(-2, 1)$
- d. Melalui $(1, 4)$ dan $(2, -1)$.
- e. Melalui $(-1, 0)$ dan $(3, -8)$

Minta siswa untuk menyelesaikan soal kompetensi dan diskusikan soal yang banyak siswa mengalami kesulitan. Lakukan diskusi baik secara klasikal maupun kelompok untuk mengetahui masalah yang ditemui siswa. Perhatikan siswa yang masih kesulitan dalam menyelesaikan uji kompetensi 4 ini.

5. Titik P , Q dan R berturut-turut berkoordinat di $(0, 2)$, $(5, 0)$ dan $(3, 4)$.

- a. Garis l_1 memiliki kemiringan yang sama dengan garis PQ dan melalui titik R . Tentukan persamaan garis l_1 .
- b. Garis l_2 berkemiringan 2, melalui titik R dan memotong sumbu- y di S .
- (i) Tentukan persamaan garis l_2 .
- (ii) Tentukan koordinat titik S .



6. Cocokkan setiap persamaan garis lurus di **a.** dengan kemiringan di **b.** titik potong sumbu- y di **c.** dan gambar grafik di **d.**

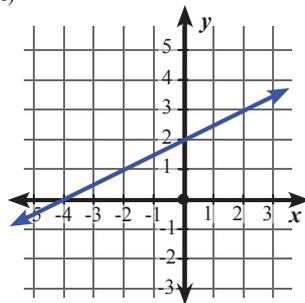
a (i) $y = x - 3$ b (i) Kemiringan $= -2$ c (i) $(0, 3)$

(ii) $y = 3x - 1$ (ii) Kemiringan $= \frac{1}{2}$ (ii) $(0, 2)$

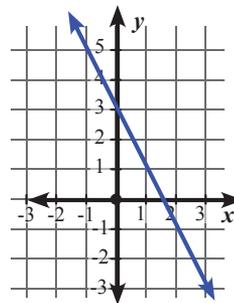
(iii) $2y - x = 2$ (iii) Kemiringan $= 3$ (iii) $(0, -2)$

(iv) $2x + y - 3 = 0$ (iv) Kemiringan $= 1$ (iv) $(0, -3)$

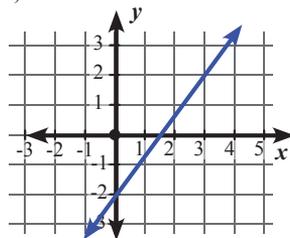
d. (i)



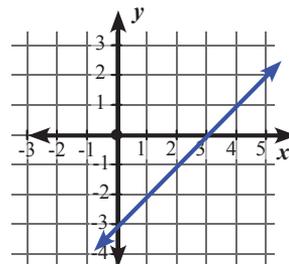
(ii)



(iii)



(iv)





Soal Pengayaan

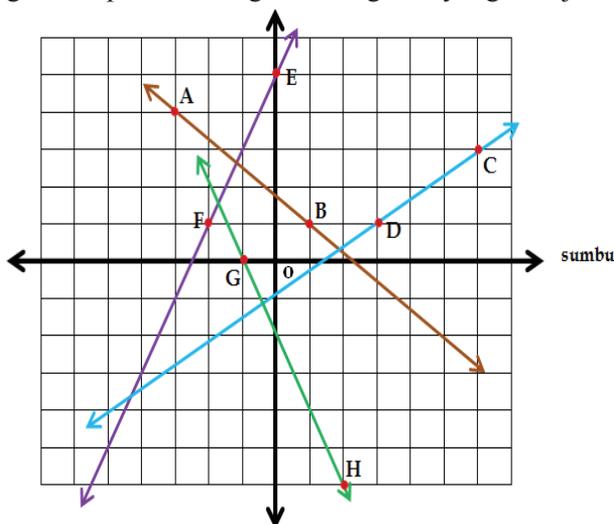
1. Tentukan titik potong pada sumbu x dan sumbu y dari persamaan garis $3x - 5y + 15 = 0$
2. Tentukan persamaan garis lurus yang melalui pangkal koordinat dan mempunyai besar kemiringan berikut.
 - a. 3
 - b. -5
 - c. $1\frac{2}{3}$
3. Tentukan persamaan garis lurus dengan ketentuan sebagai berikut.
 - a. kemiringan 4 dan melalui titik $(0, -7)$
 - b. kemiringan $-3\frac{1}{2}$ dan melalui titik $(0, 5)$
 - c. kemiringan 2 dan melalui titik $(-2, 1)$
4. Tentukan persamaan garis lurus yang melalui dua titik berikut.
 - a. $K(4, 6)$ dan $L(1, 3)$
 - b. $M(-1, 0)$ dan $N(3, -8)$
 - c. $O(-4, 7)$ dan $P(-3, -1)$
5. Hitunglah kemiringan garis yang menghubungkan setiap pasangan titik berikut.
 - a. $Q(-3, 6)$ dan $R(1, 10)$
 - b. $S(4, 1)$ dan $T(6, 7)$
 - c. $U(-5, -7)$ dan $V(-8, 2)$
6. Tentukan persamaan garis yang melalui titik $P(3, 5)$ dan memiliki kemiringan -2 .
7. Garis k melalui titik $A(-2, 3)$ dan $B(3, 1)$.
Garis l melalui titik $C(-6, 5)$, $D(2, d)$, $T(t, -5)$
Garis k tegak lurus garis l . Tentukan d dan t .
8. Tentukan persamaan garis yang sejajar dengan garis $y = 2x + 1$ dan melalui titik $(-4, 3)$.
9. Gambarlah sebuah bidang koordinat.
Kemudian tentukan gambar grafik persamaan garis lurus berikut.
 - a. $y = x - 2$
 - b. $-3y + 4x = 12$
 - c. $y = \frac{2}{3}x - 1$

d. $y = -3x + 4$

e. $y + \frac{3}{4}x = 4$

10. Gambarlah garis dengan persamaan $2x + 4y = 12$. Jika titik $R(a, 5)$ terletak pada garis tersebut, tentukan nilai a .

11. Tentukan kemiringan dan persamaan garis dari grafik yang tersaji berikut.



12. Persamaan garis lurus yang melalui titik $(2, 5)$ dan tegak lurus garis $x - 2y + 4 = 0$ adalah...

13. a. Hitunglah m_{AB} bila $A(3, 0)$ dan $B(0, -2)$

b. Jika garis h sejajar dengan AB , tentukan kemiringan garis h .

c. Jika garis k tegak lurus dengan AB , tentukan kemiringan garis k .

14. Garis dengan persamaan $y = 5x - 1$ melalui titik $A(2, a)$ dan $B(-3, b)$

a. Tentukan nilai a dan b

b. Berapakah kemiringan garis tersebut?

15. a. Tentukan persamaan garis yang melalui titik $(0, -7)$ dan memiliki kemiringan sebesar $-\frac{3}{4}$

b. Tentukan persamaan garis yang melalui titik $(7, -6)$ dan memiliki kemiringan sebesar -3

15. Tentukanlah kemiringan dari persamaan garis berikut.

a. $y = 2x$

d. $2x + 3y = 0$

b. $y = 3x$

e. $4x - 6y = 0$

c. $x = 2y$

16. Persamaan garis melalui titik $(-2, 5)$ dan sejajar garis $x - 3y + 2 = 0$ adalah
- $3x - y = 17$
 - $3x + y = 17$
 - $x - 3y = -17$
 - $x + 3y = -17$
17. Tentukan persamaan garis h yang melalui titik $K(-2, -4)$ dan sejajar garis g dengan persamaan $3x + y - 5 = 0$.
18. Empat puluh buah buku akan terjual jika harganya (dalam ribuan) Rp120,00 dan lima puluh buku akan terjual jika harganya Rp 80,00. Tentukan:
- Fungsi permintaannya dan grafiknya.
 - Banyak barang yang diminta jika harga per unit Rp 20,00
19. Sepeda merek "Kuat" bila dijual seharga (dalam ribuan) Rp 300,- perunit akan laku sebanyak 1.000 unit, dan pada setiap kenaikan harga sebesar Rp 100,- jumlah penjualannya bertambah sebanyak 400 unit. Tentukan
- fungsi penawarannya,
 - banyak sepeda yang ditawarkan jika harga per unit Rp 250,00.
20. Perusahaan taxi di Jakarta memasang tarif Rp10.000,00 untuk kilometer pertama dan Rp2.000,00 per kilometer berikutnya. Tarif yang dikenakan disajikan oleh grafik di bawah ini.



- Jelaskan mengapa bagian pertama dalam grafik dinyatakan dalam garis horizontal.
- Apa maksud dari titik potong garis dengan sumbu-y dalam konteks masalah ini?
- Jelaskan mengapa garis yang menyatakan tarif taxi lebih dari 1 km tidak horizontal?
- Tentukan persamaan tarif taxi.
- Berapakah ongkos yang harus dibayar jika penumpang menempuh 6 km?



Pedoman Penilaian

No	Aspek Penilaian	Capaian	Keterangan
1	Keterselesaian Buku Siswa	B-	Bila Buku Siswa terselesaikan dengan baik
		<B-	Bila ada bagian dari Buku Siswa yang tidak terselesaikan
2	Portofolio: a) Uji Kompetensi b) Soal dari tempat lain	A	Bila memilih soal dari Uji Kompetensi dengan kategori Sangat Sulit dan mampu menyelesaikannya dengan baik
		A-	Bila memilih soal dari Uji Kompetensi dengan kategori Sulit dan mampu menyelesaikannya dengan baik
		B+	Bila memilih soal dari Uji Kompetensi dengan kategori Sedang dan mampu menyelesaikannya dengan baik
		B	Bila memilih soal dari Uji Kompetensi dengan kategori Mudah dan mampu menyelesaikannya dengan baik
		B-	Bila memilih soal dari Uji Kompetensi dengan kategori Sangat Sulit dan kurang mampu menyelesaikannya dengan baik
		B, B-	Bila memilih soal dari Uji Kompetensi dengan kategori Sulit dan kurang mampu menyelesaikannya dengan baik
		B ⁺ , B, B-	Bila memilih soal dari Uji Kompetensi dengan kategori Sedang dan kurang mampu menyelesaikannya dengan baik
		A-, B ⁺ , B, B-	Bila memilih soal dari Uji Kompetensi dengan kategori Mudah dan kurang mampu menyelesaikannya dengan baik
	Tugas Proyek	A	Bila Proyek terselesaikan dan mampu mempresentasikan dengan Baik
		A-, B ⁺ , B	Bila ada bagian dari Proyek yang tidak terselesaikan atau kurang mampu mempresentasikan
B-		Bila Proyek tidak terselesaikan samasekali	

Keterangan: - Nilai KKM = B-

- Aspek penilaian Nomor 1 adalah syarat nilai yang harus terpenuhi, sedangkan Aspek penilaian Nomor 2 adalah penambahan nilai.



Kata Kunci

- Rumus Pythagoras
- Tripel Pythagoras
- Segitiga siku-siku khusus



Kompetensi Dasar

1. Memahami Teorema Pythagoras melalui alat peraga dan penyelidikan pola bilangan.
2. Menggunakan Teorema Pythagoras untuk menyelesaikan berbagai masalah.
3. Menggunakan pola dan generalisasi untuk menyelesaikan masalah nyata.



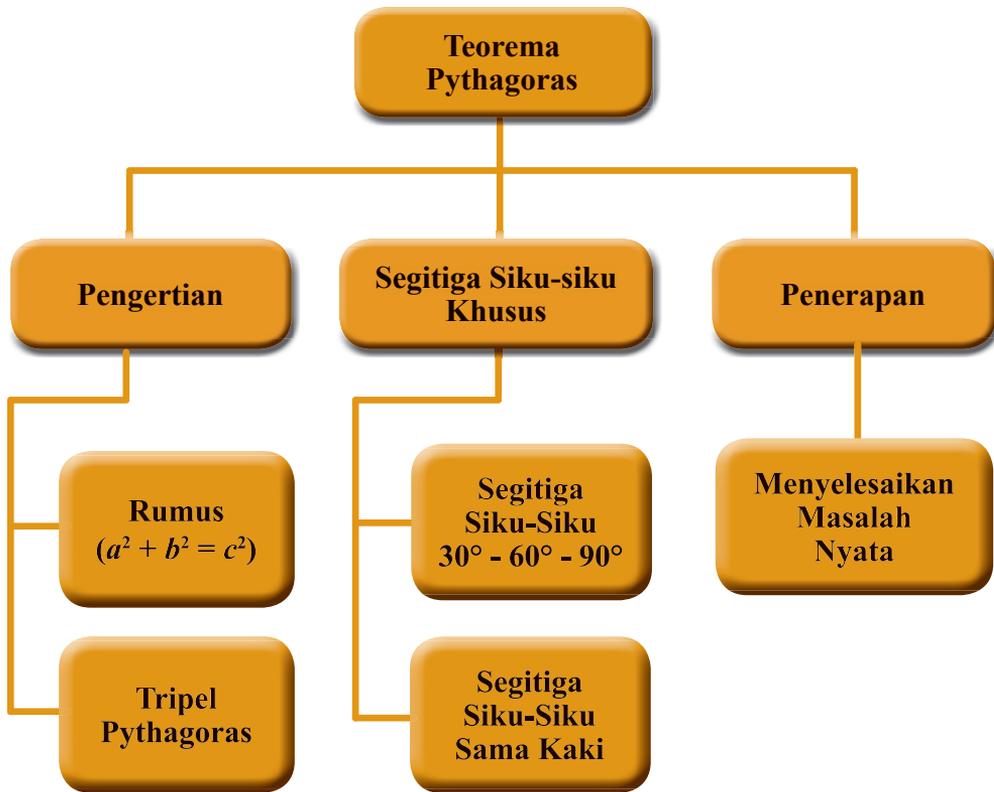
Sumber: www.andy.web/id

Seorang pekerja bangunan sedang memeriksa kesikuan, sebelum membuat desain pondasi suatu bangunan. Dalam memeriksa kesikuan ini mereka menggunakan Tripel Pythagoras 6, 8, 10, meski secara ilmiah Pak Tukang tidak mengerti alasan mengapa menggunakan itu. Ini adalah salah satu penerapan Teorema Pythagoras dalam kehidupan sehari-hari.



Pengalaman Belajar

1. Menggunakan alat peraga dan pola bilangan untuk menemukan Teorema Pythagoras .
2. Menemukan hubungan antar sisi pada segitiga siku-siku khusus.
3. Menyelesaikan permasalahan nyata dengan Teorema Pythagoras.





**Pythagoras
(582 SM – 496 SM)**

Pythagoras (582 SM – 496 SM) lahir di pulau Samos, di daerah Ionia, Yunani Selatan. Salah satu peninggalan Pythagoras yang paling terkenal hingga saat ini adalah teorema Pythagoras, yang menyatakan bahwa kuadrat sisi miring suatu segitiga siku-siku sama dengan jumlah kuadrat dari sisi-sisinya. Yang unik, ternyata rumus ini 1.000 tahun sebelum masa Pythagoras, orang-orang Yunani sudah mengenal penghitungan “ajaib” ini. Walaupun fakta di dalam teorema ini telah banyak diketahui sebelum lahirnya Pythagoras, namun teorema ini dianggap sebagai temuan Pythagoras, karena ia yang pertama membuktikan pengamatan ini secara matematis. Pythagoras menggunakan metode aljabar untuk menyatakan teorema ini.

Temuan lain yang ditemukan oleh Pythagoras adalah rasio/perbandingan emas (golden ratio). Pada masa lalu,

matematika memang tidak hanya berkaitan dengan bilangan. Matematika digunakan untuk menjabarkan filsafat dan memahami keindahan. Termasuk golden ratio ini. Berdasarkan penemuan Pythagoras, ternyata banyak hal di alam semesta ini mengarah pada golden ratio. Cangkang siput, galur-galur pada nanas, dan ukuran tubuh bagian atas manusia dibandingkan bagian bawahnya hampir pasti mendekati golden ratio 1 : 1,618. Pythagoras juga membuktikan, semua benda yang memenuhi golden ratio senantiasa memiliki tingkat estetika yang sangat tinggi. Kalau alam semesta berlimpahan dengan benda-benda dengan “ukuran golden ratio”, maka manusia mesti membuat yang serupa demi menjaga keindahan tersebut. Bahkan, Pythagoras berprinsip bahwa “Segala sesuatu adalah angka; dan perbandingan emas adalah raja semua angka.”

Berdasarkan uraian di atas dapat kita ambil beberapa kesimpulan, antara lain:

1. Pythagoras adalah orang yang mempunyai rasa ingin tahu yang sangat tinggi. Sekalipun teorema tentang segitiga siku-siku sudah dikenal masyarakat sebelumnya, tapi dia terus menggalinya sehingga dapat membuktikan kebenaran teorema tersebut secara matematis.
2. Tanpa kita sadari ternyata bumi yang indah beserta kehidupan yang ada di dalamnya ini tidak lepas dari perhitungan matematika. Oleh karena itu kita perlu belajar matematika dengan lebih mendalam sehingga bisa mengungkap rahasia alam sekaligus membuktikan ke-Mahabesaran ciptaan Tuhan YME.
3. Matematika adalah ilmu yang menarik untuk kita pelajari, bukan ilmu yang menyeramkan seperti dikatakan sebagian orang. Karena telah banyak sejarah yang menceritakan tentang peran matematika dalam memajukan peradaban manusia, salah satunya adalah teorema Pythagoras yang menjadi spelopor perkembangan ilmu geometri dan arsitektur.



Membelajarkan 5.1

Memahami Teorema Pythagoras

Sebelum Pelaksanaan Pembelajaran

1. Sampaikan tujuan pembelajaran pada siswa
2. Mintalah siswa membaca sebentar tentang sedikit cerita tentang Pythagoras.
3. Persilahkan siswa untuk mengemukakan beberapa pertanyaan untuk memancing rasa ingin tahu siswa.
4. Berikan kesempatan pada siswa untuk sedikit berdiskusi tentang cerita Pythagoras yang baru dibaca
5. Sampaikan pada siswa tentang pentingnya belajar tentang materi ini untuk memotivasi siswa.
6. Mintalah siswa membaca dan memahami masalah 6.1
7. Bagilah kelas menjadi kelompok yang terdiri 4 -5 orang
8. Siapkan alat peraga berupa model persegi dengan ukuran: 3×3 , 4×4 , 5×5 , 6×6 , 7×7 , 8×8 , 9×9 , 10×10 , 12×12 , 13×13 , 15×15 , 16×16 , 17×17 , 20×20 , 24×24 dan 25×25 (bisa dibuat dari karton yang ditempel kertas yang memiliki grid atau gunakan millimeter blok) untuk setiap kelompok.

Kegiatan 5.1

Memahami Teorema Pythagoras

Masalah 5.1

Teorema Pythagoras banyak dimanfaatkan dalam kehidupan sehari-hari. Salah satu diantaranya dalam bidang pertukangan. Seorang tukang yang akan membangun suatu rumah biasanya mengukur lahan yang akan dibangun. Tukang tersebut memastikan bahwa sudut-sudut pondasi bangunan yang akan dibangun benar-benar siku-siku dengan cara menggunakan segitiga dengan kombinasi ukuran sisi 60 cm, 80 cm, dan 100 cm.



Gambar 5.1 Seorang Tukang sedang mengukur kesikuan lahan

Barangkali Pak Tukang sendiri tidak menyadari mengapa bilangan itu yang tepat untuk membentuk sudut siku-siku. Untuk mengetahui kebenaran cara yang digunakan oleh pak tukang tersebut akan kita pelajari pada bab ini.

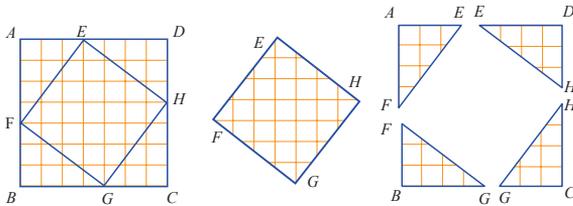
Ukuran-ukuran yang digunakan oleh Pak tukang tersebut akan kita buktikan memenuhi teorema Pythagoras.

Dalam kegiatan 1 akan kita pelajari lebih banyak tentang apa itu teorema Pythagoras. Teorema Pythagoras erat kaitannya dengan segitiga siku-siku. Teorema bisa dimanfaatkan untuk menyelesaikan masalah di sekitar.

Alternatif Pemecahan Masalah

Ayo Kita Amati

Perhatikan Gambar 5.1 berikut.



Gambar 5.1

Ayo Kita Amati

Ajak siswa mengamati Gambar 5.1 untuk membuat ilustrasi dalam pembuktian teorema pythagoras. Jelaskan bahwa segitiga EAF, FBG, GCH, dan HDE adalah segitiga siku-siku dengan ukuran yang sama (kongruen).

Bangun datar $ABCD$ adalah bangun persegi dengan panjang sisi 7 satuan panjang. Persegi $ABCD$ tersusun dari 4 segitiga siku-siku dengan ukuran sama (EAF , FBG , GCH , dan HDE) dan 1 persegi ($EFGH$).

Untuk menunjukkan bahwa $EFGH$ adalah persegi, perhatikan penjelasan berikut.

Perhatikan segitiga FBG .

Segitiga FBG adalah segitiga siku-siku, dengan sudut siku-siku di B . Oleh karena itu, $m\angle BGF + m\angle GFB = 90^\circ \dots (*)$

Perhatikan segitiga GCH .

Segitiga GCH adalah segitiga siku-siku, dengan ukuran yang sama dengan segitiga FBG .

$$FB = GC$$

$$BG = CH$$

$$GF = HG$$

Oleh karena segitiga FBG dan GCH adalah dua segitiga yang ukurannya sama, maka setiap sudut-sudut yang bersesuaian besarnya juga sama.

$$m\angle GFB = m\angle HGC \dots (**)$$

$$m\angle FBG = m\angle GCH$$

$$m\angle BGF = m\angle CHG$$

Dari (*) dan (**) didapatkan bahwa

$$m\angle BGF + m\angle HGC = 90^\circ$$

Perhatikan $\angle BGF$, $\angle HGC$, dan $\angle FGH$.

Ketiga sudut tersebut saling berpelurus, sehingga

$$m\angle BGF + m\angle HGC + m\angle FGH = 180^\circ$$

$$\text{Karena } m\angle BGF + m\angle HGC = 90^\circ$$

Akibatnya $m\angle FGH = 90^\circ$. Dengan kata lain $\angle FGH$ adalah sudut siku-siku.

Dengan cara yang sama, kita bisa membuktikan bahwa keempat sudut pada segiempat $EFGH$ adalah siku-siku.



Diskusikan

Buktikan bahwa ketiga sudut yang lain pada segiempat $EFGH$ adalah siku-siku.

Selanjutnya, kita akan mencari tahu berapakah luas persegi $EFGH$.

Sebelum membuktikan teorema Pythagoras, ajak siswa untuk memahami pembuktian bahwa segiempat $EFGH$ adalah suatu persegi. Pada pembuktian yang disajikan di buku siswa halaman 141 hanya satu sudut saja. Minta siswa untuk membuktikan ketiga sudut yang lain adalah siku-siku juga.

$$L_{AEF} + L_{FBG} + L_{GCH} + L_{HDE} + L_{EFGH} = L_{ABCD}$$

Karena $L_{AEF} = L_{FBG} = L_{GCH} = L_{HDE}$

Akibatnya

$$4 \times L_{FBG} + L_{EFGH} = L_{ABCD}$$

$$4 \times \left(\frac{1}{2} \times 4 \times 3\right) + L_{EFGH} = 7 \times 7$$

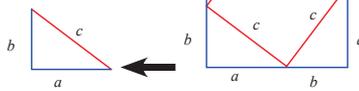
$$24 + L_{EFGH} = 49$$

$$L_{EFGH} = 49 - 24$$

$$L_{EFGH} = 25$$

Karena luas persegi $EFGH = 25$ satuan luas, akibatnya panjang sisi $EF = GH = HE = HF = 5$ satuan panjang.

Perhatikan gambar berikut.



Dengan cara yang sama dengan kegiatan di atas, kita dapat menentukan hubungan dari sisi-sisi segitiga siku-siku yang panjang sisinya a , b , dan c .

$4 \times$ Luas segitiga siku-siku + Luas persegi kecil = Luas persegi besar

$$4 \times \left(\frac{1}{2} \times a \times b\right) + c^2 = (a + b)^2$$

$$\begin{aligned} 2ab + c^2 &= a^2 + 2ab + b^2 && \text{(kedua ruas dikurangi } 2ab) \\ c^2 &= a^2 + b^2 \end{aligned}$$

Dari analisis di atas, nyatakan hubungan panjang sisi-sisi segitiga siku-siku yang panjang sisinya a , b dan c , dengan kalimat kalian sendiri. Hubungan panjang sisi-sisi segitiga siku-siku tersebut dinamakan Teorema Pythagoras.



Setelah mengetahui hubungan sisi-sisi segitiga siku, buatlah pertanyaan yang berkaitan dengan segitiga siku-siku.

Misal:

Adakah segitiga siku-siku yang ketiga panjang sisinya adalah bilangan bulat (selain panjang sisi 3, 4, dan 5)?

Ajak siswa untuk memahami pembuktian teorema pythagoras. Minta siswa untuk membuat pernyataan tentang teorema pythagoras. Pernyataan yang diharapkan muncul:

Pada segitiga siku-siku, jumlah kuadrat sisi siku-sikunya sama dengan kuadrat sisi miring (apotema).



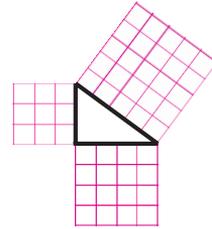
1. Minta siswa untuk mengajukan pertanyaan seputar kegiatan yang sudah dilakukan. Sedikitnya pertanyaan tersebut terkait dengan segitiga atau sisi segitiga.
2. Jika tidak ada siswa yang mau bertanya, berikan pertanyaan pancingan pada siswa misalnya, segitiga apakah yang terbentuk? mengapa kalian yakin bahwa segitiga yang terbentuk adalah siku-siku?
3. Tunjuk satu atau dua kelompok untuk menjawab dan memberikan jawaban.
4. Tunjuk kelompok lain untuk memberikan komentar.

Ayo Kita Menggali Informasi

Segitiga siku-siku yang ketiga sisinya adalah bilangan bulat disebut Triple Pythagoras. Untuk mengenali lebih jauh tentang Triple Pythagoras mari melakukan kegiatan berikut.

Langkah-langkah Kegiatan

1. Ambillah enam belas model persegi dengan berbagai ukuran, $n \times n$ diantaranya : $3 \times 3, 4 \times 4, 5 \times 5, 6 \times 6, 7 \times 7, 8 \times 8, 9 \times 9, 10 \times 10, 12 \times 12, 13 \times 13, 15 \times 15, 16 \times 16, 17 \times 17, 20 \times 20, 24 \times 24$, dan 25×25 yang disediakan oleh guru.
2. Dari enam belas model persegi tersebut, pilih tiga persegi kemudian susun sehingga terbentuk suatu segitiga seperti gambar 5.2.
3. Ukurlah besar sudut terbesar pada segitiga yang terbentuk dengan menggunakan busur derajat.
4. Tentukan segitiga apa yang terbentuk dan catatlah panjang sisi segitiga-segitiga tersebut.
5. Lakukan langkah nomor 2,3, dan 4 secara berulang sehingga kalian dapat menemukan delapan segitiga dengan berbagai ukuran.



Gambar 5.2 Segitiga siku-siku dengan panjang sisi 3, 4, 5 satuan

Dari keenam segitiga yang dihasilkan pada kegiatan mengamati, mungkin beberapa di antaranya adalah segitiga siku-siku. Untuk selanjutnya kita akan membahas segitiga-segitiga yang siku-siku sebagai syarat berlakunya teorema Pythagoras. Catatlah berapa saja sisi-sisi segitiga yang menghasilkan segitiga siku-siku. Jika kalian masih belum menemukan pasangan sisi segitiga yang menghasilkan segitiga siku-siku, silakan kalian coba kembali untuk menemukan pasangan tersebut.

Ayo Kita Bernalar

Berikut diberikan panjang sisi-sisi segitiga siku-siku. Lengkapi tabel berikut.

Tabel 5.1 Hubungan sisi-sisi segitiga siku-siku

No.	a	b	c	a ²	b ²	c ²	a ² + b ²	a ² + c ²	b ² + c ²	a ² + b ² = c ²	a ² + c ² = b ²	b ² + c ² = a ²
1.	3	4	5	9	16	25	25	34	41	Ya	Tidak	Tidak
2.	12	13	5	144	169	25	313	169	194	Tidak	Ya	Tidak
3.	25	24	7									
4.	6	8	10									
5.	17	8	15									
6.	9	12	15									
7.	12	16	20									

Menggali Informasi

1. Minta siswa untuk mengamati dan mengidentifikasi 16 persegi, berdasarkan ukuran dan luasnya.
2. Minta siswa untuk mengamati contoh pada Gambar 5.2 (luas persegi yang membentuk segitiga siku-siku).
3. Siswa menyusun persegi-persegi tersebut menjadi bentuk segitiga siku-siku (pastikan ada 8 segitiga yang ditemukan).
4. Pantau kinerja setiap kelompok. Jika terdapat kelompok yang menemukan segitiga yang bukan siku-siku, guru meminta mereka mengecek ulang ukuran sudut pada segitiga tersebut. Sehingga pada akhirnya setiap kelompok bisa menemukan 8 segitiga siku-siku.
5. Minta siswa untuk mengidentifikasi panjang sisi segitiga siku-siku yang mereka temukan dan luas setiap persegi yang membentuk segitiga tersebut.



Ayo Kita Menalar

1. Minta siswa untuk mengisi Tabel 5.1 sesuai dengan contoh yang sudah diberikan
2. Minta siswa berdiskusi dengan anggota kelompoknya untuk memastikan jawaban mereka benar.
3. Minta siswa untuk menjawab pertanyaan pada kegiatan bernalar
4. Beri kesempatan pada siswa untuk mendiskusikan jawaban mereka dengan anggota kelompoknya

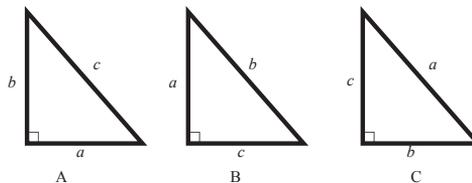
Berikut alternatif penyelesaian Ayo Kita Bernalar pada buku siswa halaman 143

No.	a	b	c	a^2	b^2	c^2	a^2+b^2	a^2+c^2	b^2+c^2	$a^2+b^2=c^2$	$a^2+c^2=b^2$	$b^2+c^2=a^2$
1.	3	4	5	9	16	25	25	34	41	Ya	Tidak	Tidak
2.	12	13	5	144	169	25	313	169	194	Tidak	Ya	Tidak
3.	25	24	7	625	576	49	1201	674	625	Tidak	Tidak	Ya
4.	6	8	10	36	64	100	100	136	164	Ya	Tidak	Tidak
5.	17	8	15	289	64	225	353	514	289	Tidak	Tidak	Ya
6.	9	12	15	81	144	225	225	306	369	Ya	Tidak	Tidak
7.	12	16	20	144	256	400	400	544	656	Ya	Tidak	Tidak
8.	15	20	25	225	400	625	625	850	1025	Ya	Tidak	Tidak

1. Nomor 1, 4, 6, 7 dan 8 bersesuaian dengan gambar A
Nomor 2 bersesuaian dengan gambar B
Nomor 3 dan 5 bersesuaian dengan gambar C
2. $a^2 + b^2 = c^2$ atau $b^2 + c^2 = a^2$
3. Kelipatan suatu Tripel Pythagoras adalah Tripel Pythagoras juga. Artinya jika $a - b - c$ suatu Tripel Pythagoras, maka $ka - kb - kc$ untuk suatu k bilangan asli, adalah Tripel Pythagoras juga.
4. Jika a dan b adalah panjang sisi suatu segitiga, dan c adalah sisi terpanjang maka:
 - a. Hubungan yang terjadi pada segitiga tumpul adalah $a^2 + b^2 > c^2$ karena...
 - b. Hubungan yang terjadi pada segitiga lancip adalah $a^2 + b^2 < c^2$ karena...

Setelah melengkapi tabel 5.1 jawab pertanyaan berikut.

1. Berikut ada tiga gambar segitiga siku-siku.



Pasangkan setiap nomor pada tabel dengan satu gambar segitiga siku-siku yang bersesuaian.

- Jika diketahui suatu segitiga siku-siku dengan sisi miring (hipotenusa) c , dan sisi lainnya a dan b . Tentukan hubungan ketiga sisi tersebut.
- Tiga bilangan asli yang memenuhi teorema Pythagoras disebut Tripel Pythagoras. Tripel Pythagoras biasanya dituliskan dalam bentuk $a - b - c$. Sebagai contoh, 3 - 4 - 5 adalah tripel Pythagoras karena $3^2 + 4^2 = 5^2$. Perhatikan nomor 1, 4, 6 dan 7 pada tabel 6.1. Apakah hubungan antar bilangan-bilangan pada nomor tersebut? (perhatikan perbandingannya)
- Misal c adalah sisi terpanjang pada segitiga bukan siku-siku (segitiga tumpul atau segitiga lancip), sedangkan sisi yang lain adalah a dan b . Di antara keempat pilihan berikut, Manakah yang menunjukkan hubungan segitiga tumpul, dan mana yang segitiga lancip? Jelaskan.
 - $a^2 + b^2 \geq c^2$
 - $a^2 + b^2 \leq c^2$
 - $a^2 + b^2 < c^2$
 - $a^2 + b^2 > c^2$



Ayo Kita Berbagi

Duduklah secara berkelompok, kemudian diskusikan hasil yang kalian dapatkan pada kegiatan bernalar.



Sedikit Informasi

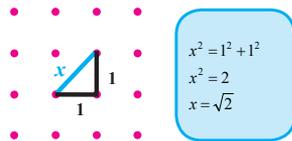
Bentuk Akar

Jika kalian menggunakan teorema Pythagoras untuk mencari panjang diagonal persegi pada kertas bergrid seperti di bawah ini, kalian akan mendapatkan bentuk $\sqrt{2}$. Secara geometri, kita dapat menunjukkan bentuk akar sebagai panjang sisi miring segitiga siku-siku yang panjang kedua sisi siku-sikunya adalah 1.

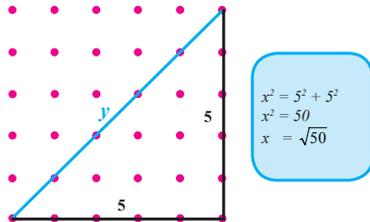


Ayo Kita Berbagi

- Minta perwakilan setiap kelompok untuk mempresentasikan hasil diskusinya dalam menjawab pertanyaan pada kegiatan bernalar
- Minta kelompok lain untuk memberikan tanggapan.



Mari kita lihat kasus yang lain. Dengan menggunakan teorema Pythagoras pada gambar dibawah, kalian akan menemukan bahwa panjang sisi miring segitiga siku-siku di bawah ini adalah $\sqrt{50}$.



Perhatikan bahwa $\sqrt{50}$ adalah panjang sisi miring segitiga siku-siku yang panjang kedua sisi siku-sikunya adalah 5.

Kalian dapat menggunakan ide tentang akar sebagai panjang sisi segitiga siku-siku ini untuk menyederhanakan suatu bentuk akar. Perhatikan dua kasus di atas. Bagaimanakah jika kita bandingkan panjang ruas garis $\sqrt{50}$ dengan $\sqrt{2}$? Perhatikan bahwa ruas garis yang panjangnya $\sqrt{50}$ dapat dibangun oleh lima ruas garis yang panjangnya $\sqrt{2}$. Sehingga kita bisa menuliskan $\sqrt{50} = 5\sqrt{2}$. Bentuk $5\sqrt{2}$ adalah bentuk akar yang lebih sederhana, karena menggunakan representasi geometri yang lebih sederhana yaitu $\sqrt{2}$ yang merupakan panjang diagonal persegi satu satuan.

Kalian juga bisa menyederhanakan bentuk akar secara aljabar dengan menentukan akar dari faktor yang merupakan kuadrat sempurna pada suatu bentuk akar.

Contoh 5.1

Sederhanakan $\sqrt{72}$.

Cara yang bisa digunakan untuk menyederhanakan adalah mencari akar faktor yang berupa bilangan kuadrat sempurna.

$$\sqrt{72} = \sqrt{(36 \cdot 2)} = \sqrt{36} \cdot \sqrt{2} = 6\sqrt{2}$$

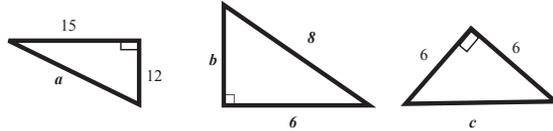
Sedikit Informasi

1. Minta siswa membaca sedikit informasi
2. Minta siswa mengajukan pertanyaan jika ada hal yang tidak dimengerti terkait informasi yang diberikan
3. Bantu siswa untuk memahami informasi dengan menjawab pertanyaan yang diajukan siswa serta berilah keterangan tambahan.

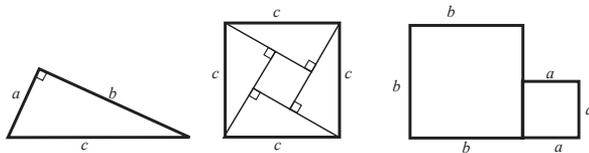


Latihan 5.1

1. Tentukan nilai a , b , dan c pada gambar di bawah.



2. Tentukan panjang ketiga sisi segitiga siku-siku yang berupa bilangan bulat berurutan.
3. Apakah suatu segitiga yang panjang ketiga sisinya berturut-turut 9 cm, 12 cm, dan 18 cm adalah segitiga siku-siku? Jelaskan.
4. Tentukan panjang ketiga sisi segitiga siku-siku yang berupa bilangan genap berurutan.
5. Tentukan jarak dua garis sejajar pada bangun segi delapan beraturan.
6. Diketahui luas suatu segitiga siku-siku adalah 16 cm². Tentukan panjang sisi-sisi segitiga tersebut.
7. Jika panjang sisi-sisi suatu segitiga siku-siku berturut-turut adalah x , 15 dan $x + 5$. Tentukan nilai x .
8. Diketahui suatu trapesium sama kaki $ABCD$. AB sejajar DC , $BC = AD$, $AB = a$, $CD = c$, dan EF adalah garis simetri yang tegak lurus AB dan CD . Jika panjang garis EF adalah h , tentukan:
 - a. Letak suatu titik X yang berada pada garis simetri tersebut sedemikian sehingga $\angle BXC = \angle AXD = 90^\circ$.
 - b. Jarak setiap titik X dari AB dan dari CD .
9. Seorang matematikawan Hindu yang bernama Bhaskara menyusun sebuah persegi dan empat buah segitiga siku-siku yang memiliki panjang sisi yang sama yaitu a , b dan c kedalam sebuah persegi yang mempunyai panjang sisi c .



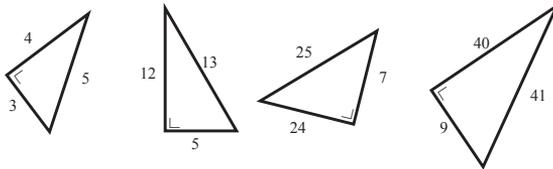
- a. Tunjukkan bagaimana kelima potong bangun datar yang disusun tersebut dapat disusun untuk mengisi dua persegi yang berada di sebelah kanan.
- b. Jelaskan bagaimana teorema Pythagoras termuat dalam pertanyaan a.



Latihan

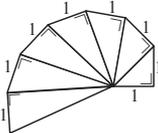
1. Jika Kegiatan 5.1 sudah dibelajarkan, maka satu cara untuk mengetahui pemahaman siswa adalah dengan meminta siswa mengerjakan Latihan 5.1
2. Lakukan pembahasan pada beberapa soal sedangkan untuk soal yang lain bisa digunakan sebagai pekerjaan rumah.

10. Tabel berikut menunjukkan panjang sisi-sisi beberapa segitiga siku-siku. Jika diketahui panjang dua dari tiga sisi segitiga siku-siku, kalian dapat secara langsung mencari panjang sisi yang ketiga dengan menggunakan teorema Pythagoras. Sekarang, hanya diberikan panjang sisi terpendek. Tentukan panjang dua sisi yang lain berdasarkan contoh yang disediakan.



Panjang sisi siku-siku (terpendek)	Panjang sisi siku-siku	Panjang sisi miring
3	4	5
5	12	13
7	24	25
9	40	41
11	?	?

- Tentukan nilai yang belum diketahui pada Tabel tersebut dan buktikan bahwa teorema Pythagoras dipenuhi.
 - Lanjutkan tabel tersebut untuk dua baris lagi dan buktikan bahwa teorema Pythagoras dipenuhi.
11. Tentukan panjang sisi miring segitiga siku-siku yang ke 10.



12. Perhatikan gambar dua persegi berikut. Panjang sisi persegi besar adalah 15 cm. Luas persegi kecil adalah 25 cm^2 . Tentukan nilai x .



Setelah Pelaksanaan Pembelajaran

- Ajak siswa untuk melakukan refleksi terhadap kegiatan pembelajaran yang sudah dilalui.
- Periksalah apakah semua kelompok sudah mencatat hal-hal yang penting pada kegiatan kali ini.
- Jika dipandang perlu, minta siswa mengerjakan soal latihan di rumah



Membelajarkan 5.2

Menemukan Hubungan Antar Panjang Sisi pada Segitiga Khusus

Sebelum Pelaksanaan Pembelajaran

1. Ajak siswa untuk mengingat kembali persamaan pada rumus Pythagoras
 $a^2 + b^2 = c^2$
2. Rencanakan pembentukan kelompok yang terdiri dari 4 siswa untuk berdiskusi secara efektif



Ayo Kita Amati

1. Bagi siswa menjadi beberapa kelompok yang terdiri dari 2 siswa setiap kelompok.
2. Minta siswa berdiskusi untuk mengerjakan langkah-langkah pada kegiatan **Ayo Kita Amati**
3. Bantu siswa jika mengalami kesulitan dalam mengerjakan langkah-langkah kegiatan.
4. Minta beberapa siswa untuk mempresentasikan hasil kegiatan mengamati sekaligus beberapa siswa yang lain untuk memberikan komentar
5. Pastikan seluruh siswa dapat melakukan langkah-langkah kegiatan dengan benar.



Dua Segitiga Khusus

Teorema Pythagoras dapat digunakan untuk melakukan penyelidikan terhadap sifat menarik dari segitiga siku-siku sama kaki dan segitiga siku-siku yang besar sudutnya $30^\circ - 60^\circ - 90^\circ$. Dalam kegiatan ini kita akan menemukan hubungan antar panjang sisi pada segitiga siku-siku samakaki dan segitiga siku-siku $30^\circ - 60^\circ - 90^\circ$.



Kegiatan 5.2

Menemukan Hubungan Antar Panjang Sisi Pada Segitiga Khusus



Masalah 5.2

Diketahui suatu segitiga dengan besar dua sudutnya adalah 90° dan 45° . Jika salah satu sisi pengapit sudut siku-sikunya adalah 10 cm. Tentukan panjang kedua sisi yang lain.



Alternatif Pemecahan Masalah

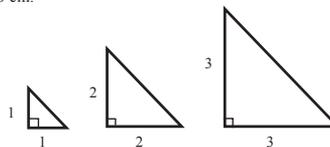
Untuk menyelesaikan permasalahan ini kalian sebaiknya memahami terlebih dahulu segitiga apakah yang terbentuk tersebut.



Ayo Kita Amati

Langkah-langkah:

1. Buatlah 10 segitiga siku-siku samakaki yang panjang sisi siku-sikunya berturut-turut 1 cm, 2 cm, 3 cm, ..., 10 cm.



2. Berapakah ukuran sudut pada masing-masing segitiga tersebut?
3. Dengan menggunakan teorema Pythagoras yang telah kalian dapatkan pada kegiatan 1, tentukan panjang sisi miring semua segitiga siku-siku tersebut. Sederhanakan setiap bentuk akar kuadratnya.
4. Salin, kemudian lengkapi tabel berikut.

Tabel kegiatan Ayo Kita Amati

Panjang sisi siku-siku	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Panjang sisi miring	$\sqrt{2}$	$2\sqrt{2}$	$3\sqrt{2}$	$4\sqrt{2}$	$5\sqrt{2}$	$6\sqrt{2}$	$7\sqrt{2}$	$8\sqrt{2}$	$9\sqrt{2}$	$10\sqrt{2}$

Panjang sisi siku-siku	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Panjang sisi miring										



Ayo Kita Bernalar

1. Apakah kalian melihat pola diantara panjang sisi siku-siku dan panjang sisi miring? Jika ya, bagaimanakah polanya?
2. Apakah pola tersebut juga terjadi pada sembarang segitiga samakaki?
3. Diketahui hipotenusa segitiga siku-siku samakaki adalah 20cm. Tentukan panjang sisi yang lain.
4. Tentukan penyelesaian dari Masalah 5.2.



Ayo Kita Berbagi

Sajikan solusi dari permasalahan tersebut semenarik mungkin. Sampaikan di depan kelas. Bandingkan dengan jawaban teman kalian yang lain.



Masalah 5.3

Diketahui suatu segitiga memiliki panjang hipotenusanya adalah 10 cm. Jika dua sudutnya berturut-turut adalah 60° dan 90° , tentukan panjang kedua sisi yang lain.



Alternatif Pemecahan Masalah

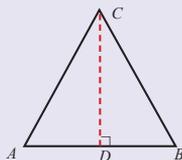
Jumlah semua sudut pada segitiga adalah 180° . Jika dua sudut diketahui adalah 90° dan 60° , maka sudut yang ketiga pasti 30° . Pada segitiga ini memiliki hubungan khusus antar sisinya. Dengan mengetahui satu sisi saja, kita bisa menentukan kedua sisi yang lain. Mari mencari hubungan antar sisi-sisi segitiga tersebut.



Ayo Kita Menggali Informasi

Segitiga siku-siku $30^\circ, 60^\circ, 90^\circ$

Segitiga ABC adalah segitiga sama sisi. Garis CD adalah garis simetri segitiga ABC .



Ayo Kita Menalar

1. Minta siswa berdiskusi dengan kelompoknya untuk menjawab pertanyaan atau masalah pada kegiatan Ayo kita Bernalar.
2. Pantau kegiatan diskusi siswa
3. Tunjuk beberapa kelompok untuk mempresentasikan hasil diskusinya
4. Tunjuk beberapa siswa untuk memberikan komentar.
5. Beri komentar pada jawaban siswa di akhir kegiatan bernalar untuk memperbaiki jawaban siswa yang kurang tepat.

Alternatif Penyelesaian Ayo Kita Bernalar

- Ya ada pola. Jika panjang kedua sisinya satuan, maka panjang sisi miringnya adalah $a\sqrt{2}$ satuan.
- Tidak, tapi pola ini hanya terjadi pada segitiga siku-siku yang sama kaki. Karena pada segitiga sama kaki yang tidak siku-siku tidak berlaku teorema Pythagoras.
- Diketahui : Segitiga siku-siku sama kaki
Panjang sisi miringnya 20 cm
Ditanyakan: Panjang sisi siku-siku?

Jawab:

Misal panjang sisi siku-sikunya a cm, maka berdasarkan pola yang berlaku pada segitiga siku-siku samakaki panjang sisi miringnya adalah $a\sqrt{2}$ cm.

$$a\sqrt{2} = 20$$

$$a = \frac{20}{\sqrt{2}}$$

$$a = 10\sqrt{2}$$

$$\begin{aligned} 4. \quad a\sqrt{2} &= 10 \\ a &= \frac{10}{\sqrt{2}} \\ &= \frac{10}{\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} \\ &= \frac{10\sqrt{2}}{2} \end{aligned}$$



Menggali Informasi

- Mintalah siswa membaca dan memahami Masalah 6.4
- Mintalah siswa mengamati gambar kemudian menjawab pertanyaan pada kegiatan menggali informasi secara individu.
- Tunjuk beberapa siswa untuk mempresentasikan jawabannya dan benahi jika ada jawaban yang kurang tepat

Panjang sisi siku-siku	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Panjang sisi miring										



Ayo Kita Bernalar

- Apakah kalian melihat pola diantara panjang sisi siku-siku dan panjang sisi miring? Jika ya, bagaimanakah polanya?
- Apakah pola tersebut juga terjadi pada sembarang segitiga samakaki?
- Diketahui hipotenusa segitiga siku-siku samakaki adalah 20cm. Tentukan panjang sisi yang lain.
- Tentukan penyelesaian dari Masalah 5.2.



Ayo Kita Berbagi

Sajikan solusi dari permasalahan tersebut semenarik mungkin. Sampaikan di depan kelas. Bandingkan dengan jawaban teman kalian yang lain.



Masalah 5.3

Diketahui suatu segitiga memiliki panjang hipotenusanya adalah 10 cm. Jika dua sudutnya berturut-turut adalah 60° dan 90° , tentukan panjang kedua sisi yang lain.



Alternatif Pemecahan Masalah

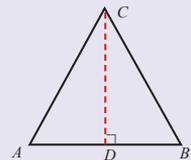
Jumlah semua sudut pada segitiga adalah 180° . Jika dua sudut diketahui adalah 90° dan 60° , maka sudut yang ketiga pasti 30° . Pada segitiga ini memiliki hubungan khusus antar sisinya. Dengan mengetahui satu sisi saja, kita bisa menentukan kedua sisi yang lain. Mari mencari hubungan antar sisi-sisi segitiga tersebut.



Ayo Kita Menggali Informasi

Segitiga siku-siku $30^\circ, 60^\circ, 90^\circ$

Segitiga ABC adalah segitiga sama sisi. Garis CD adalah garis simetri segitiga ABC .



Alternatif Penyelesaian Menggali Informasi

- $\angle ACD = 30^\circ$, $\angle ADC = 90^\circ$, $\angle BCD = 30^\circ$ dan $\angle BDC = 90^\circ$
- Panjang ruas garis AD dan BD sama
- Segitiga CAD dan CBD kongruen (panjang sisi dan besar sudut yang seletak sma)
- Diketahui : Segitiga CBD panjang $BC = 20$ cm
Ditanyakan : a) panjang BD dan
b) panjang CD

Jawab:

Perhatikan segitiga CBD

Karena panjang $BC = AB$ dan

panjang $BD = \frac{1}{2}$ panjang AB , maka panjang $BD = 10$ cm.

Dengan menggunakan teorema Pythagoras dapat ditentukan panjang CD , yaitu:

$$CD^2 + BD^2 = BC^2$$

$$CD^2 = BC^2 - BD^2$$

$$CD^2 = 20^2 - 10^2$$

$$CD^2 = 300$$

$$CD = \sqrt{300} = 10\sqrt{3} \text{ cm}$$

Segitiga ABC adalah segitiga sama sisi. Garis CD adalah garis simetri segitiga ABC .

- Berapakah besar sudut di bawah ini? Jelaskan.
 - $\angle ACD$
 - $\angle ADC$
 - $\angle BCD$
 - $\angle BDC$
- Apa yang dapat kamu ketahui tentang ruas garis AD dan BD ?
- Apa yang dapat kamu ketahui tentang segitiga CAD dan CBD ?
- Perhatikan segitiga CBD , Jika diketahui panjang $BC = 20$ cm, tentukan:
 - Panjang BD
 - Panjang CD



Berikut adalah tabel yang berisi tentang panjang sisi-sisi pada segitiga siku-siku $30^\circ - 60^\circ - 90^\circ$. Gunakan teorema Pythagoras untuk melengkapi tabel berikut.

Panjang sisi siku-siku terpendek	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Panjang sisi miring										
Panjang sisi siku-siku yang lain										

Setelah melengkapi tabel di atas, jawab pertanyaan berikut.

- Apakah kalian melihat pola pada panjang sisi-sisi segitiga siku-siku $30^\circ - 60^\circ - 90^\circ$? Jika ya, bagaimanakah polanya?
- Jika panjang sisi terpendek segitiga siku-siku $30^\circ - 60^\circ - 90^\circ$ adalah a satuan, berapakah panjang sisi miring dan sisi siku-siku yang lain?
- Apakah pola tersebut juga bisa berlaku untuk segitiga siku-siku yang lain? Jelaskan.



Sajikan solusi dari permasalahan tersebut semenarik mungkin. Sampaikan di depan kelas. Bandingkan dengan jawaban teman kalian yang lain.



- Mintalah siswa mengamati kembali gambar pada kegiatan menggali informasi Masalah 5.3
- Mintalah siswa mengisi tabel kemudian menjawab pertanyaan secara berkelompok
- Tunjuk beberapa kelompok untuk mempresentasikan hasil diskusinya
- Tunjuk beberapa kelompok untuk menanggapi
- Beriakan penjelasan jika ada jawaban yang kurang tepat

Tabel kegiatan Ayo Kita Menalar

Panjang sisi siku-siku terpendek	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Panjang sisi miring	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20
Panjang sisi siku-siku yang lain	$\sqrt{3}$	$2\sqrt{3}$	$3\sqrt{3}$	$4\sqrt{3}$	$5\sqrt{3}$	$6\sqrt{3}$	$7\sqrt{3}$	$8\sqrt{3}$	$9\sqrt{3}$	$10\sqrt{3}$

Alternatif Penyelesaian Ayo Kita Menalar

- Ya. Polanya adalah panjang sisi miring atau sisi terpanjang adalah dua kali panjang sisi terpendek dan jika panjang sisi siku-siku terpendek adalah satuan maka panjang sisi siku-siku yang lain adalah satuan.
- Jika panjang sisi siku-siku terpendek adalah satuan maka panjang sisi miringnya adalah $\sqrt{3}$ dan panjang sisi siku-siku yang lain adalah 2.
- Tidak. Karena pada segitiga siku-siku yang lain panjang sisi miringnya bukan dua kali panjang sisi siku-siku terpendeknya.



Latihan

- Jika Kegiatan 5.2 sudah dibelajarkan, maka satu cara untuk mengetahui pemahaman siswa adalah dengan meminta siswa mengerjakan Latihan 5.2
- Lakukan pembahasan pada beberapa soal sedangkan untuk soal yang lain bisa digunakan sebagai pekerjaan rumah

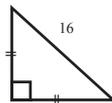


Latihan 5.2

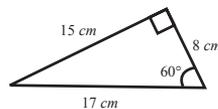
- Tentukan nilai a dan b pada gambar di bawah.



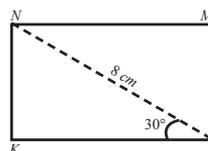
- Tentukan luas segitiga berikut.



- Apa yang salah dengan gambar di bawah ini? Jelaskan.



- Tentukan luas persegi panjang $KLMN$ berikut.





Membelajarkan 5.3

Menyelesaikan Permasalahan Nyata dengan Teorema Pythagoras

Sebelum Pelaksanaan Pembelajaran

Ajak siswa untuk mengingat kembali persamaan pada rumus Pythagoras $a^2 + b^2 = c^2$
Rencanakan pembentukan kelompok yang terdiri dari 4 siswa untuk berdiskusi secara efektif



Penerapan Teorema Pythagoras



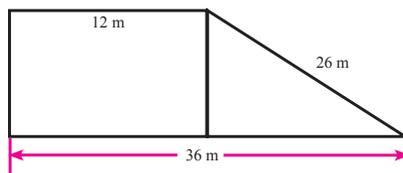
Kegiatan 5.3

Menyelesaikan Permasalahan Nyata dengan Teorema Pythagoras

Berikut adalah contoh masalah nyata yang bisa diselesaikan dengan Teorema Pythagoras.

Masalah 5.4

Pak Michael menjual sebidang tanah seharga Rp36.000.000,00. Tanah tersebut berbentuk trapesium, seperti gambar dibawah.



Berapa harga tanah tersebut setiap meter persegiannya?

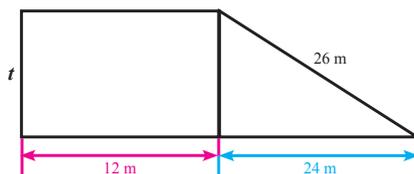


Alternatif Pemecahan Masalah

Diketahui:

Harga tanah Rp36.000.000,00

Luas tanah



152

Kelas VIII SMP/MTs

Semester 1

Ajak siswa untuk memahami Masalah 5.4 serta alternatif pemecahannya.

Gunakan teorema Pythagoras untuk mendapatkan t^2 :

$$\begin{aligned}24^2 + t^2 &= 26^2 \\576 + t^2 &= 676 \\t^2 &= 100 \\t &= \sqrt{100} = 10\end{aligned}$$

Jadi tinggi trapesium 10 meter.

$$\text{Luas bidang tanah adalah } \frac{(36+12)}{2} \times 10 = 240 \text{ m}^2$$

$$\text{Karena itu harga tanah per meter persegi } \frac{36.000.000}{240} = 150.000$$

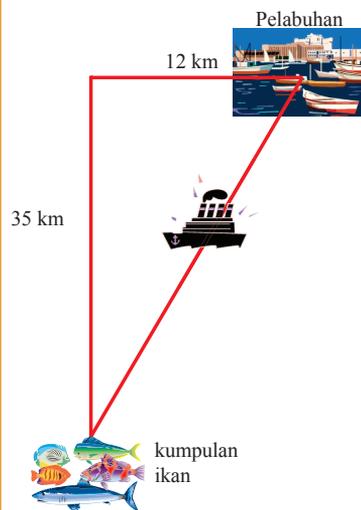
Jadi, harga tanah per meter persegi adalah Rp150.000,00

Masalah 5.5

Sebuah kapal nelayan bertolak dari pelabuhan untuk menangkap gerombolan ikan tuna yang biasanya berkumpul di suatu titik dilepas pantai. Agar dapat menangkap ikan lebih banyak, kapal nelayan tidak langsung menuju tempat tersebut, melainkan berlayar melewati jalur baru yakni 12 km ke barat kemudian 35 km ke selatan. Berapa selisih jarak yang ditempuh kapal dengan menggunakan jalur baru dengan jarak yang ditempuh jika melewati jalur lurus?

Alternatif Pemecahan Masalah

Ilustrasi Gambar



Berdasarkan ilustrasi gambar dapat diperoleh jarak yang harus ditempuh kapal dengan menggunakan jalur baru menuju kerumunan ikan yaitu; $12 + 35 = 47$ km

Dengan menggunakan teorema Pythagoras dapat diketahui panjang jalur lurus yang bisa ditempuh untuk menuju kerumunan ikan, yakni :

$$\sqrt{12^2 + 35^2} = \sqrt{144 + 1225} = \sqrt{1369} = 37 \text{ km.}$$

Jadi selisih jarak yang ditempuh kapal dengan menggunakan jalur baru dengan jarak yang ditempuh jika melewati jalur sebenarnya adalah $47 - 37 = 10$ km.

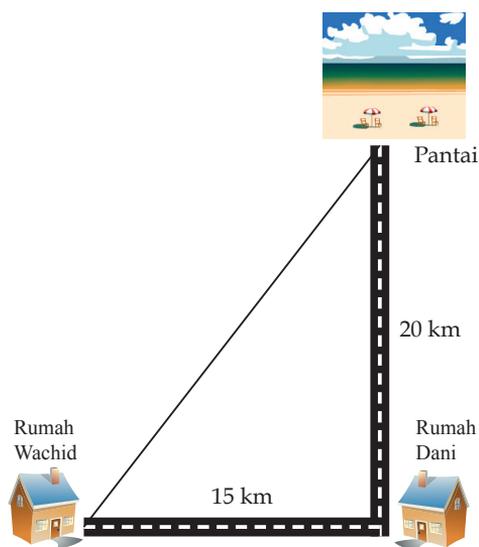
Ajak siswa untuk memahami Masalah 5.5 serta alternatif pemecahannya.

Masalah 5.6

Suatu hari Wachid dan Dani merencanakan akan pergi berlibur ke pantai. Wachid menjemput Dani untuk berangkat bersama-sama ke pantai. Rumah Wachid berada di sebelah barat rumah Dani dan pantai yang akan mereka kunjungi terletak tepat di sebelah utara rumah Dani. Jarak rumah Wachid dan Dani adalah 15 km, sedangkan jarak rumah Dani ke pantai adalah 20 km. Jika kecepatan rata-rata bersepeda motor Wachid adalah 30km/jam, tentukan selisih waktu yang ditempuh Wachid, antara menjemput Dani dengan langsung berangkat sendiri ke pantai?

Alternatif Pemecahan Masalah

Ilustrasi gambar



Berdasarkan gambar dapat diketahui total jarak yang ditempuh Wachid menuju ke pantai adalah $15 + 20 = 35$ km. Sehingga dengan kecepatan rata-rata 30 km/jam, waktu yang dibutuhkan untuk sampai ke pantai adalah $35 \text{ km} \div 30 \text{ km/jam} = 1,67$ jam atau setara dengan 70 menit.

Namun jika Wachid tidak perlu menjemput Dani, maka dengan menggunakan teorema Pythagoras dapat dicari jarak terpendek dari rumah Wachid ke pantai yaitu:

$$\sqrt{15^2 + 20^2} = \sqrt{225 + 400} = \sqrt{625} = 25 \text{ km}$$

Dengan kecepatan 30 km/jam Wachid hanya memerlukan waktu $25 \div 30 = 0,83$ atau setara dengan 50 menit.

Jadi selisih waktu antara Wachid menjemput dengan tidak menjemput Dani adalah $70 - 50 = 20$ menit

Ajak siswa untuk memahami Masalah 5.6 serta alternatif pemecahannya.



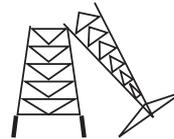
Latihan

Soal latihan 5.3 bisa digunakan sebagai tugas individu dan dibahas secara klasikal



Latihan 5.3

1. Tinggi sebuah jendela lantai 2 pada sebuah gedung kira-kira 8 meter. Di depan gedung tersebut ada sebuah taman dengan lebar 6 meter. Berapa panjang tangga minimum yang dibutuhkan agar kaki-kaki tangga tidak merusak taman tersebut?
2. Suatu ketika terjadi gempa bumi yang mengakibatkan tiang listrik patah. Jika tiang tersebut patah pada ketinggian 16 meter dari tanah dan bagian tiang yang patah membentuk sudut 60° dengan permukaan tanah. Berapa tinggi menara sebenarnya.



Tugas Projek 5

Dengan memanfaatkan pemahaman kalian tentang teorema Pythagoras, lakukan perhitungan tinggi suatu pohon, gedung, atau suatu yang tinggi lainnya.

Sajikan pengukuran dan perhitungan semenarik mungkin. Objek boleh lebih dari 1. Sertakan foto objek dan kegiatan kalian dalam melakukan pengamatan



Tugas Projek

Tugas ini bisa dikerjakan secara berkelompok maupun individu. Alat yang bisa digunakan untuk membantu siswa melaksanakan tugas ini adalah klinometer.



Merangkum 5

Pertanyaan berikut akan membantu kamu untuk merangkum apa yang telah kamu pelajari.

1. Nyatakan teorema Pythagoras.
2. Jika diketahui panjang dua sisi satu segitiga siku-siku bagaimana cara kalian menentukan panjang sisi yang ketiga.
3. Bagaimanakah cara kalian menentukan suatu segitiga adalah segitiga siku-siku jika hanya diketahui panjang ketiga sisinya?
4. Apakah kelipatan suatu tripel Pythagoras adalah Tripel Pythagoras juga?
5. Bagaimanakah hubungan pada sisi-sisi segitiga siku-siku yang salah satu sudutnya 60° ?
6. Bagaimanakah hubungan pada sisi-sisi segitiga siku-siku sama kaki?
7. Carilah permasalahan nyata yang dapat di selesaikan dengan teorema Pythagoras sekaligus tentukan selesaiannya.



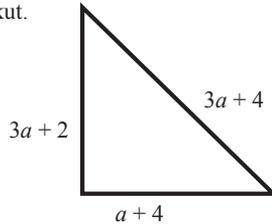
Merangkum

1. Pada segitiga siku-siku yang panjang sisi-sisinya berturut-turut a, b dan c dengan c adalah sisi miring, maka berlaku: $a^2 + b^2 = c^2$
2. Jika sisi yang ketiga adalah sisi miring, maka panjang sisi miring tersebut adalah akar dari jumlah kuadrat panjang kedua sisi segitiga siku-siku tersebut. Tapi jika sisi yang ketiga adalah sisi siku-siku, maka panjang sisi yang ketiga adalah akar dari selisih kuadrat kedua sisi yang diketahui.
3. Suatu Tripel yang merupakan kelipatan Tripel Pythagoras adalah Tripel Pythagoras juga.
4. Jika panjang sisi miring suatu segitiga siku-siku yang salah satu sudutnya adalah a satuan, maka panjang sisi yang lain berturut-turut $\frac{1}{2}a$ dan $a\sqrt{3}$ satuan.
5. Jika panjang sisi siku-siku suatu segitiga sama kaki adalah a satuan, maka panjang sisi miringnya adalah $a\sqrt{2}$ satuan.



Uji Kompetensi 5

1. Tentukan nilai a pada gambar berikut.



2. Suatu ketika Jodi dan Nikolas diminta menentukan apakah $8 - 17 - 15$ adalah suatu Tripel Pythagoras. Kemudian mereka menjawab:

Jodi

$$\begin{aligned}8^2 + 17^2 &= 64 + 289 \\ &= 353 \\ 15^2 &= 225 \\ 353 &\neq 225\end{aligned}$$

Bukan Tripel Pythagoras

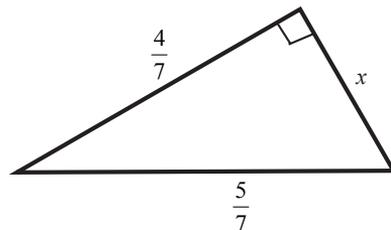
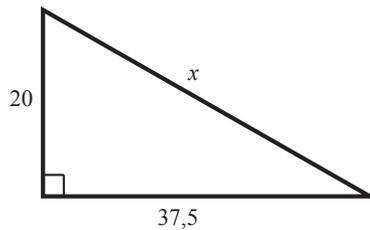
Nikolas

$$\begin{aligned}8^2 + 15^2 &= 64 + 225 \\ &= 289 \\ 17^2 &= 289 \\ 289 &= 289\end{aligned}$$

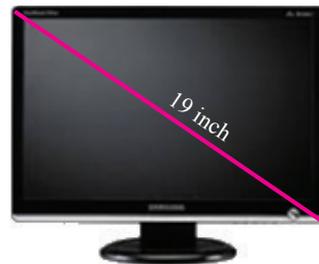
Tripel Pythagoras

Manakah yang benar? jelaskan.

3. Tentukan nilai x

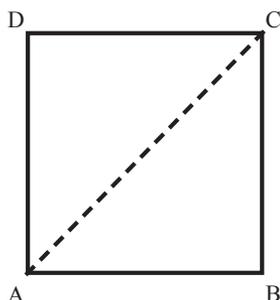


4. Tentukan apakah $\triangle ABC$ dengan koordinat $A(-2, 2)$, $B(-1, 6)$ dan $C(3, 5)$ adalah suatu segitiga siku-siku? Jelaskan.
5. Ukuran layar monitor komputer biasanya diukur berdasarkan panjang diagonalnya. Sebuah monitor 19 inch berarti mempunyai panjang diagonal 19 inch. Jika tinggi layar monitor 11,5 inch, berapakah lebarnya?



6. Diketahui sebuah Balok ABCD. EFGH dengan panjang $AB = 8$ cm, $BC = 6$ cm dan $BF = 8$ cm. Titik M adalah titik potong antara diagonal AC dan BD. Jelaskan apakah hubungan antara panjang HM, FM, GM dan EM.

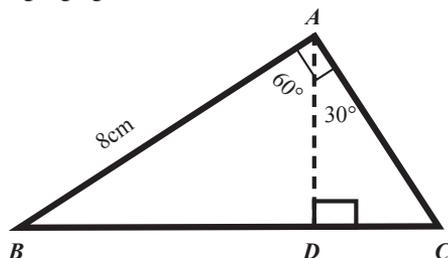
7.



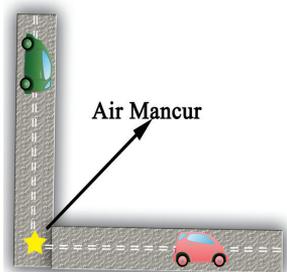
Perhatikan gambar di atas. Persegi ABCD mempunyai panjang sisi 1 satuan dan garis AC adalah diagonal.

- Bagaimana hubungan antar segitiga ABC dan segitiga ACD ?
- Tentukan besar sudut-sudut pada salah satu segitiga di atas.
- Berapakah panjang diagonal AC? Jelaskan.
- Misalkan panjang sisi persegi ABCD 6 satuan, Apakah yang berubah dari jawabanmu pada soal b) dan c) ? Jelaskan.

8. Tentukan keliling segitiga ABC



9.

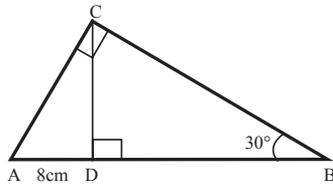


Sebuah air mancur terletak di tengah perempatan jalan di pusat kota. Mobil merah dan mobil hijau sama-sama melaju meninggalkan air mancur tersebut. Mobil merah melaju dengan kecepatan 60 km/jam sedangkan mobil hijau 80 km/jam.

- Buatlah tabel yang menunjukkan jarak yang ditempuh kedua mobil dan jarak kedua mobil tersebut setelah 1 jam, 2 jam dan 3 jam. Gambarkan perubahan jarak tersebut.
- Misalkan mobil merah melaju dengan kecepatan 40 km/jam setelah 2 jam jarak antara kedua mobil 100 km. Berapakah kecepatan mobil hijau pada saat itu?

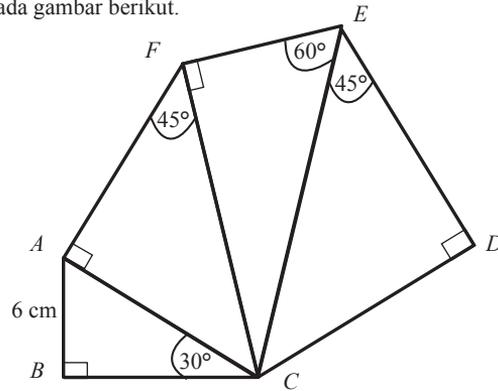
Keterangan: Jarak kedua mobil yang dimaksud adalah panjang ruas garis yang menghubungkan kedudukan dua mobil tersebut.

10.

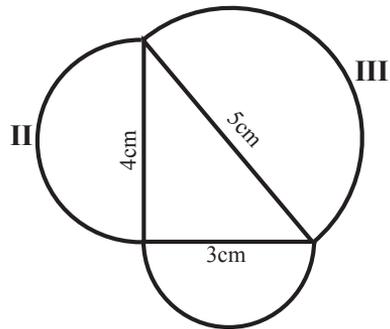


- Tentukan keliling segitiga ACD
- Apakah hubungan antara keliling segitiga ACD dan ABC?
- Apakah hubungan antara luas segitiga ACD dan ABC?

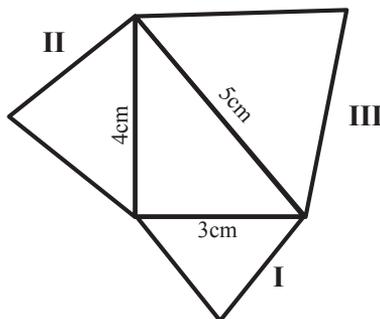
11. Tentukan panjang AF , CE , dan CD pada gambar berikut.



- Pada ketiga sisi sebuah segitiga siku-siku dibuat setengah lingkaran
 - Tentukan luas setiap setengah lingkaran
 - Bagaimanakah hubungan ketiga luas setengah lingkaran tersebut?



11. Pada sebuah segitiga siku-siku dibuat segitiga sama sisi.

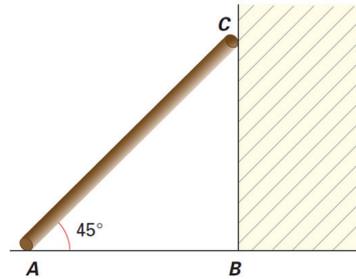


- Tentukan luas setiap segitiga sama kaki
- Bagaimanakah hubungan ketiga luas segitiga sama sisi tersebut?

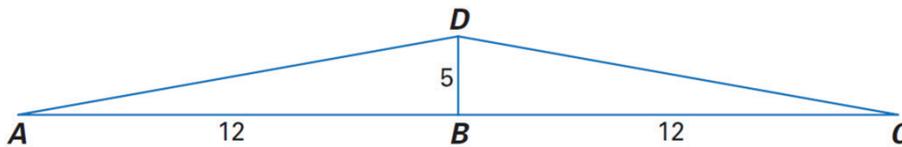


Soal Pengayaan

1. Sebuah galah sepanjang 7 m disandarkan pada tembok sehingga membentuk sudut 45° . Berapakah tinggi BC ?

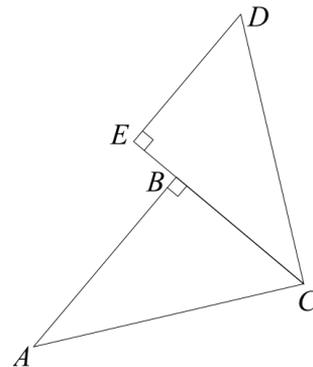


2. Sebuah atap dirancang sesuai dengan gambar berikut.



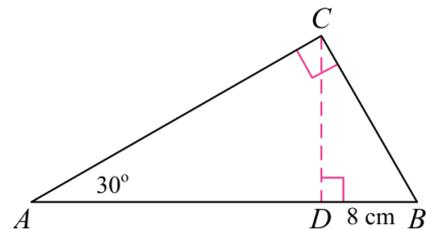
Berapakah panjang AD dan DC ?

3. Keliling $\triangle CDE$ pada gambar di Samping adalah 60 cm. $\triangle DEC$ dan $\triangle CBA$ sama dan sebangun (mirip). Jika panjang $AC = 26$ cm, maka panjang BE adalah...

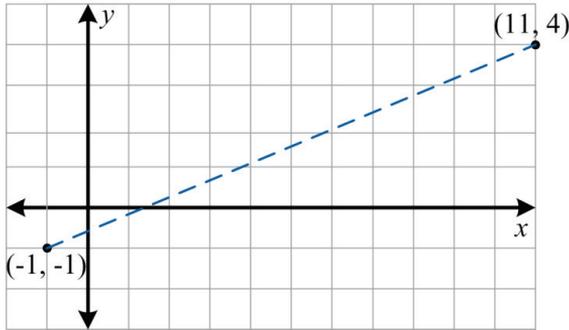


4. Gunakan gambar berikut untuk pertanyaan a – c. Jelaskan jawaban kalian.

- a. Tentukan keliling segitiga ABC
- b. Tentukan luas segitiga ABC
- c. Tentukan luas segitiga ACD dan segitiga BCD

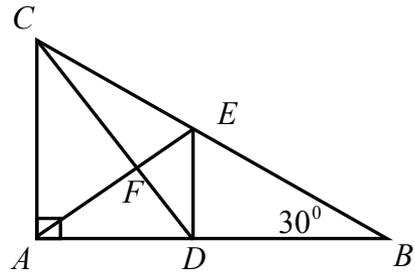


5. Tentukan jarak kedua titik yang ditunjukkan oleh gambar berikut.

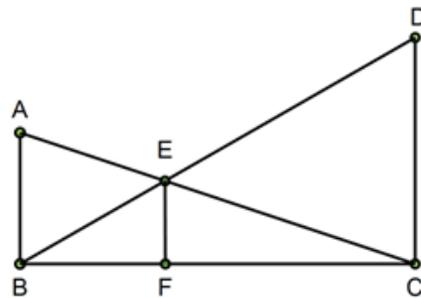


6. Kota A terletak 50 km di sebelah utara kota B , dan kota C terletak 120 km di sebelah timur kota B , dan kota D terletak di tengah antara kota A dan C . Jarak kota D dari kota A adalah

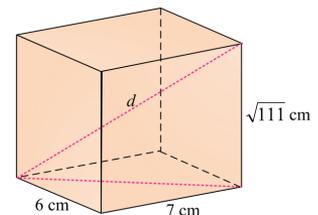
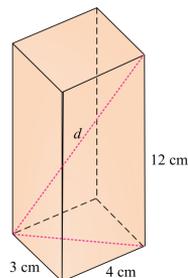
7. Perhatikan gambar di samping ini. Jika $CE = EB$, $AD = DB$, besar $\angle ABC = 30^\circ$, dan panjang $AC = 4$ cm, maka panjang CF adalah



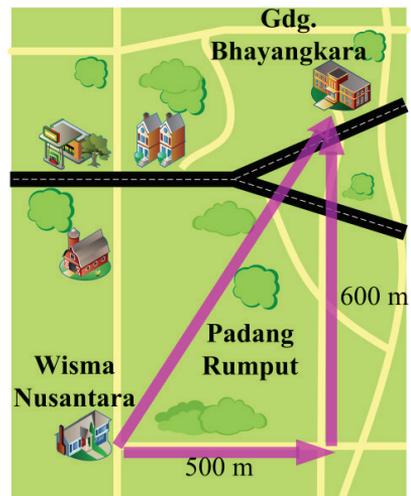
8. Perhatikan gambar di samping. Diketahui panjang $AB = 2$ cm, $CD = 4$ cm. $AB \parallel EF \parallel DC$, dan AB tegak lurus BC . Berapakah panjang EF ?



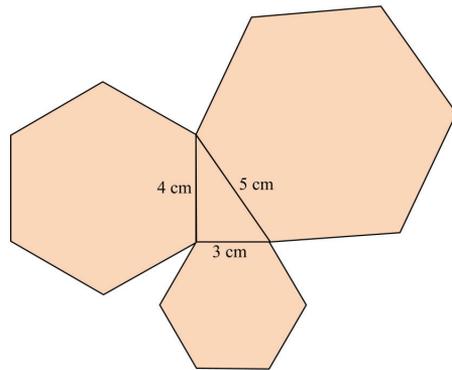
9. Tentukan panjang d untuk setiap gambar di bawah ini.



10. Markus, seorang mahasiswa, harus berjalan dari asramanya di Wisma Nusantara menuju Gedung Bhayangkara untuk mengikuti kelas matematika. Biasanya, dia berjalan 500 meter ke timur dan 600 meter ke utara. Namun hari ini dia terlambat bangun. Dia memutuskan untuk mengambil jalan pintas melalui padang rumput. Berapakah panjang jalan pintas yang dia tempuh?

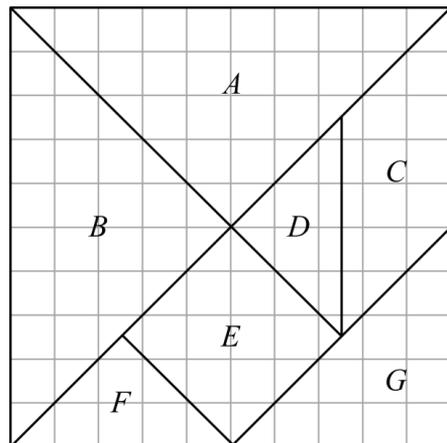


11. Tiga segienam beraturan digambar sehingga sisi-sisinya membentuk segitiga siku-siku.
- Tentukan luas setiap segienam
 - Tentukan luas bangun datar yang terbentuk



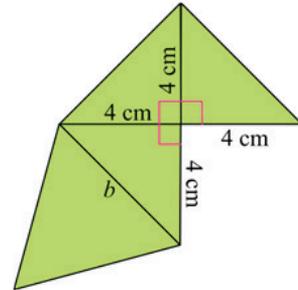
12. Gambar berikut menunjukkan Tangram Cina

- Berapakah luas bangun E?
- Berapakah panjang sisi bangun E?
- Berapakah panjang sisi-sisi segitiga A?

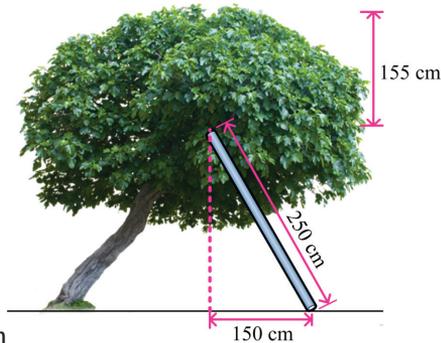


13. Gambar sebelah kanan adalah jaring-jaring piramida segitiga samasisi.

- Berapakah panjang sisi b ?
- Berapakah luas bangun di samping? (luas bangun di samping adalah luas permukaan piramida)

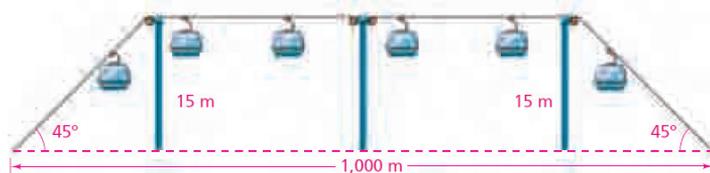


14. Sebuah pohon di depan rumah miring dan hampir roboh tertiuip angin kencang. Supaya tidak jatuh, ayah menyangga pohon dengan galah sepanjang 250 cm dan tampak seperti gambar di bawah ini. Pohon disangga 155 cm dari puncak pohon.



Berapakah tinggi pohon

15. Gambar di bawah menunjukkan kereta gantung di taman nasional dengan kereta yang meluncur sepanjang kabel. Berapakah panjang kabel kereta gantung yang dimaksud?





Pedoman Penilaian

No	Aspek Penilaian	Capaian	Keterangan
1	Ketersesuaian Buku Siswa	B-	Bila Buku Siswa terselesaikan dengan baik
		<B-	Bila ada bagian dari Buku Siswa yang tidak terselesaikan
2	Portofolio: a) Uji Kompetensi b) Soal dari tempat lain	A	Bila memilih soal dari Uji Kompetensi dengan kategori Sangat Sulit dan mampu menyelesaikannya dengan baik
		A-	Bila memilih soal dari Uji Kompetensi dengan kategori Sulit dan mampu menyelesaikannya dengan baik
		B+	Bila memilih soal dari Uji Kompetensi dengan kategori Sedang dan mampu menyelesaikannya dengan baik
		B	Bila memilih soal dari Uji Kompetensi dengan kategori Mudah dan mampu menyelesaikannya dengan baik
		B-	Bila memilih soal dari Uji Kompetensi dengan kategori Sangat Sulit dan kurang mampu menyelesaikannya dengan baik
		B, B-	Bila memilih soal dari Uji Kompetensi dengan kategori Sulit dan kurang mampu menyelesaikannya dengan baik
		B+, B, B-	Bila memilih soal dari Uji Kompetensi dengan kategori Sedang dan kurang mampu menyelesaikannya dengan baik
		A-, B+, B, B-	Bila memilih soal dari Uji Kompetensi dengan kategori Mudah dan kurang mampu menyelesaikannya dengan baik
	Tugas Proyek	A	Bila Proyek terselesaikan dan mampu mempresentasikan dengan Baik
		A-, B+, B	Bila ada bagian dari Proyek yang tidak terselesaikan atau kurang mampu mempresentasikan
B-		Bila Proyek tidak terselesaikan samasekali	

Keterangan: - Nilai KKM = B-

- Aspek penilaian Nomor 1 adalah syarat nilai yang harus terpenuhi, sedangkan Aspek penilaian Nomor 2 adalah penambahan nilai.



Bab 6

Statistika



Kata Kunci

- data
- tabel
- grafik
- diagram
- komputer



Kompetensi Dasar

1. Memahami teknik penyajian data dua variabel menggunakan tabel, grafik batang, diagram lingkaran, dan grafik garis dengan komputer serta menganalisis hubungan antara variabel.
2. Mengumpulkan, mengolah, menginterpretasi, dan menyajikan data hasil pengamatan dalam bentuk tabel, diagram, dan grafik dari dua variabel serta mengidentifikasi hubungan antar variabel.



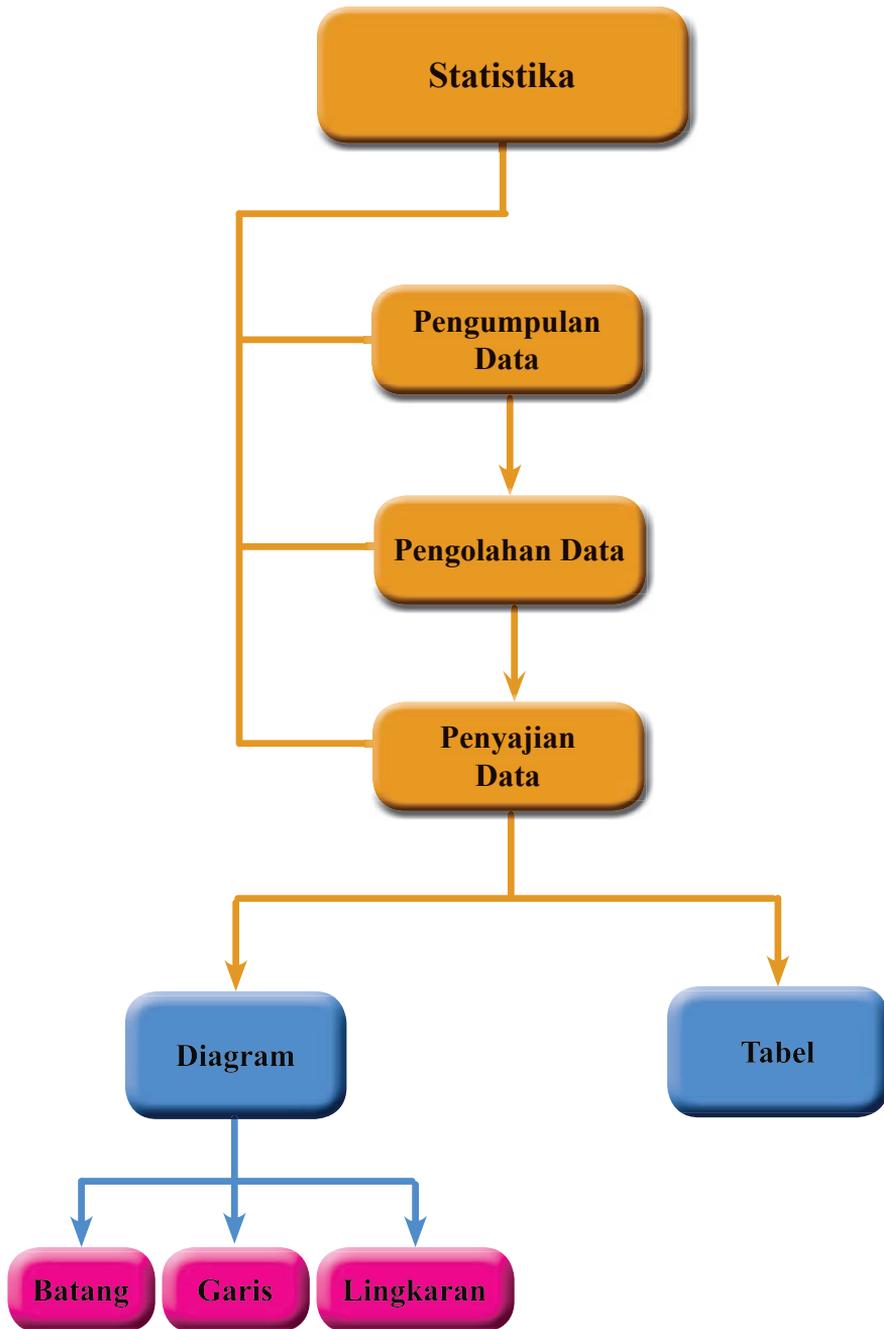
Dalam kehidupan sehari-hari sering dijumpai penyajian data dalam bentuk tabel, diagram, dan grafik. Salah satunya dalam bidang ekonomi dan perbankan yang sering dijumpai adalah fluktuatif nilai tukar Rupiah terhadap Dolar AS yang sering disebut dengan kurs mata uang.

Setiap hari selalu ada perubahan kurs mata uang yang ditampilkan dalam bentuk diagram untuk mempermudah dalam mengamati peningkatan maupun penurunan kurs mata uang yang terjadi.



Pengalaman Belajar

1. Menyajikan data dalam diagram batang dengan menggunakan komputer.
2. Menyajikan data dalam diagram garis dengan menggunakan komputer.
3. Menyajikan data dalam diagram lingkaran dengan menggunakan komputer.
4. Mengumpulkan, mengolah, menginterpretasi dan menyajikan data hasil pengamatan dalam bentuk tabel, diagram, dan grafik.





**Karl Pearson
(1857 –1936)**

Karl Pearson

Karl Pearson (1857 – 1936) adalah contributor utama perkembangan awal statistika hingga sebagai disiplin ilmu tersendiri. Ia mendirikan jurusan Statistika Terapan di University College London pada tahun 1911, yang merupakan jurusan statistika pertama kali untuk tingkat universitas di dunia. Semenjak kecil, ayahnya mempengaruhinya supaya ia menyelesaikan pendidikan di bidang undang-undang, yang akhir mendorongnya untuk menekuni bidang undang-undang di University College School, London.

Setelah menamatkan pendidikan bidang undang-undang ini, barulah Pearson belajar disiplin matematika di King's College, Cambridge. Ketekunannya dalam mempelajari

matematika, dibuktikan dengan banyak sekali karangan buku-buku statistika yang memberikan kontribusi sangat besar terhadap perkembangan matematika khususnya statistika. Karl Pearson mungkin bukanlah ilmuwan yang paling pintar pada zamannya, mungkin bukan juga ilmuwan yang paling populer, tapi yang nyata sekali, beliau sudah berhasil menjadikan matematika dan statistik menjadi ilmu yang sangat menarik. Cara beliau memecahkan masalah, hati-hati dalam menjelaskan, dan karya bukunya telah merangsang inspirasi kepada ilmuwan setelahnya.

Hikmah yang dapat diambil:

1. Kerja keras dan ketekunan merupakan kunci sukses dalam memecahkan masalah dalam kehidupan sehari-hari.
2. Belajar bidang apapun jika dilakukan dengan motivasi yang kuat dari dalam diri sendiri akan memberikan kontribusi yang besar terhadap keberhasilan.
3. Orang yang baik adalah orang yang bermanfaat dan memberikan kontribusi positif dalam bentuk apapun kepada orang lain.



Membelajarkan 6.1

Menyajikan Data Dalam Bentuk Diagram Batang

Sebelum Pelaksanaan Pembelajaran

1. Siapkan laboratorium komputer untuk praktik menyajikan data dalam bentuk diagram batang dengan menggunakan komputer, jika tidak tersedia laboratorium komputer cukup dengan demonstrasi dengan menggunakan LCD
2. Lengkapi pula dengan layar LCD untuk menampilkan penyajian data dengan komputer

Pengantar

1. Sampaikan kepada siswa bahwa salah satu manfaat penyajian data dalam bentuk diagram batang adalah untuk mengetahui frekuensi siswa yang memperoleh nilai tertentu pada setiap ujian karena sajikan data dalam bentuk diagram batang memudahkan kita untuk diketahui frekuensi siswa yang memperoleh nilai tertentu.
2. Minta siswa untuk menyebutkan manfaat dari diagram dalam permasalahan kehidupan sehari-hari.



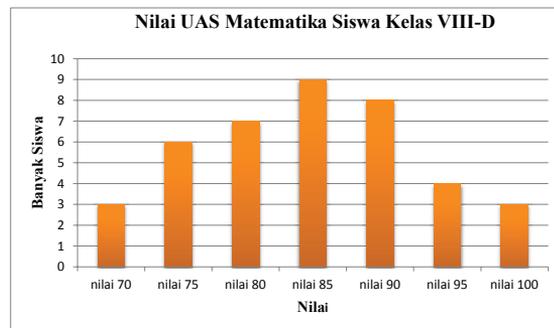
Penyajian Data Menggunakan Komputer

Penyajian data dengan menggunakan komputer jauh lebih mudah, lebih praktis dan lebih akurat dibandingkan dengan penyajian data dengan manual. Oleh karena itu kalian harus mampu menyajikan data dalam bentuk diagram batang, diagram garis, dan diagram lingkaran dengan menggunakan komputer. Salah satu manfaat penyajian data dalam diagram batang adalah memudahkan kalian dalam membaca dan menentukan frekuensi dari suatu data dengan cepat dan akurat. Misalnya ada data tentang nilai rata-rata tes Ulangan Akhir Semester pelajaran Matematika kelas VIII di SMP Cakrawala yang disajikan dalam tabel sebagai berikut

Tabel 6.1 Nilai UAS pelajaran Matematika

85	90	70	75	90	80	85	95	100	75
70	75	80	80	85	95	100	75	85	90
75	85	80	85	90	70	85	90	80	85
90	90	75	80	80	85	95	90	95	100

Untuk mengetahui berapa banyak siswa yang memperoleh nilai 70, 75, 80, 85, 90, 95, dan 100 tentu kita akan mengalami kesulitan. Cara mudah untuk mengetahui banyak siswa untuk setiap nilai adalah menyajikan data tersebut dalam bentuk diagram batang seperti gambar di bawah ini



Gambar 6.1 Diagram batang Nilai UAS pelajaran Matematika

Dari diagram tersebut, kita dengan mudah mengetahui banyak siswa untuk setiap nilai, misalnya banyak siswa yang mendapat nilai 85 ada 9 siswa, banyak siswa yang mendapat nilai 95 ada 4 siswa dan seterusnya.



Ayo Kita Amati

1. Minta siswa untuk mengamati tabel dan penyajian data dalam diagram batang
2. Fokuskan pengamatan siswa pada kesesuaian antara data dengan diagram batang yang terbentuk dari tabel.

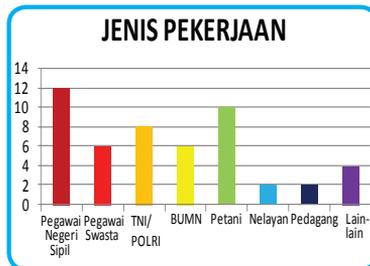
Kegiatan 6.1

Menyajikan Data Dalam Bentuk Diagram Batang



Dalam kehidupan sehari-hari kalian sering menemukan diagram batang, karena diagram ini paling sederhana dan umum. Penyajian data dalam bentuk diagram batang memudahkan kalian dalam membaca data dan sering digunakan. Diagram batang biasanya digunakan untuk menyajikan data tentang perkembangan nilai suatu obyek dalam kurun waktu tertentu. Coba perhatikan sajian data dalam bentuk diagram batang di bawah ini yang menunjukkan hubungan antara banyak orang dan jenis pekerjaan di suatu wilayah

No	Jenis Pekerjaan	Banyak
1	Pegawai Negeri Sipil	12
2	Pegawai Swasta	6
3	TNI/POLRI	8
4	BUMN	6
5	Petani	10
6	Nelayan	2
7	Pedagang	2
8	Lain-lain	4
JUMLAH		50



Gambar 6.2 Sajian data dalam tabel dan Diagram batang

1. Coba amati sajian data dalam bentuk tabel tentang jenis pekerjaan dan banyaknya orang.
2. Coba amati sajian data dalam bentuk diagram batang tentang jenis pekerjaan.



Ayo Kita Menanya

Setelah kalian mengamati sajian data dalam diagram batang dengan menggunakan *microsoft office excel* dan jika kalian belum bisa menggunakan *microsoft office excel*. Apa kalian pertanyakan? Tulislah pertanyaan kalian di buku.



Ayo Kita Menanya

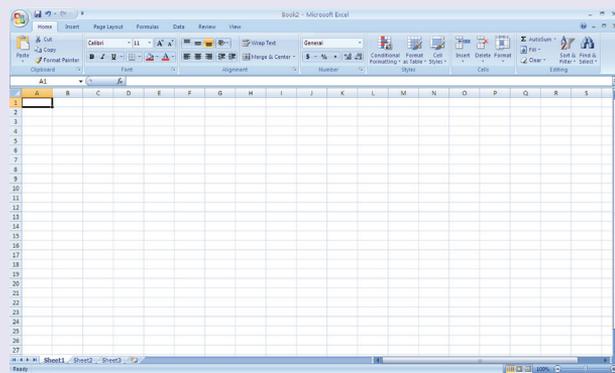
Minta siswa mengungkap pertanyaan yang terkait dengan penyajian data dalam bentuk diagram batang. Pertanyaan yang diharapkan:

1. Bagaimana cara membuat diagram batang dengan menggunakan komputer ?
2. Mengapa dalam diagram batang tidak ada data jumlah seluruhnya seperti di tabel?
3. Bagaimana cara membuat diagram batang yang berwarna dan menarik?



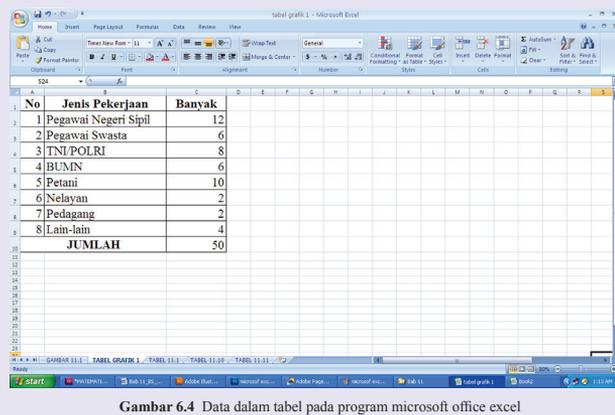
Cara membuat diagram batang dengan menggunakan *microsoft office excel* sebagai berikut.

1. Bukalah program *microsoft office excel*, seperti di bawah ini.



Gambar 6.3 Sajian program *microsoft office excel*

2. Masukkan data dalam *microsoft office excel*, seperti di bawah ini.



Gambar 6.4 Data dalam tabel pada program *microsoft office excel*



Sedikit Informasi

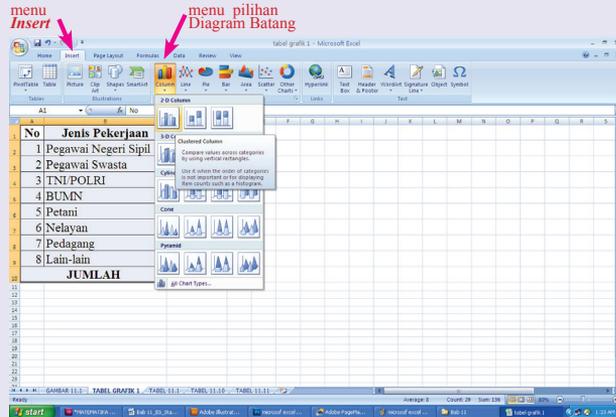
1. Ajak siswa mencoba secara langsung untuk membuat diagram batang dengan komputer dan mendemonstrasikannya kepada siswa yang lain.
2. Berikan informasi lain cara membuat diagram batang yang bervariasi dan berbagai jenis sehingga lebih menarik
3. Minta siswa untuk membuat grafik dengan menggunakan program komputer seperti pada buku siswa. Sehingga siswa dapat memperoleh informasi yang lengkap bagaimana membuat diagram batang dengan menggunakan program komputer.

3. Berilah blok pada data pada tabel seperti di bawah ini.

No	Jenis Pekerjaan	Banyak
1	Pegawai Negeri Sipil	12
2	Pegawai Swasta	6
3	TNI/POLRI	8
4	BUMN	6
5	Petani	10
6	Nelayan	2
7	Pedagang	2
8	Lain-lain	4
JUMLAH		50

Gambar 6.5 Data dalam tabel yang sudah di blok

4. Klik menu *Insert*, akan muncul berbagai jenis diagram batang.



Gambar 6.6 Pilihan diagram batang dalam microsoft office excel

- Pilihlah diagram batang yang sesuai, akan muncul diagram batang. Mudah, kan.
- Kalian bisa membuat variasi warna, jenis diagram batang, dan sebagainya dengan memilih menu yang tersedia.



- Minta siswa untuk mencari diagram batang yang sesuai dengan tabel dan temukan mengapa dua diagram yang lain tidak sesuai
- Mintalah siswa untuk membuat diagram batang dari data yang dibuat sendiri.



Ayo Kita Menalar

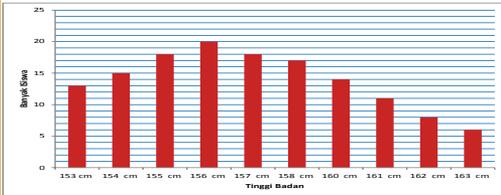
Diketahui ada data tentang frekuensi tinggi siswa kelas 8 seperti pada Tabel 6.2

Dari Tabel 6.2 di samping dapat diperoleh informasi bahwa frekuensi yang paling tinggi adalah siswa dengan tinggi badan 156 cm, sedangkan frekuensi yang paling rendah adalah siswa dengan tinggi badan 163 cm. Siswa dengan tinggi badan 155 cm memiliki frekuensi sama dengan siswa dengan tinggi badan 157 cm.

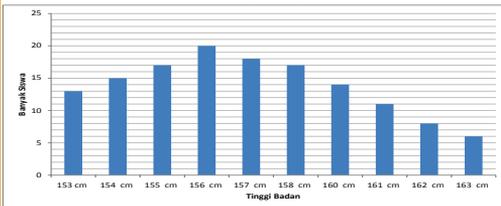
Jika data tersebut dimasukkan dalam *microsoft office excel* dan dibuat diagram batang, mana diantara diagram batang berikut yang menggambarkan data yang ada di tabel? Coba jelaskan jawabanmu?

Tabel 6.2 Frekuensi tinggi badan siswa

Tinggi badan siswa	Frekuensi
153 cm	13
154 cm	15
155 cm	18
156 cm	20
157 cm	18
158 cm	17
160 cm	14
161 cm	11
162 cm	8
163 cm	6



Gambar 6.7 Diagram batang 1

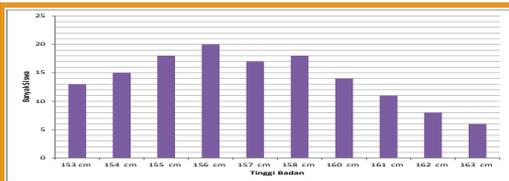


Gambar 6.8 Diagram batang 2



Ayo Kita Berbagi

Setelah siswa berhasil menemukan diagram batang yang sesuai dengan tabel, tunjukkan lagi tabel dengan diagram batang yang berbeda dan suruh siswa untuk mendiskusikan diagram batang yang sesuai dengan tabel.



Gambar 6.9 Diagram batang 3



Ayo Kita Berbagi

Jika kalian sudah dapat menentukan diagram batang yang sesuai dengan tabel frekuensi tinggi badan siswa, coba cocokkan dan bandingkan hasil pilihan kalian dengan hasil pilihan teman kalian dan diskusikan mengapa kalian memilih diagram tersebut.

Masalah 6.1

Diketahui data ukuran sepatu siswa kelas VIII salah satu SMP Negeri di Malang adalah sebagai berikut

Arman	36	Dodi	40	Arman	38
Anton	38	Rolando	40	Dewo	40
Ayu	35	Hartono	39	Niko	37
Ahmad	37	Sinaga	35	Rendi	41
Burhan	40	Mozes	34	Fatimah	38
Dion	39	Putu	40	Suwarno	39
Yayuk	35	Yosep	42	Bintang	40
Cica	34	Burju	41	Yanti	36
Maria	38	Nyoman	38	Asep	37
sugeng	43	Felik	37	Ririn	36

Coba buatlah diagram batang dari data tersebut, tentukan nomor sepatu yang paling banyak dipakai siswa

Alternatif Pemecahan Masalah



Dari hasil pengamatan tabel tersebut ternyata jumlah siswa ada 30 orang. Nomor sepatu paling besar adalah 42 dan nomor sepatu paling kecil adalah 34.



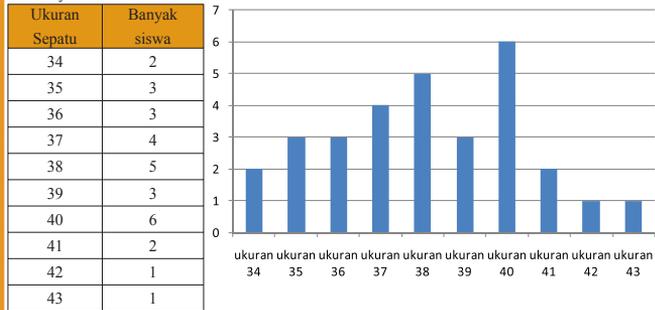
Coba susunlah pertanyaan yang terkait dengan Masalah 6.1. Beberapa contoh pertanyaan adalah:

1. Bagaimana cara membuat diagram batang jika data seperti pada tabel tersebut
2. Dalam membuat diagram batang apakah nama semua siswa harus ditulis?
3. Bagaimana caranya agar tabelnya lebih sederhana?



Sebelum membuat diagram batang, maka dihitung dulu berapa banyak siswa pada masing-masing ukuran sepatu sehingga diperoleh tabel sebagai berikut

Tabel 6.3 Ukuran Sepatu dan banyak siswa Siswa



Dengan menggunakan *microsoft office excel*, maka tabel tersebut dapat dibuat diagram batang.



Minta siswa untuk mengamati tabel pada Masalah 6.1 tentang data ukuran sepatu dan siswa yang memakainya.



Ayo Kita Berbagi

Diagram batang yang sudah kalian buat, coba bandingkan dengan diagram batang yang sudah dibuat temanmu. Jika ada perbedaan coba diskusikan dengan temanmu.



Contoh 6.1

Tabel berikut menunjukkan data tentang hasil panen padi di kota sukabumi

Tabel 6.4 Hasil panen padi

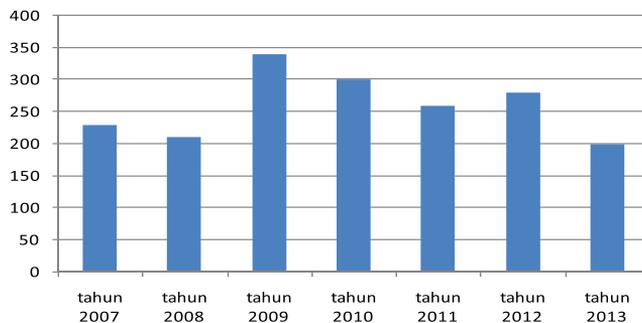
Tahun	Padi dalam ton
2007	230
2008	210
2009	340
2010	300
2011	260
2012	280
2013	200

1. Buatlah diagram batang dari data tersebut
2. Pada tahun berapa kenaikan panen paling tinggi dan berapa persentase kenaikan dari tahun sebelumnya?



Alternatif Penyelesaian

1. Data pada Tabel 6.4 jika dibuat diagram batang adalah sebagai berikut.



2. Kenaikan panen paling tinggi pada tahun 2008 yaitu sebesar 130 ton dengan persentase 61,9%

Ajak siswa untuk mengamati dan memahami Contoh 6.1 serta alternatif penyelesaiannya mengenai diagram batang.



Latihan 6.1

1. Hasil PEMILUKADA pada suatu Kabupaten ditunjukkan seperti pada tabel berikut

Pasangan calon bupati	A	B	C	D	E	F
Persentase perolehan suara	23%	15%	37%	6%	12%	7%

Coba sajikan data tersebut dalam diagram batang.

2. Buatlah diagram batang dari tabel berikut.

Kelas	Banyak siswa	
	Laki-laki	Perempuan
VIII-A	16	14
VIII-B	12	18
VIII-C	15	19
VIII-D	14	18
VIII-E	13	17
VIII-F	15	16

3. Nilai rata-rata Ujian Nasional dari SMP Tunas Bangsa tahun pelajaran 2011 – 2013 ditunjukkan dalam tabel berikut. Coba buatlah diagram batang dari data tersebut

Mata pelajaran	2011	2012	2013
Bahasa Indonesia	8,37	8,86	8,73
Matematika	9,02	8,89	9,20
IPA	8,67	8,90	9,00
Bahasa Inggris	8,87	8,50	8,97

Minta siswa untuk menyelesaikan Latihan 6.1 mengenai penyajian data menggunakan komputer



Membelajarkan 6.2

Menyajikan Data dengan Diagram Garis

Sebelum Pelaksanaan Pembelajaran

1. Siapkan laboratorium komputer untuk praktik menyajikan data dalam bentuk diagram garis dengan menggunakan komputer, jika tidak tersedia laboratorium komputer cukup dengan demonstrasi dengan menggunakan LCD
2. Lengkapi pula dengan layar LCD untuk menampilkan penyajian data dengan komputer



Ayo Kita Amati

Ajak siswa untuk mengamati diagram garis. fokuskan pada perbedaan dan kesamaan dengan diagram batang.



Ayo Kita Menanya

Minta siswa untuk menulis pertanyaan tentang hal yang belum dipahami.

Contoh pertanyaan :
Bagaimana cara membuat diagram garis dengan menggunakan komputer?



Menggal Informasi

Minta siswa mencari informasi dan mencoba dengan program komputer untuk membuat diagram garis.



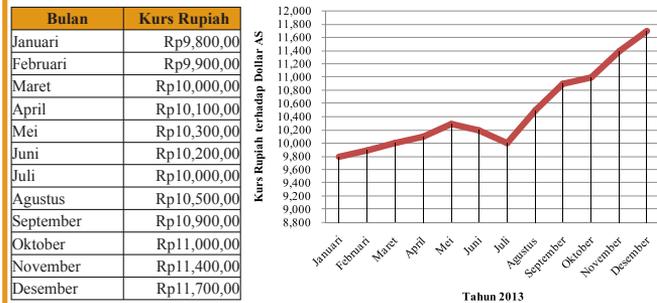
Kegiatan 6.2

Menyajikan Data Dalam Bentuk Diagram Garis



Ayo Kita Amati

Diagram garis biasanya digunakan untuk menyajikan data dalam waktu berkala atau berkesinambungan. Coba amati penyajian data diagram garis dengan *microsoft office excel* tentang nilai tukar rupiah terhadap dolar AS pada tahun 2013 pada Gambar 6.10



Gambar 6.10 Sajian data dalam bentuk tabel dan Diagram Garis



Ayo Kita Menanya

Setelah kalian mengamati sajian data dalam bentuk diagram garis dan jika kalian masih belum bisa membuat diagram garis, kira-kira apa yang akan kalian tanyakan. Tulislah pertanyaan tersebut di buku tulis kalian.



Menggal Informasi

Kalian sudah bisa membuat diagram batang dengan *microsoft office excel* di komputer, sekarang coba carilah informasi bagaimana cara membuat diagram garis dengan menggunakan *microsoft office excel*.



1. Kalian sudah bisa membuat diagram batang dan sudah mendapatkan informasi cara membuat diagram garis dengan *microsoft office excel*. Coba sekarang sajikan data dalam diagram batang dan diagram garis dengan menggunakan komputer tentang banyak siswa SMP dalam kurun waktu 5 tahun terakhir pada Tabel 6.5

Tabel 6.5 Banyak siswa SMP dalam 5 tahun

Jenis Kelamin	Tahun			
	2011	2012	2013	2014
Laki-laki	1.200	1.100	1.400	1.500
Perempuan	1.300	1.450	1.650	1.450
Jumlah	2.500	2.550	3.050	2.950

2. Coba bandingkan sajian data dalam diagram batang dan diagram garis yang sudah kalian buat? Apa kesamaan dan perbedaannya?
3. Coba sajikan diagram batang dan diagram garis dengan berbagai jenis yang bervariasi.



1. Jika sudah selesai membuat diagram batang dan diagram garis, coba hasil kerja kalian disalin dan ditempelkan di papan pemajangan dengan tempat yang berbeda-beda.
2. Setiap kelompok mengunjungi diagram batang dan diagram garis dan berilah komentar dengan memberikan catatan pada tempat yang telah disediakan.



Latihan 6.2

1. Nilai tukar Rupiah terhadap dolar AS dalam seminggu ditunjukkan dalam tabel berikut.

Senin	Selasa	Rabu	Kamis	Jumat	sabtu	Minggu
10.300	10.450	10.630	10.550	10.740	10.830	10.920

Buatlah diagram garis dari data tersebut.



Ayo Kita Menalar

1. Minta siswa untuk membuat diagram garis dengan data tersebut dan membandingkan dengan diagram batang, berikutnya siswa diminta mencoba membuat diagram garis agar terlihat bagus dan menarik.
2. Tuntut siswa untuk memperoleh jawaban Persamaan diagram batang dan garis adalah sama-sama menggunakan garis vertikal dan garis horizontal.
3. Perbedaannya adalah diagram batang menggunakan batang untuk menggambarkan banyaknya data sedangkan diagram garis hanya menggunakan titik dan titik satu dengan lainnya dihubungkan dengan garis.



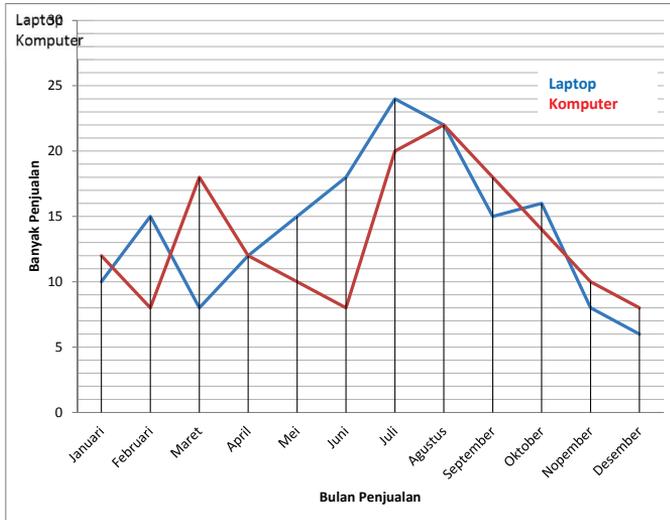
Ayo Kita Berbagi

Suruh siswa untuk menempelkan hasil bernalarnya di mading kelas dan minta siswa kelompok yang lain untuk melihat dan menanggapi hasil bernalar siswa dari kelompok lain.

2. Buatlah sajian diagram garis dari data berat badan seorang bayi dalam waktu 10 bulan pada tabel berikut.

Bulan	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Berat (kg)	3,0	3,2	3,6	4,0	3,9	4,3	4,8	5,2	5,4	5,7

3. Perhatikan diagram garis berikut.



- Buatlah tabel dari grafik diagram garis tersebut.
 - Pada bulan apa penjualan laptop dan komputer paling tinggi.
 - Pada bulan apa penjualan laptop dan komputer paling tinggi mengalami kenaikan paling tinggi.
4. Data jumlah penduduk usia 20 - 40 tahun di suatu daerah selama 5 tahun terakhir disajikan dalam bentuk tabel berikut.

Jenis Kelamin	2009	2010	2011	2012	2013
Laki-laki	1.200	1.250	1.400	1.400	1.550
Perempuan	1.250	1.300	1.550	1.600	1.750

Buatlah diagram batang dari data di atas.

Setelah Pelaksanaan Pembelajaran

- Hasil karya siswa dicetak dan ditempel di papan pemajangan di dalam kelas, dan dinilai sebagai nilai keterampilan
- Mintalah setiap siswa untuk menilai hasil karya temannya dengan katagori baik sekali, baik, cukup dan kurang.
- Nilai dari siswa sebagai bahan acuan untuk penilaian guru.



Membelajarkan 6.3

Menyajikan Data Dalam Bentuk Diagram Lingkaran

Sebelum Pelaksanaan Pembelajaran 1.1

1. Siapkan laboratorium komputer untuk praktik menyajikan data dalam bentuk diagram lingkaran dengan menggunakan komputer, jika tidak tersedia laboratorium komputer cukup dengan demonstrasi dengan menggunakan LCD.
2. Lengkapi pula dengan layar LCD untuk menampilkan penyajian data dengan komputer.



Ayo Kita Amati

Ajak siswa untuk mengamati diagram lingkaran.



Ayo Kita Menanya

Minta siswa menuliskan pertanyaan tentang hal yang diamati.
Contoh pertanyaan:
Bagaimana cara menentukan persentase pada diagram lingkaran.



Sedikit Informasi

Minta siswa untuk mencari informasi langsung di komputer atau dengan demonstrasi penyajian data dalam bentuk diagram lingkaran dengan berbagai variasi tampilan dan warna yang menarik.

Kegiatan 6.3

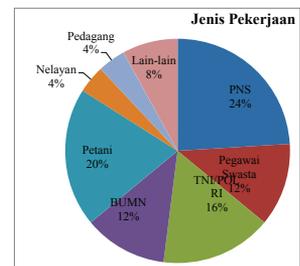
Menyajikan Data Dalam Bentuk Diagram Lingkaran



Ayo Kita Amati

Diagram lingkaran biasanya digunakan untuk menyajikan data dalam bentuk persentase. Menyajikan data dalam bentuk diagram lingkaran hampir sama dengan menyajikan data dalam bentuk diagram batang dan diagram garis.

No	Jenis Pekerjaan	Banyak
1	Pegawai Negeri Sipil	12
2	Pegawai Swasta	6
3	TNI/POLRI	8
4	BUMN	6
5	Petani	10
6	Nelayan	2
7	Pedagang	2
8	Lain-lain	4
JUMLAH		50



Gambar 6.11 Sajian data dalam bentuk tabel dan Diagram Lingkaran

Coba cermati diagram lingkaran di atas, apa saja perbedaan dan kesamaan dengan diagram batang dan diagram garis yang sudah kalian buat sebelumnya?



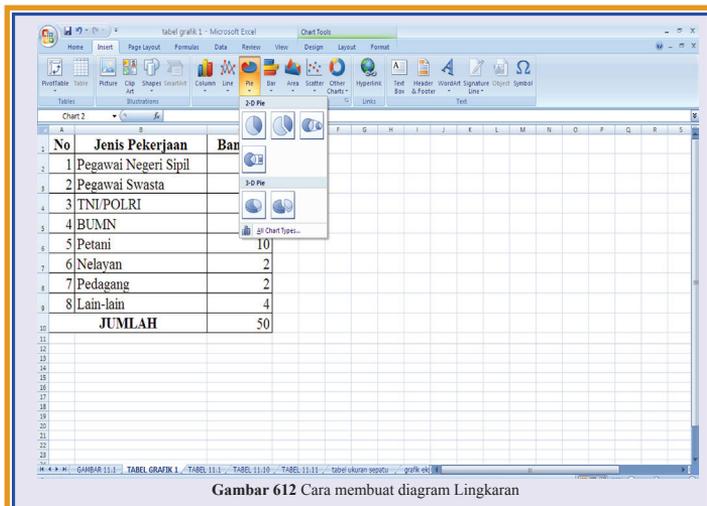
Ayo Kita Menanya

Setelah kalian mengamati diagram lingkaran tersebut, kira-kira apa pertanyaan yang akan kalian kemukakan agar dapat menyajikan data dalam diagram lingkaran.



Sedikit Informasi

Tentu kalian masih ingat bagaimana caranya membuat diagram batang dan diagram garis dengan menggunakan komputer. Cara membuat diagram lingkaran hampir sama dengan membuat diagram batang dan diagram garis, tinggal memilih diagram lingkaran pada tombol insert seperti di bawah ini.



Gambar 612 Cara membuat diagram Lingkaran



1. Kalian sudah mengetahui cara menyajikan data dalam bentuk diagram batang, diagram garis, dan diagram lingkaran. Sekarang perhatikan berbagai jenis data yang disajikan dalam Tabel 11.4. Manakah di antara jenis data tersebut yang lebih tepat disajikan dalam bentuk diagram batang, diagram garis, atau diagram lingkaran (beri tanda ✓).

Tabel 6.4 Jenis-jenis data

No	Jenis data	Diagram Batang	Diagram Garis	Diagram Lingkaran
1.	Banyaknya siswa laki-laki dan perempuan dalam satu sekolah			
2.	Harga BBM pada tahun 2000 – 2013			
3.	Banyaknya siswa yang mengikuti berbagai kegiatan ekstrakurikuler			
4.	Hasil pemilukada di suatu daerah tertentu			
5.	Banyak mobil yang terjual di suatu kota dalam waktu 5 tahun terakhir			
6.	Jenis pekerjaan orang tua siswa kelas 8			
7.	Tinggi badan siswa dalam satu kelas			
8.	Nilai ulangan Harian siswa dalam satu kelas			



Ayo Kita Menalar

Minta siswa untuk menjawab pertanyaan dengan berdiskusi kelompok.

- Coba temukan apa persamaan dan perbedaan dari ketiga diagram tersebut.
- Coba pikirkan bagaimanakah membuat diagram lingkaran dari data di bawah ini. Ada berapa banyak diagram lingkaran yang mungkin bisa dibuat, dan jelaskan alasannya.

Jenis Kelamin	Banyak siswa			
	SD	SMP	SMA	SMK
Laki-laki	1.200	1.000	750	500
Perempuan	1.300	750	850	450
Jumlah	2.500	1.750	1.600	950



Sekarang kalian sudah bisa membuat penyajian data dengan menggunakan diagram batang, diagram garis, dan diagram lingkaran.

- Jelaskan kepada temanmu alasan mengapa data pada Tabel 5.4 disajikan dengan diagram batang, diagram garis, atau diagram lingkaran.
- Coba sekarang jelaskan kepada temanmu bagaimana cara kalian membaca ketiga diagram tersebut dengan benar.

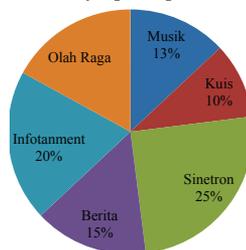


Dalam suatu polin terhadap 1.000 pemirsa tentang acara yang paling disukai pada salah satu stasiun Televisi didapatkan data yang disajikan dalam bentuk diagram lingkaran sebagai berikut.

Berdasarkan diagram lingkaran tersebut.

- Acara apakah yang paling banyak diminati pemirsa? Dan berapa banyak pemirsa yang meminatinya?
- Acara apakah yang paling sedikit diminati pemirsa? Dan berapa banyak pemirsa yang meminatinya?
- Berapa persen pemirsa yang meminati acara Olah Raga? Dan Berapa banyak pemirsa yang meminatinya?

Acara TV yang Paling Disukai



- Acara yang paling banyak diminati pemirsa adalah acara sinetron yaitu sebanyak 25%. Banyak pemirsa yang meminatinya adalah

$$\frac{25}{100} \times 1.000 = 250 \text{ pemirsa}$$



Informasikan kepada siswa untuk mendiskusikan dalam kelompoknya mengenai penyajian data dengan menggunakan diagram batang dan setelah itu menjelaskan pada teman sekelasnya

2. Acara yang paling sedikit diminati pemirsa adalah acara musik yaitu sebanyak 10%.

Banyak pemirsa yang meminatinya adalah

$$\frac{10}{100} \times 1000 = 100 \text{ pemirsa}$$

3. Pemirsa yang meminati acara Olah Raga adalah

$$100 - (13+10+25+15+20) = 100 - 83 = 17$$

Jadi persentase pemirsa acara Olah Raga adalah 17% dan banyak pemirsanya adalah

$$\frac{17}{100} \times 1000 = 170 \text{ pemirsa}$$



Latihan 6.3

1. Buatlah diagram lingkaran dari data banyak siswa kelas VIII berikut ini.

Jenis Kelamin	Banyak siswa					
	Kelas VIII-A	Kelas VIII-B	Kelas VIII-C	Kelas VIII-D	Kelas VIII-E	Kelas VIII-F
Laki-laki	12	14	13	15	16	14
Perempuan	18	17	18	18	16	18

2. Laporan penjualan deler sepeda motor selama lima tahun disajikan dalam tabel sebagai berikut.

Tahun	2009	2010	2011	2012	2013
Banyak sepeda motor terjual	155	170	185	150	145

Buatlah diagram lingkaran dari data tersebut.

3. Data jenis pekerjaan siswa kelas VIII disajikan dalam tabel sebagai berikut.

No	Jenis Pekerjaan	Banyak orang tua
1	Pegawai Negeri	35
2	Pegawai BUMN	15
3	TNI/POLRI	10
4	Pegawai swasta	20
5	Pedagang	25
6	Petani	40
7	Lain-lain	45

Setelah Pelaksanaan Pembelajaran

1. Setiap kelompok secara bergantian menjelaskan persamaan dan perbedaan diagram batang, diagram garis, dan diagram lingkaran
2. Berilah penilaian yang meliputi penjelasan kelompok, keaktifan kelompok, kebenaran materi, cara menjelaskan dan sebagainya
3. Bila ada siswa yang belum tuntas dapat diberikan pembelajaran remidi.



Tugas Projek 6

Kalian sudah bisa membuat diagram batang, diagram garis dan diagram lingkaran dengan menggunakan komputer. Nah, sekarang coba kalian bekerja secara kelompok yang terdiri dari 5 orang untuk mengumpulkan data, mengolah data, dan menyajikan data dalam bentuk diagram batang, diagram garis dan diagram lingkaran.

Ayo lakukan kegiatan berikut.

1. Kalian bentuk kelompok yang terdiri dari 5 orang
2. Setiap siswa mengumpulkan data tentang 5 jenis makanan dan 5 jenis minuman yang paling disukai anggota keluarga (ayah, ibu, adik, kakak, dan saya sendiri) di rumahmu
3. Kumpulkan data dari masing-masing siswa dalam satu kelompok
4. Buatlah tabel tentang 5 makanan dan 5 minuman yang paling disukai
5. Sajikan data pada tabel dalam bentuk diagram batang, diagram garis, dan diagram lingkaran.
6. Buatlah kesimpulan terhadap hasil penyajian data dalam bentuk diagram batang, diagram garis, dan diagram lingkaran.



Merangkum 6

Kalian telah mempelajari tentang cara menyajikan data dalam bentuk diagram batang, diagram garis, dan diagram lingkaran dengan *microsoft office excel*. Jawablah beberapa pertanyaan berikut.

1. Tulislah langkah-langkah menyajikan data dalam bentuk diagram batang dan diagram garis dengan *microsoft office excel*.
2. Tulislah langkah-langkah menyajikan data dalam bentuk diagram lingkaran dengan *microsoft office excel*.
3. Sebutkan data-data yang cocok disajikan dalam bentuk diagram batang, diagram garis, dan diagram lingkaran
4. Apa perbedaan dan persamaan antara diagram batang, diagram garis, dan diagram lingkaran.

178

Kelas VIII SMP/MTs

Semester 1



Tugas Projek

1. Pembelajaran proyek memerlukan waktu dua minggu untuk menyelesaikannya
2. Siapkan koran dipergustakaan yang dapat membantu siswa
3. Buatlah alur kerja yang sistematis, sehingga siswa bekerja sesuai dengan alur yang sudah ditentukan, namun tetap memperhatikan kreatifitas siswa
4. Berilah bantuan bagi siswa yang mengalami kesulitan, misalnya dalam satu kelompok tidak ada yang memiliki komputer, tidak ada yang memiliki printer dan lain-lain
5. Identifikasi kembali siswa-siswa yang masih belum mencapai ketuntasan dalam belajar, untuk dilakukan pembelajaran remidi dan pengayaan

1. Bentuk kelompok yang heterogen dari sisi kemampuan.
2. Berikan siswa petunjuk yang jelas dan sistematis bagaimana siswa bekerja dan menyelesaikan proyeknya.
3. Cek hasil kerja siswa agar dapat terkontrol setiap waktu, sehingga pada saat dikumpulkan mereka selesai tepat waktu.



Uji Kompetensi 6

Selesaikan soal berikut dengan cermat.

1. Banyaknya penduduk dari satu kecamatan seperti ditunjukkan dalam tabel di bawah ini

Nama desa	Banyak penduduk	
	Laki-laki	Perempuan
Sidomulyo	1.250	1.550
Kedungjajang	2.050	2.400
Sumberrejo	1.500	1.650
Arjopuro	1.350	1.500
Sidomakmur	1.700	1.950
Merjosari	1.900	2.350

- a. Buatlah diagram batang dan diagram garis dari data tersebut?
b. Apa kesimpulan tentang banyaknya penduduk laki-laki dan perempuan dari setiap desa?
2. Dalam satu minggu banyaknya kendaraan yang melintas di jalan tol tercatat dalam tabel berikut.

Hari	Banyaknya kendaraan
Senin	2.550
Selasa	3.500
Rabu	3.000
Kamis	2.100
Jumat	2.050
Sabtu	4.500
Minggu	5.600

- a. Buatlah diagram lingkaran dari data tersebut.
b. Tentukan persentase banyak kendaraan setiap hari dalam sepekan.
c. Apa kesimpulan kalian tentang banyaknya kendaraan yang melintas dalam sepekan di jalan tol?

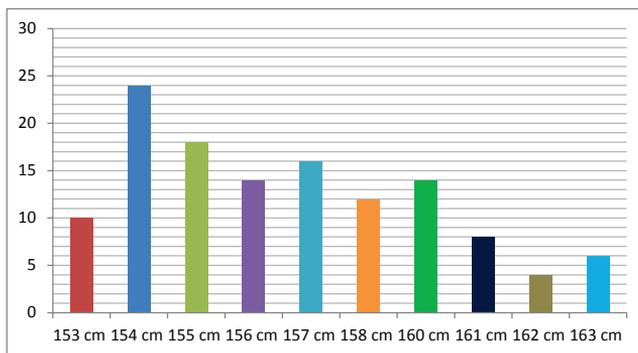
3. Diagram lingkaran di bawah ini menunjukkan penjualan mobil di beberapa kota besar.

Penjualan Mobil



- Jika semua mobil yang terjual sebanyak 41.300, tentukan berapa banyak mobil yang terjual tiap-tiap kota?
- Apa kesimpulan kalian tentang banyaknya mobil yang terjual dari kota besar tersebut?

4. Diketahui diagram batang tentang tinggi badan seperti di bawah ini.



Diketahui jumlah siswa adalah 126 anak.

- Tentukan berapa banyak siswa masing-masing.
 - Pada tinggi badan berapa jumlah siswa yang paling banyak dan paling sedikit?
 - Tentukan ukuran tinggi badan yang banyak siswanya sama?
5. Banyak siswa laki-laki dan perempuan di SD, SMP, SMA, dan SMK ditunjukkan dalam tabel di bawah ini.

Sekolah	Banyak siswa	
	Laki-laki	Perempuan
SD	2.250	2.300
SMP	1.750	2.200
SMA	1.550	1.700
SMK	1.250	1.400

- Buatlah diagram batang dan diagram garis dari data tersebut.
- Buatlah diagram lingkaran dari data tersebut.
- Apa yang dapat kalian simpulkan dari ketiga diagram tersebut.



Tugas Projek

Jenis data	Diagram batang	Diagram garis	Diagram Lingkaran
Banyaknya siswa laki-laki dan perempuan dalam satu sekolah	√	√	
Harga BBM pada tahun 2000 – 2013		√	
Banyaknya siswa yang mengikuti berbagai kegiatan ekstrakurikuler			√
Hasil pemilukada di suatu daerah tertentu	√		
Banyak mobil yang terjual di suatu kota dalam waktu 5 tahun terakhir	√		√
Jenis pekerjaan orang tua siswa kelas 8			√
Tinggi badan siswa dalam satu kelas	√	√	
Nilai ulangan Harian siswa dalam satu kelas	√		

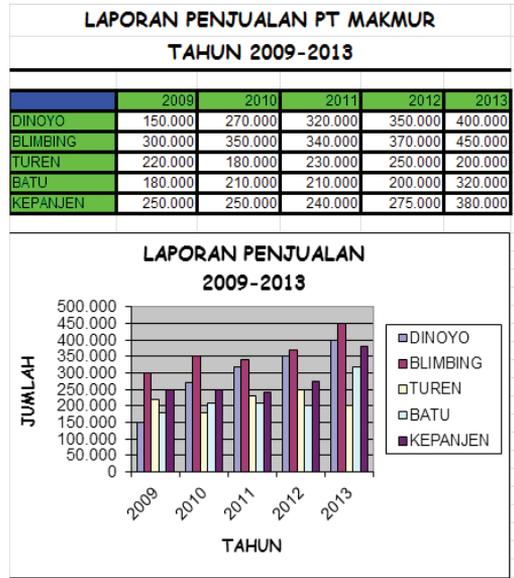
- Langkah-langkah dalam menyajikan data dalam diagram batang dan diagram garis adalah sebagai berikut
 - Buatlah tabel dalam *microsoft office excel*
 - Bloklah data yang akan dibuat diagram batang dan diagram garis
 - Klik insert dan pilihlah gambar diagram batang atau diagram garis
 - Terbentuklah diagram batang atau diagram garis
 - Veriasi warna dan lainnya dapat klik di desain
- Langkah-langkah dalam menyajikan data dalam diagram lingkaran adalah sebagai berikut
 - Buatlah tabel dalam *microsoft office excel*
 - Bloklah data yang akan dibuat diagram lingkaran
 - Klik insert dan pilihlah gambar diagram lingkaran
 - Terbentuklah diagram lingkaran
 - Veriasi warna dan lainnya dapat klik di desain
- Perbedaan diagram batang, diagram garis, dan diagram lingkaran adalah sebagai berikut

Aspek	Diagram batang	Diagram garis	Diagram Lingkaran
Garis	Ada dua garis, yaitu garis vertikal dan garis horizontal	Ada dua garis, yaitu garis vertikal dan garis horizontal	Tidak memiliki garis vertikal dan horizontal
Tampilan Diagram	Banyak data ditunjukkan dengan batang	Banyak data ditunjukkan dengan titik	Banyak data ditunjukkan dengan luas juring lingkaran
Hubungan data satu dengan lainnya	Tidak ada hubungan antara data satu dengan lainnya	Titik satu dengan lainnya dihubungkan dengan garis	Semua data membentuk satu lingkaran

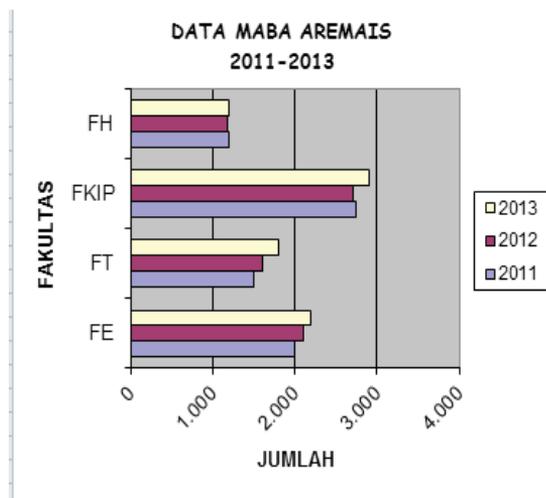


Soal Pengayaan

1. Data dalam tabel berikut ini menggambarkan laporan penjualan PT Makmur tahun 2009 – 2013. Coba sajikan data tersebut dengan diagram yang sesuai dengan data dalam tabel. Jelaskan alasan kalian mengapa memilih penyajian data dengan diagram tersebut



2. Data di samping menggambarkan banyak mahasiswa baru tahun 2011-2013 dari beberapa Fakultas. Coba sajikan data tersebut dalam diagram garis dan diagram lingkaran





Pedoman Penilaian

No	Aspek Penilaian	Capaian	Keterangan
1	Keterselesaian Buku Siswa	B-	Bila Buku Siswa terselesaikan dengan baik
		<B-	Bila ada bagian dari Buku Siswa yang tidak terselesaikan
2	Portofolio: a) Uji Kompetensi b) Soal dari tempat lain	A	Bila memilih soal dari Uji Kompetensi dengan kategori Sangat Sulit dan mampu menyelesaikannya dengan baik
		A-	Bila memilih soal dari Uji Kompetensi dengan kategori Sulit dan mampu menyelesaikannya dengan baik
		B+	Bila memilih soal dari Uji Kompetensi dengan kategori Sedang dan mampu menyelesaikannya dengan baik
		B	Bila memilih soal dari Uji Kompetensi dengan kategori Mudah dan mampu menyelesaikannya dengan baik
		B-	Bila memilih soal dari Uji Kompetensi dengan kategori Sangat Sulit dan kurang mampu menyelesaikannya dengan baik
		B, B-	Bila memilih soal dari Uji Kompetensi dengan kategori Sulit dan kurang mampu menyelesaikannya dengan baik
		B+, B, B-	Bila memilih soal dari Uji Kompetensi dengan kategori Sedang dan kurang mampu menyelesaikannya dengan baik
		A-, B+, B, B-	Bila memilih soal dari Uji Kompetensi dengan kategori Mudah dan kurang mampu menyelesaikannya dengan baik
	Tugas Proyek	A	Bila Proyek terselesaikan dan mampu mempresentasikan dengan Baik
		A-, B+, B	Bila ada bagian dari Proyek yang tidak terselesaikan atau kurang mampu mempresentasikan
B-		Bila Proyek tidak terselesaikan samasekali	

Keterangan: - Nilai KKM = B-

- Aspek penilaian Nomor 1 adalah syarat nilai yang harus terpenuhi, sedangkan Aspek penilaian Nomor 2 adalah penambahan nilai.



Bab 1

Persamaan Linear Dua Variabel



Kata Kunci

- Persamaan Linear Dua Variabel.
- Model Matematika
- Selesaian.
- Sistem Persamaan Linear Dua Variabel.



Sumber: Kendikbud



Kompetensi Dasar

1. Menentukan nilai variabel persamaan linear dua variabel dalam konteks nyata.
2. Membuat dan menyelesaikan model matematika dari masalah nyata yang berkaitan dengan persamaan linear dua variabel.

Setiap hari rambut kita terus bertambah panjang. Rambut kita akan memanjang 0,3 milimeter tiap hari. Misalkan panjang rambut seorang gadis yang berumur 18 tahun pada gambar di atas awalnya adalah 250 mm. Kita bisa memperkirakan panjang rambutnya y milimeter setelah x hari dengan persamaan linear

$$y = 0,3x + 250$$

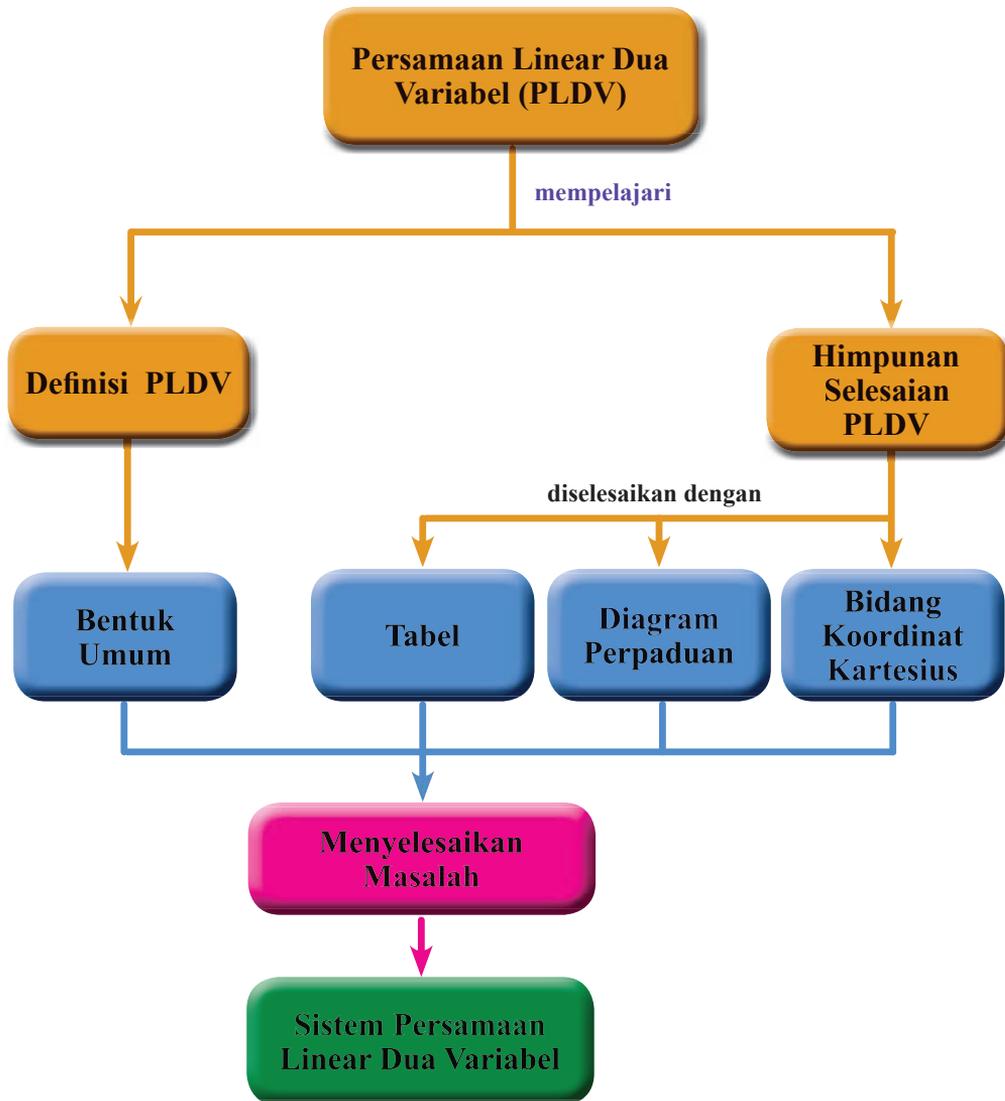
Bagaimana dengan panjang rambut kalian? Dapatkah kalian menentukan persamaan linear panjang rambut kalian sendiri?



Pengalaman Belajar

Berdasarkan Kompetensi Dasar di atas, pengalaman belajar yang akan kita lalui antara lain.

1. Membuat dan mendefinisikan bentuk persamaan linear dua variabel.
2. Menentukan selesaian persamaan persamaan linear dua variabel.
3. Membuat model matematika dari masalah sehari-hari yang berkaitan dengan persamaan linear dua variabel.
4. Menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan persamaan linear dua variabel.





Diophantus
(250 SM - 200 SM)

Diophantus Dan Persamaan Linear Dua Variabel

Persamaan linear dua variabel berkaitan erat dengan persamaan diophantine. Persamaan ini pertama kali dipelajari oleh seseorang yang bernama Diophantus yang menghabiskan hidupnya di Alexandria. Diophantus juga dikenal dengan julukan “bapak dari aljabar”. Namun julukan itu kemudian disandang oleh Al-Khawarizmi tentunya. Dia merupakan seorang matematikawan Yunani yang bermukim di Iskandaria, pada waktu itu Alexandria adalah pusat pembelajaran Matematika.

Semasa hidup Diophantus terkenal karena karyanya yang berjudul *Arithmetica*. *Arithmetica* adalah suatu pembahasan analitis teori bilangan yang berisi tentang pengembangan aljabar yang dilakukan dengan membuat persamaan. Persamaan-

persamaan tersebut dikenal sebagai *Diophantine Equation* (Persamaan Diophantine).

Persamaan deophantine merupakan suatu persamaan yang mempunyai solusi yang diharapkan berupa bilangan bulat. Persamaan Diophantine tidak harus berbentuk persamaan linier, bisa saja kuadrat, kubik, atau lainnya selama mempunyai solusi bilangan bulat.

Bentuk paling sederhananya diberikan oleh

$$ax + by = c$$

a , b koefisien dan c konstanta bulat yang diberikan. Penyelesaian persamaan Diophantine adalah semua pasangan bilangan bulat (x, y) yang memenuhi persamaan ini. Jika d adalah FPB dari a dan b , maka agar persamaan di atas mempunyai solusi maka d harus dapat membagi c . Terkadang dalam menentukan pasangan bilangan bulat yang memenuhi persamaan, kita harus mencoba-coba dan pandai menentukan pola dari selesaiannya.

Hikmah apa yang dapat kalian ambil dari biografi Diophantus ini?

1. Menyelesaikan masalah tidaklah mudah menyelesaikan perkalian dengan mencongak. Kita harus menentukan strategi yang tepat untuk menyelesaikannya.
2. Terkadang kita dihadapkan dengan masalah yang selesaiannya tidak tunggal. Oleh karena itu jangan pernah menyerah untuk menggali informasi lebih dalam sehingga mendapatkan selesaian lainnya.



Membelajarkan 1.1

Membuat Persamaan Linear Dua Variabel

Sebelum Pelaksanaan Pembelajaran

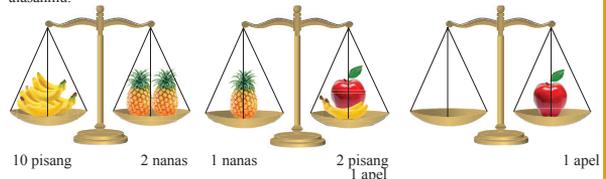
1. Kenali terlebih dahulu konsep penggantian (substitusi). Konteks yang diberikan dalam buku siswa adalah timbangan buah dan penghilang dahaga (mengisi air dalam botol). Konteks ini mengenalkan siswa terutama untuk konsep penggantian (substitusi) yang nantinya digunakan mereka dalam menyelesaikan Sistem Persamaan Linear Dua Variabel (SPLDV).
2. Amati dan kenali terlebih dahulu beberapa contoh konsep persamaan linear dua variabel dalam kehidupan nyata, seperti: persamaan yang terbentuk dari hubungan waktu (hari) dan panjang rambut, hubungan antara banyak siswa dengan harga sewa bus, konversi suhu, dan lainnya.
3. Buat siswa menjadi kelompok-kelompok kecil (2 – 4 orang) yang memungkinkan belajar lebih efektif.

Persamaan Linear Dua Variabel

Di Kelas VII, kalian telah mempelajari materi tentang persamaan linear satu variabel. Masih ingatkah kamu apa yang dimaksud dengan persamaan linear satu variabel? Selain persamaan linear dua variabel, kalian tentunya masih ingat persamaan garis lurus pada Bab 4 di Semester 1. Persamaan garis lurus masih erat kaitannya dengan persamaan linear dua variabel. Oleh karena itu, untuk memahami pengertian dan konsep dasar PLDV, pelajari masalah berikut dan selesaikanlah.

Pasar Buah

1. Berapa banyak pisang yang dibutuhkan untuk menyeimbangkan timbangan ketiga? Jelaskan alasanmu.



2. Berapa banyak wortel yang kamu butuhkan untuk menyeimbangkan timbangan ketiga? Jelaskan alasanmu.



Penghilang Dahaga

3. Berapa banyak gelas air yang dapat kamu tuangkan ke dalam botol besar? Jelaskan alasanmu.



Kegiatan 1.1

Membuat Persamaan Linear Dua Variabel

Masalah 1.1

Agen Bus yang mana ya?

Sekelompok siswa SMP Sukamaju merencanakan studi wisata. Perwakilan kelompok mereka mengamati brosur spesial yang ditawarkan oleh dua agen bus. Kedua brosur tersebut tampak seperti di bawah ini.



Gambar 1.1 Brosur penawaran spesial agen bus Angkasa dan Galaksi

Menurutmu, agen bus manakah yang akan kamu pilih? Jelaskan alasanmu mengapa agen bus itu kamu pilih.

Ayo, cek jawabanmu dengan melengkapi tabel di bawah ini.

Tabel 1.1 Perbandingan harga sewa agen bus Angkasa dan Galaksi

Banyak Siswa	Agen Bus Angkasa	Agen Bus Galaksi
5		
15		
25		
35		
45		

Sekarang, gunakan Tabel 1.1 di atas untuk menerangkan agen bus manakah yang tawarannya lebih baik, kemudian bandingkan dengan jawabanmu pada pertanyaan di atas.

Apersepsi

Sebelum memulai pembelajaran, ingatkan kembali materi persamaan linear satu variabel yang sudah dipelajari siswa di kelas VII. Setelah itu, sampaikan tujuan pembelajaran untuk pembelajaran Kegiatan 1.1. Berikan penjelasan terkait dengan contoh masalah PLDV, yakni pemilihan agen bus. ajak siswa untuk menyelesaikan masalah di permulaan bab ini.

Pertanyaan pada apersepsi ini, adalah pertanyaan yang membuat siswa memiliki jawaban yang berbeda. Namun, setelah selesai melengkapi tabel yang disediakan, siswa akan membandingkan dan mengetahui masalah apa yang dihadapi. Dengan melakukan apersepsi ini, siswa akan mengenal manfaat mempelajari PLDV



Ayo Kita Amati

Minta siswa untuk menjawab pertanyaan-pertanyaan yang berkaitan dengan Gambar 4.1 Bonus penawaran agen bus. Bimbing siswa dengan memberikan pertanyaan-pertanyaan pancingan. Misalnya: “Apa yang kalian ketahui tentang Rp4.000.000,00 dan Rp2.000.000,00 dari kedua brosur?”, “Apakah uang sewa masih tetap dikanakan jika banyak siswa yang mengikuti studi wisata berbeda-beda?”



Ayo Kita Menanya

Minta siswa untuk menanyakan dan menulis hal yang ingin mereka ketahui dari mengamati dan sedikit informasi. Diskusikan pertanyaan yang telah diajukan siswa. Pilih pertanyaan yang sesuai dengan masalah. Seandainya tidak ada siswa yang mengajukan pertanyaan, berikan pertanyaan tentang hubungan persamaan linear yang telah dibuat dengan persamaan garis lurus.

1. Dapatkah kalian menentukan persamaan besar biaya yang dikeluarkan untuk menyewa bus tanpa harus repot membuat tabel?
2. Bagaimana cara membuat model matematikanya? Dan bagaimana juga cara menyelesaikannya?



Alternatif Pemecahan Masalah

Setelah mempelajari Bab ini, kalian akan mampu membuat model dan menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan persamaan linear dua variabel.



Ayo Kita Amati

Perhatikan dengan seksama pada masalah pemilihan agen bus.

1. Uraikan dengan kata-kata bagaimana menentukan biaya sewa bus di Agen Bus Angkasa jika siswa yang mengikuti studi wisata banyaknya sembarang. Biayanya sama dengan ... ditambah ...
2. Gunakan variabel dan bilangan untuk menuliskan sebuah persamaan yang menjelaskan biaya penggunaan Bus Angkasa dengan banyak siswa sebarang. Misal h menunjukkan biaya yang dikeluarkan dan s menunjukkan banyak siswa:
 $h = \dots$
3. Gunakan cara yang sama yang kamu lakukan pada pertanyaan 1 dan 2 untuk menuliskan sebuah persamaan yang menjelaskan biaya penggunaan Bus Galaksi dengan banyak siswa sembarang. Misal h menunjukkan biaya yang dikeluarkan dan s menunjukkan banyak siswa:
 $h = \dots$

Persamaan yang telah kalian buat pada pertanyaan nomor 2 dan 3 adalah bentuk *persamaan linear dua variabel*.



Ayo Kita Menanya

Terkait dengan fokus pengamatan di atas, coba buatlah pertanyaan yang memuat kata-kata berikut:

1. “Biaya pemesanan Rp4.000.000,00” dan “Biaya pemesanan Rp2.000.000,00”
2. “Uang sewa” dan “banyak siswa yang mengikuti studi wisata berbeda-beda”
3. “Persamaan linear” dan “selesaian, bukan selesaian”

Tulislah pertanyaan kalian di buku tulis.



Ayo Kita Menggali Informasi

Sebelum kalian menggali informasi, sebaiknya kalian perhatikan uraian berikut:

Contoh bentuk persamaan linear dua variabel

- a. $y = x + 5$
- b. $a + 2b = 4$
- c. $3m + 6n = 9$

6

Kelas VIII SMP/MTs

Semester 2



Menggali Informasi

Minta siswa untuk mencari 10 persamaan linear dua variabel dengan cara mengunjungi perpustakaan, mencari buku matematika, bertanya kepada guru matematika, fisika, ekonomi atau mencari di internet.

Alternatif:

Untuk mengantisipasi siswa tidak dalam pengawasan ketika menyelesaikan bagian ini, buatlah kartu yang berisi persamaan linear dua variabel dan yang bukan persamaan linear dua variabel.

Variabel pada persamaan $y = x + 5$ adalah x dan y , sedangkan variabel pada persamaan $a + 2b = 4$ adalah a dan b . Adapun variabel pada persamaan $3m + 6n = 9$ adalah m dan n . Perhatikan bahwa pada setiap contoh persamaan di atas, banyaknya variabel ada dua dan masing-masing berpangkat satu.

Persamaan linear dua variabel dapat dinyatakan dalam bentuk $ax + by = c$ dengan $a, b, c \in R, a, b \neq 0$, dan x, y suatu variabel.

Carilah sedikitnya 10 contoh yang termasuk persamaan linear dua variabel dan yang bukan termasuk persamaan linear dua variabel dari buku matematika, buku pelajaran lainnya, atau internet.



Berdasarkan informasi yang kalian dapatkan, coba perhatikan tabel 5.2 berikut dan jawablah pertanyaan-pertanyaannya.

Tabel 1.2 Bentuk Umum Persamaan Linear Dua Variabel

Nomor	Persamaan Linear Dua Variabel	Bentuk Umum
1	$3x + 4y = 12$	$ax + by = c, a = 3, b = 4, c = 12$
2	$h = 100.000s + 2.000.000$	$as + bh = c, a = 100.000, b = 1, c = 2.000.000$
3	$y = \frac{1}{2}x + 7$	$ax + by = c, a = \frac{1}{2}, b = 1, c = 7$
4	$-9s + 2t = 4$	$as + bt = c, a = -9, b = 2, c = 4$
5	$0,3a - 0,6b = 2,1$	$am + bn = c, a = 0,3, b = -0,6, c = 2,1$
6	$\frac{1}{3}p + \frac{2}{9}q = \frac{4}{3}$	$ap + bq = c, a = \frac{1}{3}, b = \frac{2}{9}, c = \frac{4}{3}$
7	$y = x$	$ax + by = c, a = -1, b = 1, c = 0$
8	$2x + y = 4$	$ax + by = c, a = 2, b = 1, c = 4$



Ayo Kita Menalar

Setelah siswa membedakan persamaan yang merupakan persamaan linear dua variabel dan yang bukan, ajak siswa untuk menemukan bentuk umum persamaan linear dua variabel dengan meminta siswa mengamati tabel. Berikan pertanyaan-pertanyaan yang memancing penalaran siswa. Misalnya: "Bilangan apakah koefisien dan konstanta yang terdapat dalam persamaan?" Setelah siswa menemukan bentuk umum dari persamaan linear dua variabel, dengan berpasangan, minta siswa untuk menjelaskan (membagikan) pengetahuannya di depan kelas.

Tanyakan kepada siswa yang lain untuk kemungkinan penjelasan yang berbeda. Setelah semua mencapai kesepakatan, beri penguatan tentang bentuk umum persamaan linear dua variabel.

$$ax + by = c$$

a, b , dan c adalah bilangan real

a, b keduanya tidak sama dengan nol

Ingatkan bahwa PLDV adalah persamaan yang pangkat variabelnya adalah satu, dan setiap suku hanya dibolehkan satu variabel saja.



Ayo Kita Berbagi

Minta salah satu siswa untuk menyajikan hasil penalarannya di depan kelas. Tunjuk siswa lain untuk menanggapi dan minta untuk menanggapi sajian temannya tersebut secara santun. Diskusikan hasil penalaran apabila tidak sesuai dengan alternatif jawaban yang diharapkan.



Latihan

Sebagai tugas tambahan yang wajib dikerjakan siswa, soal Latihan ini bisa dijadikan pekerjaan rumah atau sebagai tugas akhir pekan.

Latihan ini terdapat masalah-masalah yang menggunakan pola.

Perhatikan nilai-nilai a , b , dan c . Adakah syarat-syarat suatu persamaan dikatakan persamaan linear dua variabel? Kalau ada, apa saja syarat-syaratnya? Bagaimana bila salah satu dari nilai variabel x atau y sama dengan nol? Lalu, bagaimana jika nilai a dan b keduanya sama dengan nol? Apakah membentuk suatu persamaan linear dua variabel? Buatlah simpulan dan berikan alasamu.



Ayo Kita Berbagi

Sajikan hasil penalaran kalian di depan kelas, Periksa dan secara santun silakan saling memberi komentar dan menanggapi komentar temanmu.



Latihan 1.1

1. Lima siswa SMP Sukamaju telah menabung untuk mengikuti studi wisata. Mereka menyajikan data untuk menunjukkan tabungan masing-masing sebagai berikut.

Tabungan Arga	
Waktu (minggu)	Jumlah (Rupiah)
0	50000
2	65000
4	80000
6	95000
8	110000
10	125000

Tabungan Maya	
Waktu (minggu)	Jumlah (Rupiah)
0	0
1	25000
2	50000
3	75000
4	100000
5	125000

Tabungan Inul	
Waktu (minggu)	Jumlah (Rupiah)
0	0
1	25000
2	40000
3	60000
4	70000
5	95000

Tabungan Liem	
$T = 3000w$	
T	menunjukkan jumlah tabungan
w	menunjukkan lama menabung (minggu)

Tabungan Fikel	
$T = \frac{250000}{w}$	
T	menunjukkan jumlah tabungan
w	menunjukkan lama menabung (minggu)

Manakah di antara kelima data di atas yang dapat menyatakan persamaan linear dua variabel? Jelaskan.

2. Perhatikan penyederhanaan bentuk aljabar yang dilakukan Zainul berikut.

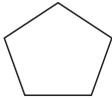
$$\frac{x^2 - y^2}{x - y} = 3, x \neq y$$

$$\frac{(x - y)(x + y)}{x - y} = 3$$

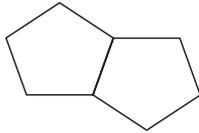
$$x + y = 3$$

Setelah itu, Zainul mengatakan bahwa $\frac{x^2 - y^2}{x - y} = 3$ merupakan persamaan linear dua variabel karena bisa disederhanakan menjadi $x + y = 3$. Menurut kalian, apakah pernyataan Zainul benar?

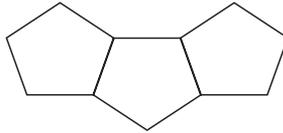
3. Bentuk umum persamaan linear dua variabel adalah $ax + by = c$. Jika diketahui persamaan $y = x$, berapakah nilai a , b , dan c ? Jika diketahui persamaan $y = x + 1$, berapakah nilai a , b , dan c ? Bagaimanakah grafik yang terbentuk dari kedua persamaan tersebut?
4. Perhatikan ketiga bangun yang terbentuk dari segi lima berturan berikut.



Bangun 1



Bangun 2



Bangun 3

- a. Salin dan lengkapi tabel sampai bangun kelima.
b. Tuliskan persamaan untuk menentukan keliling tiap-tiap bangun.

Banyak segilima	Keliling
1	5
2	8
3	11
...	...

Setelah Pelaksanaan Pembelajaran

1. Periksalah apakah semua siswa sudah mampu membedakan persamaan linear dua variabel dan bukan persamaan linear dua variabel, serta membuat persamaan linear.
2. Mintalah siswa untuk melakukan refleksi dan menuliskan hal penting dari apa yang telah dipelajarinya.



Alternatif Jawaban

Alternatif pertama jawaban Latihan 1.1 soal No. 2

Pernyataan Zainul yang mengatakan bahwa $\frac{x^2 - y^2}{x - y} = 3, x \neq y$ merupakan PLDV adalah tidak benar. Menurut saya, $\frac{x^2 - y^2}{x - y} = 3, x \neq y$ bukan merupakan PLDV, meskipun persamaan tersebut bisa disederhanakan menjadi $x + y = 3$. Hal ini dikarenakan bahwa $\frac{x^2 - y^2}{x - y} = 3$ sendiri tidak memiliki syarat dan ciri-ciri yang dimiliki PLDV. Pangkat variabel x dan y tidak sama dengan satu.

Alternatif kedua jawaban Latihan 1.1 soal No. 2

Pernyataan Zainul yang mengatakan bahwa $\frac{x^2 - y^2}{x - y} = 3, x \neq y$ merupakan PLDV adalah tidak benar. Menurut saya, $\frac{x^2 - y^2}{x - y} = 3, x \neq y$ bukan merupakan PLDV, meskipun persamaan tersebut bisa disederhanakan menjadi $x + y = 3$. Perhatikan bahwa jika persamaan mula-mula menjadi $x + y = 3$ salah satu selesaiannya adalah $(\frac{3}{2}, \frac{3}{2})$. Namun, syarat yang diberikan adalah $x \neq y$. Padahal, selesaiannya bisa jadi bilangan real dan sama. Jadi, $\frac{x^2 - y^2}{x - y} = 3$ bukan PLDV.

Alternatif ketiga jawaban Latihan 1.1 soal No. 2

Pernyataan Zainul yang mengatakan bahwa $\frac{x^2 - y^2}{x - y} = 3, x \neq y$ merupakan PLDV adalah tidak benar. Menurut saya, $\frac{x^2 - y^2}{x - y} = 3, x \neq y$ bukan merupakan PLDV, meskipun persamaan tersebut bisa disederhanakan menjadi $x - y$. Jika saya mengalikan kedua ruas dengan $x - y$ menjadi

$$x^2 - y^2 = 3(x - y)$$

$$x^2 - y^2 = 3x - 3y$$

$$x^2 - 3x - y^2 + 3y = 0$$

Dari persamaan $x^2 - 3x - y^2 + 3y = 0$, memiliki pangkat terbesar 2 untuk tiap variabel. Sehingga, persamaan $\frac{x^2 - y^2}{x - y} = 3$ bukan PLDV.



Membelajarkan 1.2

Menentukan Selesaian Persamaan Linear Dua Variabel

Sebelum Pelaksanaan Pembelajaran

Sediakan lembar kertas HVS untuk hasil kerja siswa. Minta mereka duduk dalam kelompok kecil, 2 atau 3 orang. Ajak siswa mengingat kembali bagaimana membuat persamaan linear dua variabel.

Selesaian Persamaan Linear Dua Variabel

Kegiatan 1.2

Menentukan Selesaian Persamaan Linear Dua Variabel

Masalah 1.2

Koperasi Sekolah

Bu Retno bertanggung jawab atas koperasi sekolah. Koperasi sekolah dibuka setiap hari dan menjual segala kebutuhan siswa. Namun, karena mengajar, Bu Retno tidak setiap waktu menjaga koperasi sekolah. Oleh karena itu, Bu Retno memberlakukan "Sistem Kejujuran" setiap siswa yang ingin membeli pensil dan penghapus.

Siswa hanya tinggal meletakkan uangnya ke dalam "kotak kejujuran" yang disediakan. Di koperasi sekolah, harga setiap pensil adalah Rp2.500,00 dan harga setiap penghapus Rp1.500,00.

Suatu hari, Bu Retno mendapatkan Rp10.500,00 dalam kotak kejujuran. Beliau merasa kebingungan ketika menentukan harga pensil dan penghapus yang terjual. Supaya lebih mudah, Bu Retno membuat dua daftar harga: satu untuk harga pensil dan satu lagi untuk harga penghapus.



Gambar 1.2 Koperasi sekolah

Tabel 1.3 Daftar harga pensil dan penghapus

Banyak Pensil	Harga	Banyak Penghapus	Harga
0	Rp0	0	Rp0
1	Rp2.500,00	1	Rp1.500,00
2	Rp5.000,00	2	Rp3.000,00
3	Rp7.500,00	3	Rp4.500,00
4	Rp10.000,00	4	Rp6.000,00
5	Rp12.500,00	5	Rp7.500,00
6	Rp15.000,00	6	Rp9.000,00
7	Rp17.500,00	7	Rp10.500,00

Apersepsi

Sebelum memulai pembelajaran, ingatkan siswa tentang fungsi dan nilai fungsi, persamaan garis lurus, dan definisi persamaan linear dua variabel. Ajak siswa untuk membaca dan mencoba menyelesaikan Masalah 1.2 dan Minta siswa membandingkan jawaban temannya yang berbeda-beda.



Ayo Kita Amati

Ajak siswa untuk mengamati Tabel 1.4 yang berisi persamaan, selesaian, dan bukan selesaian.



Ayo Kita Menanya

Minta siswa untuk memperhatikan diagram perpaduan untuk menyelesaikan Masalah 1.2.

Minta siswa untuk menuliskan pertanyaan sebanyak-banyaknya.

Tunjuk 2-3 orang siswa untuk menyampaikan contoh pertanyaan. Kemudian saring pertanyaan yang relevan dan minta siswa lain untuk mencoba menjawab. Beri penguatan dan ajak siswa untuk melanjutkan kegiatan.

Bu Retno mengira bahwa barang yang terjual adalah 3 pensil dan 2 penghapus. Apakah ada kemungkinan lainnya?

Di hari yang lain terdapat Rp15.000,00 dalam kotak kejujuran. Bu Retno tidak dapat menentukan apa saja yang terjual. Bisakah kalian membantu Bu Retno?

Nah, banyak pensil dan penghapus yang kalian tentukan merupakan selesaian persamaan linear dua variabel jika menghasilkan jumlah yang sama dengan jumlah uang yang ada dalam kotak.



Alternatif Pemecahan Masalah

Masalah yang dihadapi Bu Retno bisa dengan mudah kita selesaikan, jika kita mengganti nilai banyak pensil dan penghapus ke persamaan yang kalian buat.



Ayo Kita Amati

Coba perhatikan bentuk persamaan linear dua variabel dari masalah Koperasi Sekolah yang dihadapi Bu Retno beserta selesaian dan bukan selesaiannya pada Tabel 1.4 berikut.

Tabel 1.4 Selesaian dan Bukan Selesaian atas Masalah Bu Retno

Persamaan	Contoh Selesaian	Contoh Bukan selesaian
$2.500p + 1.500h = 10.500$ p adalah banyak pensil dan h adalah banyak penghapus. Persamaan di atas memiliki selesaian (p, h)	$(3, 2)$ sebab $2.500(3) + 1.500(2) = 10.500$	$(1, 5)$ sebab $2.500(1) + 1.500(5) \neq 10.500$
	$(0, 7)$ sebab $2.500(0) + 1.500(7) = 10.500$	$(4, 1)$ sebab $2.500(4) + 1.500(1) \neq 10.500$

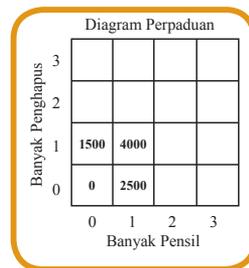


Ayo Kita Menanya

Bu Retno masih belum puas dengan tabel harga yang dibuatnya. Bu Retno mencoba berpikir bagaimana caranya untuk mendapatkan semua harga perpaduan dari pensil dan penghapus dalam satu diagram.

Muncul ide Bu Retno untuk membuat diagram perpaduan harga. Kalian amati bagian dari diagram yang dibuat oleh Bu Retno di bawah ini.

Dari diagram yang dibuat Bu Retno yang telah kalian amati, coba tuliskan pertanyaan yang ingin kalian ketahui jawabannya. Tulis pertanyaan pada buku catatan kalian.





Ayo Kita Menggali Informasi

Sebelum kalian menggali informasi, sebaiknya perhatikan contoh soal berikut.

Contoh 1.1

Tentukan selesaian dari $3x + 2y = 6$.

Penyelesaian

$3x + 2y = 6$ adalah persamaan linear dengan dua variabel

- dapat juga disebut dengan persamaan garis lurus
- jadi, semua titik koordinat yang berada pada garis tersebut merupakan penyelesaiannya
- Misal: $x = 0$ dan $y = 3$; (0, 3)
- Misal: $x = 2$ dan $y = 0$; (2, 0)

Contoh 1.2

Tentukan selesaian dari $4x + 2y = 8$.

Penyelesaian

Untuk mencari nilai x dan y yang memenuhi persamaan $4x + 2y = 8$, dapat ditulis dalam bentuk tabel seperti berikut.

x	...	-2	-1	0	1	2	...
y	...	8	6	4	2	0	...
(x, y)	...	(-2, 8)	(-1, 6)	(0, 4)	(1, 2)	(2, 0)	...

Jadi, himpunan selesaian persamaan $4x + 2y = 8$ adalah $\{ \dots, (-2, 8), (-1, 6), (0, 4), (1, 2), (2, 0), \dots \}$.



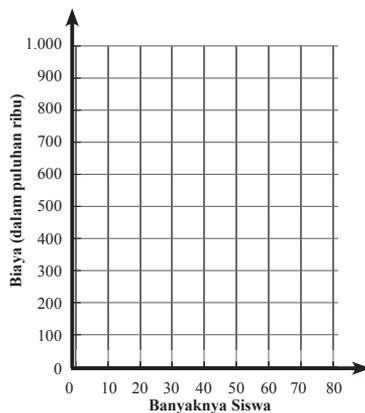
Menggali Informasi

Ajak siswa memperhatikan contoh bagaimana menentukan selesaian suatu persamaan linear variabel. Ajak siswa untuk mengamati kembali Masalah 1.2 dan menentukan harga penjualan. Minta siswa untuk menyelesaikan tugas yang diminta.



Latihan 1.2

- Amati kembali masalah Bu Retno. Jika dalam kotak kejujuran terdapat uang Rp15.000,00, berapa banyak pensil dan penghapus yang terjual? Jelaskan bagaimana kalian menentukannya.
- Perhatikan dialog berikut.
Zainul : "Seharusnya persamaan $4x + 5y = 11$ tidak memiliki penyelesaian."
Erik : "Lho, $4x + 5y = 1$ punya penyelesaian, misalnya $(-1, 3)$."
a. Mengapa Zainul mengatakan itu, sedangkan Erik mengatakan hal yang lain?
b. Nah, untuk semesta yang bagaimanakah pernyataan Zainul benar?
- Apakah $2x + 4y = 10$ mempunyai penyelesaian pada himpunan bilangan asli? Sebutkan apa saja selesaiannya.
- Apakah $2x + 4y = 9$ mempunyai penyelesaian pada himpunan bilangan asli? Jelaskan.
- Perhatikan kembali brosur penawaran dua agen bus. Pada diagram di bawah ini, gunakan warna yang berbeda untuk melukis grafik biaya yang dikeluarkan 5, 15, 25, 35, dan 45 siswa. Gunakan satu warna untuk menunjukkan Agen Bus Angkasa dan warna lain untuk Agen Bus Galaksi.



- Dari grafik yang telah kamu buat, kapankah kedua agen bus memiliki biaya yang sama?
- Berapakah batas banyak siswa yang mengikuti studi wisata supaya penawaran agen bus Angkasa lebih baik? Jelaskan bagaimana kamu menentukannya.
- Berapakah batas banyak siswa yang mengikuti studi wisata supaya penawaran agen bus Galaksi lebih baik? Jelaskan bagaimana kamu menentukannya.

14

Kelas VIII SMP/MTs

Semester 2



Latihan

Sebagai tugas tambahan yang wajib dikerjakan siswa, soal Latihan 1.2 ini bisa dijadikan pekerjaan rumah atau sebagai tugas akhir pekan.

Latihan 1.2 soal No. 5, masih berkaitan dengan masalah yang dialami siswa untuk memilih agen bus. Sehingga ada keterkaitan antar topik dalam materi ini.

Setelah Pelaksanaan Pembelajaran

- Periksalah apakah semua siswa sudah mampu menentukan penyelesaian persamaan linear dua variabel.
- Mintalah siswa untuk melakukan refleksi dan menuliskan hal penting dari apa yang telah dipelajarinya.



Membelajarkan 1.3

Membuat Model Masalah dari Sistem Persamaan Linear Dua Variabel

Sebelum Pelaksanaan Pembelajaran

Sediakan lembar kertas HVS untuk hasil kerja siswa. Minta mereka duduk dalam kelompok kecil, 2 atau 3 orang. Ingatkan siswa bagaimana menentukan dan membuat persamaan.



Membuat Model Masalah dari Sistem Persamaan Linear Dua Variabel



Perhatikan masalah berikut ini. Nawa dan Rina membeli alat tulis untuk mereka sendiri dan teman-temannya. Mereka membeli di toko yang sama dan membeli barang dengan merek yang sama. Masalahnya, mereka lupa meminta struk pembelian.

Alat Tulis	Keterangan
	Rina mengeluarkan Rp80.000,00 untuk membeli empat papan penjepit dan delapan pensil
	Nawa mengeluarkan Rp70.000,00 untuk membeli tiga papan penjepit dan sepuluh pensil

Gunakan gambar-gambar di atas untuk menjawab masalah berikut:

1. Tanpa mengetahui harga sebuah papan penjepit atau pensil, dapatkah kalian menentukan barang mana yang lebih mahal? Jelaskan.
2. Berapa harga sebuah pensil? Jelaskan.



Untuk menyelesaikan masalah tersebut, Nawa dan Rina membuat persamaan masing-masing pembelian mereka. Persamaan yang dibuat Nawa adalah $4j + 8p = 80.000$ dan persamaan yang dibuat Rina adalah $3j + 10p = 80.000$.

Huruf j menunjukkan harga papan penjepit dan p menunjukkan harga pensil.

Apersepsi

Sebelum memulai pembelajaran, ajak siswa untuk membaca dan mencoba menyelesaikan Masalah 1.3 yang dialami Nawa dan Rina. Tunjuk beberapa siswa untuk menduga jawaban dari Masalah 1.3. Minta siswa mencocokkan jawaban yang mereka duga dengan alternatif pemecahan masalah yang diberikan.



Ayo Kita Amati

Minta siswa untuk melengkapi tabel yang disajikan yang berkaitan dengan Masalah 1.3. Minta siswa untuk menjawab pertanyaan dan minta mereka untuk membuat kesimpulan.



Ayo Kita Amati

Untuk membantu mereka, lengkapi tabel berikut untuk tiap-tiap persamaan supaya lebih mudah menentukan harga papan dan pensil yang mereka beli.

$4j + 8p = 80.000$		$3j + 10p = 70.000$	
j	p	j	p
10.000			4.000
	4.000	12.000	
15.000			2.500
	2.000	16.000	
17.000			1.900

(a)

(b)



Ayo Kita Menanya

Terkait dengan fokus pengamatan di atas, coba buatlah pertanyaan yang memuat kata-kata berikut:

1. "papan penjepit, pensil" dan "harga masing-masing"
2. "cara", "sistem persamaan linear dua variabel"

Tuliskan beberapa pertanyaan pada buku tulis kalian.



Ayo Kita Menggali Informasi

Sebelum kalian menggali informasi, sebaiknya kalian perhatikan uraian berikut:

Contoh 1.3

Tentukan penyelesaian dari $x + 2y = 10$ dan $2x - y = 5$.

Penyelesaian

$x + 2y = 10$ dan $2x - y = 5$ adalah sistem persamaan linear dua variabel

- Jika pengganti-penganti dari kedua variabel dapat dinyatakan benar, maka dapat dikatakan penyelesaian dari sistem persamaan tersebut.
- Variabel dari masing-masing persamaan harus sejenis.
- Misal: $x = 6$ dan $y = 2$;

$$\begin{array}{rcl}
 x + 2y & = & 10 \\
 6 + 2(2) & = & 10 \\
 6 + 4 & = & 10 \\
 10 & = & 10 \text{ (Benar)}
 \end{array}
 \qquad
 \begin{array}{rcl}
 2x - y & = & 5 \\
 2(6) - 2 & = & 5 \\
 12 - 2 & = & 5 \\
 10 & = & 5 \text{ (Salah)}
 \end{array}$$

Jadi, karena salah satu persamaan menjadi kalimat yang salah. Maka $x = 6$ dan $y = 2$ bukan penyelesaian dari sistem persamaan $x + 2y = 10$ dan $2x - y = 5$



Ayo Kita Menanya

Arahkan dan beri pancingan, "Berapakah banyaknya penyelesaian yang sama berdasarkan dua persamaan yang dibuat Rina dan Nawa?, "Apakah mungkin jika nilai j dan p berbeda?"

Kesimpulan yang diharapkan adalah, memang benar bahwa hanya satu penyelesaian yang sama dari dua persamaan. Jadi, sistem persamaan linear dua variabel adalah suatu cara untuk menyelesaikan dua buah persamaan dua variabel sedemikian sehingga memiliki satu penyelesaian.



Ayo Kita Menggali Informasi

Ajak siswa untuk menentukan $x^3 + y^3$ dari kegiatan sebelumnya dengan menggantikan nilai x dan y . Ajak siswa untuk menggali informasi tentang menentukan penyelesaian dari dua persamaan linear. Minta siswa untuk menentukan penyelesaian lain yang mungkin supaya kedua persamaan tersebut menjadi benar saat diganti nilai x dan nilai y .

$$\begin{array}{rcl}
 \text{- Misal: } x = 4 \text{ dan } y = 3, \\
 x + 2y = 10 & & 2x - y = 5 \\
 4 + 2(3) = 10 & & 2(4) - 3 = 5 \\
 4 + 6 = 10 & & 8 - 3 = 5 \\
 10 = 10 \text{ (Benar)} & & 5 = 5 \text{ (Benar)}
 \end{array}$$

Jadi, karena kedua persamaan menjadi kalimat yang benar. Maka $x = 4$ dan $y = 3$ adalah penyelesaian dari sistem persamaan $x + 2y = 10$ dan $2x - y = 5$

Cara di atas adalah salah satu cara untuk menentukan penyelesaian dari sistem persamaan linear dua variabel, yaitu dengan mensubstitusikan nilai x dan y sebarang pada dua persamaan tersebut. Sehingga apabila kedua persamaan tersebut menjadi kalimat yang benar, maka nilai x dan y adalah penyelesaian dari sistem persamaan linear tersebut. Cara seperti ini masih kurang efektif, karena masih butuh waktu untuk menemukan nilai x dan y yang merupakan penyelesaian.

Sekarang coba temukan cara lain pada *buku tertentu*, *di internet*, atau *informasi lainnya*. Tentang cara menyelesaikan Sistem Persamaan Linear Dua Variabel.



Ayo Kita Menalar

Berdasarkan informasi yang kalian dapatkan, maka terapkanlah pada soal berikut ini:

- 1) Tentukan syarat sebuah sistem persamaan linear dua variabel memiliki penyelesaian.
- 2) Tentukan penyelesaian sistem persamaan dari $2(x+1) - 3y = 5$ dan $3x - 2(y+3) = 1$
- 3) Gunakan gambar 1.4 di bawah ini untuk menjawab masalah 1 - 3.
 - a. Tanpa mengetahui harga sebuah kacamata atau celana, dapatkah kalian menentukan barang mana yang lebih mahal? Jelaskan.
 - b. Berapa banyak celana yang dapat dibeli jika kalian mempunyai uang Rp400.000,00?
 - c. Berapa harga sebuah kacamata? Jelaskan alasanmu.



Gambar 1.3 Perbandingan harga dua paket kacamata dan celana

Strategi apa yang kalian gunakan untuk menyelesaikan ketiga masalah di atas? Berapa persamaan yang terbentuk dari dua gambar di atas?



Ayo Kita Berbagi

Sajikan hasil penalaran kalian di depan kelas, Periksa dan secara santun silakan saling memberi komentar dan menanggapi komentar temanmu.



Ayo Kita Menalar

Minta siswa untuk menalar dengan menyelesaikan masalah yang diberikan.



Ayo Kita Berbagi

Setelah menyelesaikan kegiatan bernalar, minta siswa berdiskusi dengan menyampaikan hasil penalarannya di depan kelas. Instruksikan tiga atau empat kelompok menuliskan hasil diskusinya. Hasil tulisan mereka dibandingkan dan didiskusikan. Dengan menuliskan di papan tulis, akan terlihat adakah perbedaan dan persamaan pemikiran siswa.

Masalah 1.4

Jika diketahui sistem persamaan $12.345x + 54.321y = 45.678$ dan $54.321x + 12.345y = 87.654$. Bagaimana cara menentukan nilai $x^3 + y^3$? Jelaskan.

Alternatif Pemecahan Masalah

Untuk menyelesaikan permasalahan ini kalian sebaiknya memahami terlebih dahulu permasalahan yang sederhana, berikut ini.

Ayo Kita Amati

1. Diketahui sistem persamaan $12x + 21y = 27$ dan $21x + 12y = 72$. Tentukan nilai $x^3 + y^3$.

Penyelesaian:

Untuk menyelesaikan persamaan tersebut, ikutilah langkah-langkah penyelesaian berikut:

Langkah I: tuliskan persamaan tersebut menjadi persamaan (1) dan (2)

Langkah II: jumlahkan kedua persamaan tersebut dan sederhanakan, misalkan persamaan baru tersebut adalah persamaan (3)

Langkah III: kurangkan kedua persamaan tersebut dan sederhanakan, misalkan persamaan baru tersebut adalah persamaan (4)

Langkah IV: dari persamaan (3) dan (4), jumlahkan atau kurangkan sehingga diketahui nilai x dan nilai y -nya

Langkah V: selanjutnya nilai x dan y substitusikan ke bentuk $x^3 + y^3$

2. Diketahui sistem persamaan $123x + 321y = 369$ dan $321x + 123y = 963$

Penyelesaian:

Lakukan langkah-langkah penyelesaian seperti nomor 1.

3. Diketahui sistem persamaan $234x + 432y = 468$ dan $432x + 234y = 864$

Penyelesaian:

Lakukan langkah-langkah penyelesaian seperti nomor 1.

Tuliskan penyelesaian soal nomor 1, 2, dan 3 pada buku tulis/lembar kerja kalian.

Ayo Kita Menanya

Terkait dengan fokus pengamatan di atas, coba buatlah pertanyaan yang memuat kata-kata berikut:

1. "koeffisien x dan y di ruas kiri" dan "konstanta di ruas kanan"

2. "cara" dan "penyelesaian"

Tuliskan beberapa pertanyaan pada buku tulis/lembar kerja kalian.

Ayo Kita Amati

Ajak siswa untuk mengamati penyelesaian masalah dengan mengikuti langkah-langkah yang diberikan.

Ayo Kita Menanya

Minta siswa untuk menanyakan dan menulis hal yang ingin mereka ketahui dari mengamati dan sedikit informasi. Diskusikan pertanyaan yang telah diajukan siswa. Pilih pertanyaan yang sesuai dengan masalah.

Ayo Kita Menggali Informasi

Ajak siswa untuk menggali informasi dan memahami langkah-langkah yang ditunjukkan di buku siswa tentang bagaimana menentukan $x^3 + y^3$ dari kegiatan Ayo Kita Amati sebelumnya.

Ayo Kita Berbagi

Setelah menyelesaikan kegiatan bernalar, minta siswa berdiskusi dengan menyampaikan hasil penalarannya di depan kelas. Instruksikan tiga atau empat kelompok menuliskan hasil diskusinya. Hasil tulisan mereka dibandingkan dan didiskusikan. Dengan menuliskan di papan tulis, akan terlihat adakah perbedaan dan persamaan pemikiran siswa.

Ayo Kita Menggali Informasi

Coba kalian gunakan cara lain untuk menentukan nilai $x^3 + y^3$ yang terdapat pada kegiatan ayo kita amati.

Agar kalian menjadi lebih yakin bagaimana cara menyelesaikan pada masalah 5.4, cobalah membuat penyelesaian sebagai berikut, dan lengkapilah:

Diketahui:

Langkah I: Tulislah persamaan tersebut menjadi persamaan (1) dan (2)

$$12345x + 54321y = 45678 \quad (1)$$

$$54321x + 12345y = 87654 \quad (2)$$

Langkah II: Jumlahkan kedua persamaan tersebut dan sederhanakan, misalkan persamaan baru tersebut adalah persamaan (3)

$$12345x + 54321y = 45678$$

$$54321x + 12345y = 87654 \quad +$$

$$\dots\dots\dots = \dots\dots\dots \quad \text{atau} \quad \dots\dots\dots = \dots \quad (3)$$

Langkah III: Kurangkan kedua persamaan tersebut dan sederhanakan, misalkan persamaan baru tersebut adalah persamaan (4)

$$12345x + 54321y = 45678$$

$$54321x + 12345y = 87654 \quad -$$

$$\dots\dots\dots = \dots\dots\dots \quad \text{atau} \quad \dots\dots\dots = \dots \quad (4)$$

Langkah IV: Dari persamaan (3) dan (4), jumlahkan atau kurangkan sehingga diketahui nilai x dan nilai y -nya

Dari persamaan (3) dan (4) didapat:

$$\dots\dots\dots = \dots$$

$$\dots\dots\dots = \dots$$

$$\dots\dots\dots = \dots \quad \text{atau} \quad x = \dots \quad \text{sehingga} \quad y = \dots$$

Langkah V: Selanjutnya nilai x dan y substitusikan ke bentuk $x^3 + y^3$

$$\text{Jadi, } x^3 + y^3 = \dots = \dots = \dots$$

Ayo Kita Berbagi

Tuliskan hasil diskusi di buku tulis kalian, kemudian tukarkan dengan teman kalian yang lain. Paparkan di depan kelas dan silakan memberi komentar secara santun.



Latihan 1.3

- Setelah perwakilan kelompok menentukan agen bus untuk menyewa bus, sekarang mereka menimbang paket harga untuk biaya penginapan dan tiket masuk museum. Kedua paket ditunjukkan seperti di bawah ini. Misalkan terdapat penawaran studi wisata dari agen wisata lainnya yang menawarkan paket untuk biaya hotel dan tempat wisata.

PAKET X Akomodasi :
 > Penginapan 3 malam
 > 2 Tiket Objek Wisata
 Rp 15.000 per orang

PAKET Y Akomodasi :
 > Penginapan 4 malam
 > 4 Tiket Objek Wisata
 Rp 20.000 per orang

- Tulis sebuah persamaan untuk Paket X dengan h menyatakan biaya akomodasi hotel setiap malam dan t menyatakan biaya tiket masuk objek wisata.
 - Tulis sebuah persamaan untuk Paket Y dengan h menyatakan biaya akomodasi hotel setiap malam dan t menyatakan biaya tiket masuk objek wisata.
- Lima sampan besar dan dua sampan kecil dapat mengangkut 36 orang. Dua sampan besar dan sebuah sampan kecil dapat mengangkut 15 orang.
 - Tulislah dua persamaan yang menyatakan informasi di atas. Gunakan huruf b dan k untuk variabel.
 - Menunjukkan apa huruf b dan k pada persamaan yang kamu tulis?
 - Dalam persamaan-persamaan berikut, bilangan 96 dan 27 dapat menyatakan panjang, berat, harga, atau apapun yang kalian inginkan.

$$4l + 3m = 96$$

$$l + m = 27$$
 Tulislah sebuah cerita yang sesuai dengan persamaan di atas.
 - Sebuah persegi panjang memiliki panjang 1 cm lebih dari 2 kali lebarnya. Jika keliling persegi panjang 44 cm, maka hitunglah panjang dan lebar persegi panjang tersebut.
 - Jika diketahui sistem persamaan linear dua variabel $1234567x + 7654321y = 3456789$ dan $7654321x + 1234567y = 9876543$. Bagaimana cara menentukan nilai $x^2 - y^2$? Jelaskan.



Latihan

Sebagai tugas tambahan yang wajib dikerjakan siswa, soal Latihan 1.3 ini bisa dijadikan pekerjaan rumah atau sebagai tugas akhir pekan. Soal latihan ini berkaitan dengan masalah yang dialami siswa untuk memilih agen bus. Sehingga ada keterkaitan antar topik dalam materi ini.

Setelah Pelaksanaan Pembelajaran

- Periksalah apakah semua siswa sudah mampu membuat model matematika terkait dengan persamaan linear dua variabel serta menentukan selesaiannya.
- Mintalah siswa untuk melakukan refleksi dan menuliskan hal penting dari apa yang telah dipelajarinya.



Membelajarkan 1.4

Menyelesaikan Masalah yang berkaitan dengan Sistem Persamaan linear Dua Variabel

Apersepsi

Sebelum memulai pembelajaran, sampaikan bahwa persamaan linear dua variabel sering dijumpai dalam masalah-masalah sehari-hari dan berkaitan erat dengan materi pelajaran lain. Tanyakan kepada siswa, masalah apa saja yang terkait dengan PLDV. Ingatkan kembali bahwa persamaan linear dua variabel memiliki penyelesaian berupa pasangan berurutan. Selain itu, ingatkan siswa dalam mensubstitusikan nilai variabel pada persamaan.



Ayo Kita Amati

Instruksikan siswa untuk memperhatikan masalah dan bagaimana menyelesaikan masalah “Panjang Rambut”. Sampaikan bagaimana membuat model suatu masalah dan menyelesaikannya. minta siswa untuk memperhatikan masalah dan bagaimana menyelesaikan Masalah 1.5. Sampaikan bagaimana menyelesaikan masalah PLDV

1. Membuat model.
2. Menyelesaikan model.
3. Menafsirkan penyelesaian.
4. Memeriksa ketepatan.

Penerapan Sistem Persamaan Linear Dua Variabel

Kegiatan 1.2

Menyelesaikan Masalah yang Berkaitan dengan Sistem Persamaan Linear Dua Variabel

Masalah 1.5

Panjang Rambut

Sekarang, panjang rambut Ayun yang berumur 18 tahun adalah 250 milimeter (mm). Dia ingin menduga panjang rambutnya satu bulan. Kemudian dia tahu bahwa rambut akan bertambah panjang 0,3 mm tiap hari. Adiknya, Nadia, menyarankan untuk membuat tabel untuk mengetahui panjang rambutnya setiap 10 hari. Namun, Ayun mengatakan bahwa ada suatu persamaan yang mudah untuk mengetahui panjang rambutnya setelah sekian hari.

Berikut ini hal-hal yang dilakukan Ayun:

1. Membuat model persamaan
2. Menyelesaikan model persamaan
3. Menafsirkan hasil penyelesaian
4. Memeriksa ketepatan penyelesaian



Sumber: Kemdikbud

Gambar 1.4 Gadis berambut panjang

Alternatif Pemecahan Masalah

Ayo Kita Amati

Berikut yang dilakukan Ayun untuk membuat model persamaan mengenai panjang rambutnya.

1. Membuat model persamaan

Panjang rambut saya adalah 0,3 dikalikan sekian hari ditambah dengan panjang rambut saya sekarang.

Ayun menulis suatu persamaan

$$\text{panjang rambut} = 0,3 \times \text{jumlah hari} + 250$$



Ayo Kita Menanya

Minta siswa untuk menjawab pertanyaan yang diberikan. Bimbing siswa untuk membedakan masalah panjang rambut dan masalah Nawa dan Rina.

2. Menyelesaikan model persamaan

Maria menyederhanakan persamaan yang dibuat Ayun dengan menggunakan huruf sebagai variabel. Dia menggunakan p sebagai pengganti panjang rambut dan h sebagai pengganti jumlah hari:

$$p = 0,3 \times h + 250$$

Ketika kamu mengalikan suatu bilangan dengan variabel, kamu dapat menghilangkan tanda perkalian. Sehingga kamu bisa meringkas persamaan menjadi:

$$p = 0,3h + 250$$

3. Menafsirkan hasil selesaian

Sekarang, dengan persamaan yang ditulis, mereka bisa dengan mudah menafsirkan panjang rambut Ayun saat 1 bulan. Mereka melakukan penghitungan berikut ini:

$$p = 0,3h + 250$$

Karena yang diukur adalah rambut Ayun selama 1 bulan yakni 30 hari, berarti $h = 30$. Sehingga

$$p = 0,3(30) + 250$$

$$p = 9 + 250$$

$$p = 259$$

Jadi, panjang rambut Ayun setelah 10 hari adalah 259 mm.

4. Memeriksa ketepatan selesaian

Untuk memeriksa ketepatan penafsiran mereka, Maria mengeceknya dengan cara sebagai berikut.

Apakah benar kalau panjang rambut Ayun 259 mm, waktu yang dibutuhkan untuk memanjangkannya 30 hari?

Maria memisalkan $p = 259$ dan mensubstitusikannya ke dalam persamaan.

$$259 = 0,3h + 250$$

$$259 - 250 = 0,3h$$

$$9 = 0,3h$$

$$30 = h$$

Ternyata benar bahwa lama yang dibutuhkan Ayun untuk memanjangkan rambutnya hingga 259 mm adalah 30 hari.



Ayo Kita Menanya

Coba bantu Ayun dan Maria untuk menaksir lama yang dibutuhkan Ayun memanjangkan rambutnya sampai 274 mm.

Masalah Panjang Rambut seperti di atas lebih mudah diselesaikan daripada masalah yang diselesaikan Nawa dan Rina di Kegiatan 1.3. Apa perbedaan masalah Panjang Rambut dan masalah Nawa dan Rina yang tidak memiliki struktur belanja? Manakah yang lebih efektif menggunakan diagram perpaduan dan tabel harga?

Tulislah pertanyaan lain yang ingin kalian ketahui jawabannya pada buku tulis/lembar kerja.



Menggali Informasi

Ajak siswa untuk memperhatikan cara lain dalam menyelesaikan dua persamaan linear yang memiliki sebuah penyelesaian yang memenuhi kedua persamaan. Bimbing siswa dalam menyelesaikan sistem persamaan. Sampaikan dua metode dalam menyelesaikan sistem persamaan, yakni substitusi dan eliminasi. Ingatkan terlebih dahulu tentang grafik persamaan linear di semester 1. Sampaikan juga bahwa penyelesaian sistem persamaan linear dua variabel dapat direpresentasikan dengan titik potong dua garis yang dibentuk.



Ayo Kita Menggali Informasi

Dalam Masalah 1.5, kalian mendapatkan pengalaman dalam menulis persamaan linear dengan dua variabel untuk mengekspresikan berbagai kondisi masalah dan menyelesaikan masalah dengan menentukan nilai salah satu variabel saja. Terkadang, terdapat masalah melibatkan dua model persamaan linear yang harus diselesaikan secara bersama-sama. Tugas kalian adalah untuk menemukan satu pasangan (x, y) dari nilai-nilai yang memenuhi kedua persamaan linear.

a. Penyelesaian sistem persamaan linear dua variabel dengan menggunakan grafik dan substitusi.

Dalam kegiatan ini, kalian akan mengembangkan kemampuan dalam menulis, menafsirkan, dan memecahkan sistem persamaan linear.

Ada beberapa metode yang berbeda untuk menyelesaikan sistem persamaan linear dua variabel. Ketika kalian menyelesaikan masalah ini, kalian akan menggali informasi tentang jawaban pertanyaan berikut.

Bagaimana grafik dan substitusi aljabar digunakan untuk memecahkan sistem persamaan linear dua variabel?

Untuk menjawab pertanyaan tersebut, perhatikan Contoh 1.4 berikut.

Setelah kalian melakukan kegiatan mengamati dan membuat pertanyaan, coba perhatikan contoh soal berikut.



Contoh 1.4

Keliling sebuah kebun yang berbentuk persegi panjang adalah 42 m. Selisih panjang dan lebar kebun adalah 9 m. Tentukan panjang dan lebar kebun?



Alternatif Penyelesaian

Masalah dari situasi Contoh 1.4 dapat diselesaikan dengan membuat model persamaan dan menyelesaikannya.

Misalkan panjang persegi panjang = x dan lebarnya = y , maka kalimat matematikanya adalah:

Keliling kebun yang berbentuk persegi panjang adalah 42 m, dapat dibentuk persamaan

$$2x + 2y = 42$$

Selisih panjang dan lebar kebun adalah 9 m, dapat dibentuk persamaan

$$x - y = 9$$

Dalam Bab 4 semester 1, kalian telah mempelajari bahwa persamaan dalam bentuk $ax + by = c$ disebut persamaan linear karena grafik selesaian mereka adalah berupa garis lurus. Gambar di bawah menunjukkan grafik selesaian untuk persamaan $2x + 2y = 42$ dan $x - y = 9$.

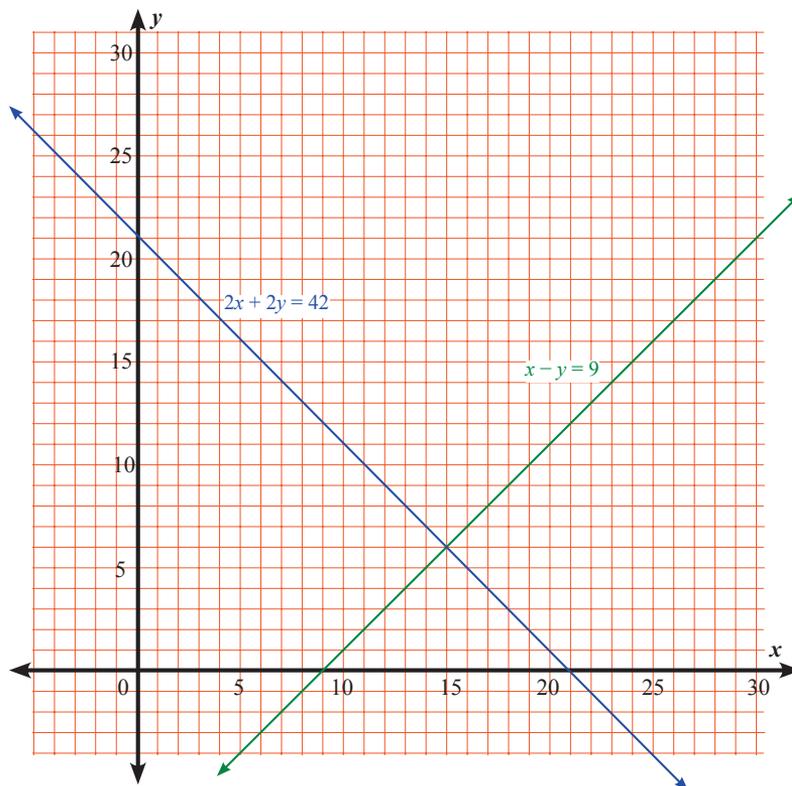
Selesaian dari persamaan $2x + 2y = 42$

x	-3	0	3	6	9	12	15	18	21	24
y	24	21	18	15	12	9	6	3	0	-3

Selesaikan dari persamaan $x - y = 9$

x	-3	0	3	6	9	12	15	18	21	24
y	-12	-9	-6	-3	0	3	6	9	12	15

Dari kedua tabel selesaian, terdapat sebuah pasangan terurut (x, y) yang memenuhi kedua persamaan, yakni $(15, 6)$.



Gambar. Grafik selesaian $2x + 2y = 42$ dan $x - y = 9$

Titik perpotongan kedua garis merupakan selesaian dari kedua persamaan, yakni $(15, 6)$.

Terdapat banyak kasus yang mudah untuk memecahkan sistem persamaan linear dua variabel tanpa kesulitan untuk menghasilkan grafik dan memperkirakan nilai-nilai x dan y yang dibutuhkan. Salah satu strategi lain adalah, *metode substitusi*, yakni menggabungkan dua persamaan dua variabel ke dalam persamaan tunggal dengan hanya satu variabel dengan mengganti dari satu persamaan ke yang lain.

Langkah 1 Menuliskan model kedua persamaan $2x + 2y = 42$ dan $x - y = 9$

Langkah 2 Persamaan $x - y = 9$ dapat ditulis $x = y + 9$

Langkah 3 Substitusikan persamaan $x = y + 9$ ke persamaan $2x + 2y = 42$,

$$\begin{aligned}2(y + 9) + 2y &= 42 \\2y + 18 + 2y &= 42 \\4y &= 42 - 18 \\4y &= 24 \\y &= 6\end{aligned}$$

Langkah 4 Mengganti nilai y , yakni $y = 6$ ke persamaan $x = y + 9$

$$\begin{aligned}x &= 6 + 9 \\x &= 15\end{aligned}$$

Jadi, panjang kebun yang dimaksud adalah 15 m dan lebarnya 6 m.

b. Penyelesaian sistem persamaan linear dua variabel dengan menggunakan eliminasi

Strategi grafik dan substitusi untuk penyelesaian sistem persamaan linear dua variabel mudah digunakan dalam beberapa situasi, namun tidak pada situasi lainnya. Metode grafik membutuhkan gambar dan penentuan titik yang cermat dan mungkin memberikan perkiraan hanya solusi. Metode substitusi paling mudah untuk memecahkan satu variabel. Ketika kalian menyelesaikan masalah ini, kalian akan menggali informasi tentang jawaban pertanyaan berikut.

Bagaimana penghapusan variabel digunakan untuk memecahkan sistem persamaan linear?

Perhatikan Contoh 1.5 untuk mengetahui penggunaan metode eliminasi dalam menentukan selesaian sistem persamaan linear dua variabel.

Contoh 1.5

Harga 5 buku dan 3 penggaris adalah Rp21.000,00. Jika Maher membeli 4 buku dan 2 penggaris, maka ia harus membayar Rp16.000,00. Berapakah harga yang harus dibayar oleh Suci jika ia membeli 10 buku dan 3 penggaris yang sama?

Penyelesaian

Misalkan x adalah harga buku dan y adalah harga penggaris.

Langkah 1 Membuat sistem persamaannya:

Harga 5 buku dan 3 penggaris adalah Rp21.000,00 persamaannya $5x + 3y = 21.000$

Harga 4 buku dan 2 penggaris adalah Rp16.000,00 persamaannya $4x + 2y = 16.000$

Langkah 2 Mengeliminasi/menghilangkan variabel y , maka koefisien variabel y harus sama

$$\begin{array}{rclcl}5x + 3y = 21.000 & |\times 2| & 10x + 6y & = & 42.000 \\4x + 2y = 16.000 & |\times 3| & 12x + 6y & = & 48.000 \\ & & -2x & = & -6.000 \\ & & x & = & 3.000\end{array}$$

Ajak siswa untuk memahami Contoh 1.5 serta alternatif penyelesaiannya dalam menentukan selesaian sistem persamaan linear duavariabel dengan metode eliminasi.

Langkah 3 Menggantikan nilai x ke salah satu persamaan

$$\begin{aligned}5x + 3y &= 21.000 \\5(3.000) + 3y &= 21.000 \\15.000 + 3y &= 21.000 \\3y &= 21.000 - 15.000 \\3y &= 6.000 \\y &= \frac{6.000}{3} \\y &= 2.000\end{aligned}$$

Langkah 4 Mengecek nilai x dan y dalam kedua persamaan

$$\begin{aligned}5(3.000) + 3(2.000) &= 21.000 \\4(3.000) + 2(2.000) &= 16.000\end{aligned}$$

Harga 1 Buku adalah Rp3.000,00 dan harga 1 penggaris adalah Rp2.000,00.

Karena Suci ingin membeli 10 Buku dan 3 penggaris, maka

$$\begin{aligned}10x + 3y &= 10(3.000) + 3(2.000) \\&= 30.000 + 6.000 \\&= 36.000\end{aligned}$$

Jadi, uang yang harus dibayar oleh Suci adalah Rp36.000,00.

Contoh 1.6

Tohir mempunyai uang Rp14.500,00. Sejumlah uang itu akan dihabiskan untuk membeli 6 buah peralatan sekolah. Ia membeli beberapa buku dengan harga Rp4.000,00 per buku, dan ia juga membeli beberapa pensil dengan harga Rp2.500,00 per pensil. Berapa banyak pensil yang dibeli Tohir?

Alternatif Penyelesaian

Misalkan banyak buku adalah b , dan banyak pensil adalah p (b, p adalah bilangan asli)
Maka persamaan matematika dari soal tersebut adalah

$$4.000b + 4.000p = 14.500$$

Disederhanakan menjadi $8b + 5k = 29$ dimana $b + p = 6$

$$\begin{aligned}8b + 5p &= 33 \\5b + 5p &= 30 \quad - \\3b &= 3 \\b &= 1\end{aligned}$$

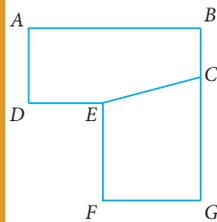
$$\begin{aligned}\text{sehingga } b + p &= 6 & 1 + p &= 6 \\& & p &= 6 - 1 \\& & p &= 5\end{aligned}$$

Jadi, banyak pensil yang dibeli Tohir adalah 5

Ajak siswa untuk memahami Contoh 1.6 serta alternatif penyelesaiannya dalam menentukan selesaian sistem persamaan linier duavariabel dengan metode eliminasi.

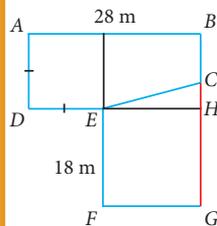
Contoh 1.7

Perhatikan *Gambar* berikut ini.



Bangun $ABCDEFG$ adalah menunjukkan keadaan sebuah kamar. Keadaan yang sebenarnya $AD = DE$, $AB = 28$ meter, dan $EF = 18$ meter serta luas kamar 624 m^2 . Jika sebuah penyekat dibuat dari E sampai C yang membagi luas kamar menjadi dua bagian yang sama luas, maka jarak dari C ke G adalah

Alternatif Penyelesaian



Luas kamar seluruhnya = 624 m^2

Karena luasnya membagi dua, maka luas $ABCED = 312 \text{ m}^2$ dan luas $CEFG = 312 \text{ m}^2$

Perhatikan kembali ilustrasi gambar diatas...

$$\begin{aligned} AD &= DE = HB, EH = FG, \\ AB &= DH = 28 = DE + EH, \\ AB &= AD + EH \\ AD + EH &= 28 \end{aligned} \quad (1)$$

Luas kamar seluruhnya = luas $ABHD$ + Luas $EFHG$

$$\begin{aligned} 624 &= AB \times AD + EF \times FG \\ 624 &= 28AD + 18FG \\ 624 &= 28AD + 18EH \end{aligned} \quad (2)$$

Ajak siswa untuk memahami Contoh 1.7 serta alternatif penyelesaiannya dalam menentukan selesaian sistem persamaan linier duavariabel dengan metode eliminasi.

Dari persamaan (2) dan (1), diperoleh

$$28AD + 18EH = 624 \Rightarrow 14AD + 9EH = 312 \quad | \times 1 \Rightarrow 14AD + 9EH = 312$$

$$AD + EH = 28 \Rightarrow AD + EH = 28 \quad | \times 9 \Rightarrow 9AD + 9EH = 252$$

$$5AD = 60$$

$$AD = 12 \Rightarrow EH = 16$$

Dengan demikian Perhatikan trapesium $EFGC$.

Luas trapesium $EFGC = \frac{1}{2}(CG + EF) \times FG$

Luas trapesium $EFGC = \frac{1}{2}(CG + EF) \times EF$

$$312 = \frac{1}{2}(CG + 18) \times 16$$

$$624 = (CG + 18) \times 16$$

$$39 = CG + 18$$

$$CG = 21$$

Jadi, jarak dari C ke G adalah 21 m

Ayo Kita Menalar

Nah...., sekarang perhatikan strategi yang digunakan Lisa untuk menentukan harga masing-masing lilin.

Lisa	
○	Rp8.100
○	Rp24.300
○	Rp11.000
○	Rp5.500
○	Rp2.600

Gambar 4.6 Penalaran Lisa untuk Menyelesaikan Masalah Pembelian Lilin

Jelaskan strategi yang digunakan Lisa untuk menentukan harga sebuah lilin kuning dan sebuah lilin putih.

Ayo Kita Berbagi

Sajikan hasil penalaran kalian di depan kelas, Periksa dan secara santun silakan saling memberi komentar dan menanggapi komentar temanmu.

28 Kelas VIII SMP/MTs
Semester 2

Ayo Kita Menalar

Minta siswa untuk menjelaskan strategi yang digunakan Lisa. Bimbing siswa dengan beberapa pertanyaan pancingan. “Bagaimana Lisa mendapatkan sebuah lilin panjang dan sebuah lilin pendek seharga Rp8.100?” “Mengapa Lisa mendapatkan tiga lilin panjang dan tiga lilin pendek?”

Bimbing siswa untuk menyimpulkan bahwa strategi yang dilakukan Lisa adalah apa yang dikatakan *eliminasi*.

Ayo Kita Berbagi

Setelah menyelesaikan kegiatan bernalar, minta siswa berdiskusi dengan menyampaikan hasil penalarannya di depan kelas.

instruksikan tiga atau empat kelompok menuliskan hasil diskusinya. Hasil tulisan mereka dibandingkan dan didiskusikan. Dengan menuliskan di papan tulis, akan terlihat adakah perbedaan dan persamaan pemikiran siswa.



Latihan

Sebagai tugas tambahan yang wajib dikerjakan siswa, soal Latihan 1.4 ini bisa dijadikan pekerjaan rumah atau sebagai tugas akhir pekan. Soal Latihan 1.4 ini berkaitan dengan masalah yang dialami siswa untuk memilih agen bus. Sehingga ada keterkaitan antar topik dalam materi ini.



Latihan 1.4

- Andre membayar Rp100.000,00 untuk tiga ikat bunga sedap malam dan empat ikat bunga aster. Sedangkan Rima membayar Rp90.000,00 untuk dua ikat bunga sedap malam dan lima ikat bunga aster di toko bunga yang sama dengan Andre.
 - Tulis persamaan yang menyatakan informasi di atas.
 - Tulis sebuah persamaan yang menunjukkan harga seikat bunga sedap malam dan enam ikat bunga aster.
 - Temukan harga seikat bunga sedap malam dan seikat bunga aster.
- Tiga T-shirt dan empat topi dijual seharga Rp960.000,00. Dua T-shirt dan lima topi dijual Rp990.000,00. Berapakah harga setiap T-shirt? Berapakah harga setiap topi?



- Marlina membeli dua gelas susu dan dua donat dengan total harga Rp66.000,00. Sedangkan Zeni membeli empat gelas susu dan tiga donat dengan total harga Rp117.000,00. Tentukan harga segelas susu.
- Suatu yayasan menyumbangkan 144 buku ke 4 sekolah. Banyak buku yang diterima untuk setiap sekolah tidak sama. Selisih buku yang diterima sekolah A dan B adalah 16. Selisih buku yang diterima sekolah B dan C adalah 12. Selisih buku yang diterima sekolah C dan D adalah 8. Sekolah A menerima buku paling sedikit dibandingkan dengan yang diterima sekolah lain. Jika sekolah D menerima buku 2 kali lebih banyak dari pada buku yang diterima sekolah A, tentukan banyak buku yang diterima masing-masing sekolah.

Setelah Pelaksanaan Pembelajaran

- Periksalah apakah semua siswa sudah mampu mengidentifikasi dan menyelesaikan masalah sistem persamaan linear dua variabel dengan berbagai metode.
- Mintalah siswa untuk melakukan refleksi dan menuliskan hal penting dari apa yang telah dipelajarinya.



Tugas Projek 1

Melakukan Percobaan: Air yang terbang sia-sia

Di berbagai situasi, pola dan persamaan menjadi terlihat ketika data telah dikumpulkan, diolah, dan disajikan. Kalian akan melakukan percobaan secara berkelompok. Setiap kelompok terdiri atas 4 orang.

Dalam percobaan ini, kalian akan menyimulasikan sebuah kran yang bocor dan mengumpulkan data volume air yang terbang setiap 5 detik. Kalian akan menggunakan data tersebut untuk memprediksi seberapa banyak air yang terbang ketika kran mengalami kebocoran selama satu bulan. Bacalah petunjuk secara seksama sebelum memulai percobaan. Sajikan hasil temuanmu di kelas.



Alat dan Bahan:

1. 1 buah gelas plastik
2. Gelas ukur (berbentuk silinder)
3. Air
4. Jam tangan atau stopwatch
5. Paku



Stopwatch



Gelas Plastik



Gelas Ukur



Paku

30

Kelas VIII SMP/MTs

Semester 2



Tugas Projek

Minta siswa mengerjakan Tugas Projek 1 yang dikumpulkan satu minggu setelah semua kegiatan pembelajaran materi persamaan linear dua variabel ini selesai. Kelompokkan siswa menjadi beberapa kelompok yang setiap kelompok terdiri atas 4 orang.

Tanyakan kepada siswa apakah alat dan bahan yang diminta dalam Projek ini susah didapat. Pinjamkan gelas ukur (gelas beker) dari sekolah untuk siswa yang tidak memiliki gelas ukur (kalau ada, gelas untuk mengukur bahan makanan) di rumah.

Minta siswa mengumpulkan tugas Projek ini dalam bentuk artikel, baik berupa paper atau makalah yang bisa disajikan di majalah sekolah atau mading sekolah.

Petunjuk:

Bagi tugas untuk tiap-tiap anggota kelompokmu.

1. Buatlah tabel untuk mencatat waktu dan jumlah air yang terbuang. Isilah kolom waktu dari 0 detik sampai 60 detik dengan interval 5 detik (maksudnya, 5, 10, 15, dan seterusnya).

Waktu (detik)	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50	55	60
Jumlah Air yang terbuang (ml)												

2. Gunakan paku untuk melubangi bagian dasar gelas plastik. Tutupi lubang dengan jarimu.
3. Isilah gelas plastik dengan air.
4. Siapkan gelas ukur dan letakkan di bawah gelas plastik yang kalian pegang.
5. Setelah siap untuk mulai mengukur waktu, lepaskan jari kalian dari lubang gelas plastik sehingga air menetes ke dalam gelas ukur (simulasi kran bocor).
6. Catat jumlah air dalam gelas ukur setiap 5 detik selama satu menit.

Gunakan percobaan ini untuk menulis sebuah poster, mencoba meyakinkan orang untuk menghemat air.

Poster yang kalian buat harus mencakup informasi berikut.

- Grafik data yang kalian catat.
- Persamaan Linear yang terbentuk beserta penjelasan variabel yang kalian maksud.
- Data yang menunjukkan prediksi kalian untuk:

Jumlah air yang terbuang sia-sia selama 15 detik, 2 menit, 2,5 menit, dan 3 menit seandainya air kran yang bocor memiliki laju yang sama seperti gelas plastik kalian.

Jelaskan bagaimana kalian membuat prediksi. Apakah kalian menggunakan tabel, grafik, atau metode lain?

- Penjelasan tentang berapa banyak air yang terbuang sia-sia dalam satu bulan jika kran air yang bocor memiliki laju seperti lubang gelas plastik. Jelaskan bagaimana kalian membuat prediksi.
- Biaya air yang terbuang sia-sia dalam satu bulan (untuk menyelesaikan ini, kalian harus mengetahui berapa biaya air di daerah kalian masing-masing. Kemudian gunakan informasi tersebut untuk menghitung biaya air yang terbuang sia-sia).



Merangkum 1

Kalian telah mempelajari ciri-ciri persamaan linear dua variabel, menentukan nilai variabel, menentukan pasangan berurut sebagai penyelesaian dari persamaan linear dua variabel dan sistem persamaan linear dua variabel, serta membuat model dan menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan persamaan linear dua variabel. Pertanyaan berikut akan membantu kalian untuk merangkum apa yang telah kalian pelajari.

1. Apa yang kamu ketahui tentang persamaan *linear dua variabel*?
2. Prosedur apa saja yang kalian lakukan ketika *membuat persamaan linear dua variabel*?
3. Apa yang kalian butuhkan ketika membuat tabel untuk menentukan *selesaian persamaan linear dua variabel*?
4. Bagaimana diagram perpaduan harga membantu kalian untuk menentukan *selesaian persamaan linear dua variabel*?
5. Bagaimana grafik dapat membantu kalian untuk menentukan *selesaian persamaan linear dua variabel*?
6. Apa yang kamu ketahui tentang *sistem persamaan linear dua variabel*?
7. Prosedur apa saja yang kalian lakukan ketika menyelesaikan *sistem persamaan linear dua variabel*?
8. Dalam hal apakah *sistem persamaan linear dua variabel* bermanfaat?
9. Topik atau materi apa saja yang berkaitan erat dengan materi *Persamaan Linear Dua Variabel*?



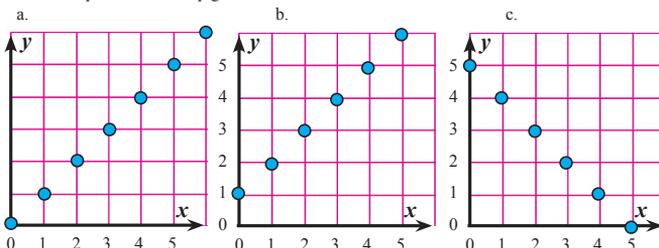
Merangkum

Minta siswa untuk menjawab pertanyaan di kegiatan Merangkum 1. Minta siswa menulis jawaban di buku catatan mereka atau buku siswa yang mereka miliki. Beri kebebasan kepada siswa untuk menuliskan hal penting lain selama kegiatan. Jawab pertanyaan-pertanyaan siswa yang mungkin relevan dengan kegiatan merangkum.

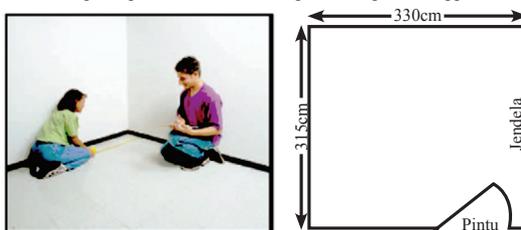


Uji Kompetensi 1

1. Selesaikan soal berikut dengan benar.
Tentukan persamaan setiap grafik berikut.



2. Andi dan Dian sedang menata ulang ruang OSIS. Mereka ingin meletakkan lemari di sepanjang salah satu dinding ruangan. Mereka mulai mengukur ruang dan menggambar bagan.



Andi dan Dian mengecek lemari yang ada di toko lemari terdiri dua ukuran yang berbeda yaitu 45 cm dan 60 cm.

- a. Tentukan persamaan linear dua variabel yang terbentuk.
b. Berapa banyak lemari yang akan dipesan Andi dan Dian supaya tepat ditempatkan di sepanjang dinding yang berukuran 315 cm? Cobalah temukan lebih dari satu kemungkinan jawaban
3. Lengkapi pasangan terurut untuk tiap-tiap persamaan.
- a. $y = -x + 6; (9, \quad)$ b. $y = 6x - 7; (2, \quad)$
- c. $2x - 15y = 13; \left(\quad, -\frac{3}{4} \right)$ d. $-x + 12y = 7; \left(\quad, \frac{3}{4} \right)$



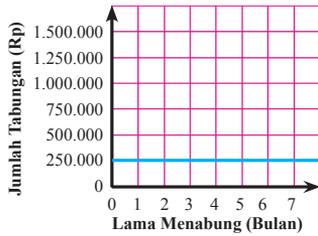
Uji Kompetensi

Gunakan Uji Kompetensi 1 untuk menilai kemampuan siswa pada pembelajaran sebelumnya. Suruh siswa untuk melihat kembali pelajaran sebelumnya.

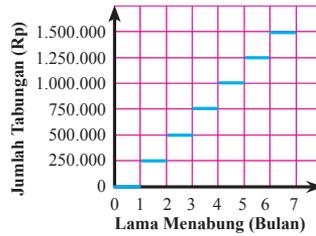
4. Pilihan Ganda

Muhalim akan pergi ke Makassar tahun depan untuk mengikuti pawai drum band sekolahnya. Dia berencana menyisihkan Rp250.000,00 dari uang bulannya pada setiap akhir bulan untuk perjalanannya. Pilihlah grafik yang menunjukkan bagaimana tabungan Muhalim akan terbentuk selama selang waktu tertentu.

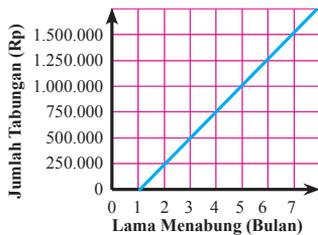
a.



b.

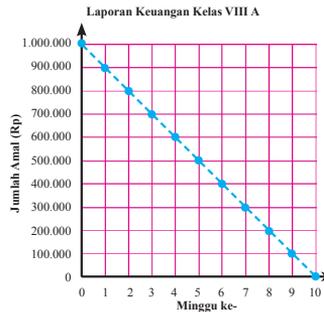


c.



d. Tak satupun yang benar

5. Kelas VIII A mengumpulkan uang amal untuk membantu korban bencana alam. Mereka menggunakan uang amal untuk membeli perlengkapan sekolah bagi anak-anak yang menjadi korban bencana. Albertus menggunakan grafik untuk mengetahui jumlah uang amal tiap akhir pekan.



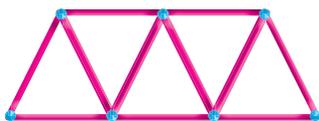
Uji Kompetensi

Uji Kompetensi 1 soal No. 8 merupakan soal yang berhubungan dengan pola yang telah di pelajari siswa di kelas VII maupun yang akan dipelajari siswa di kelas IX. Selain itu, ajak siswa untuk berpikir sebagaimana seorang perancang jembatan memilih model yang lebih baik.

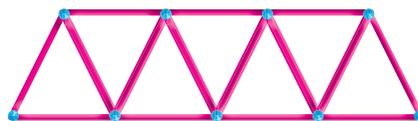
- a. Informasi apa yang ditunjukkan oleh grafik tentang laporan keuangan di kelas VIII A?
 - b. Buat tabel data untuk 10 minggu pertama. Jelaskan mengapa tabel menunjukkan hubungan yang linear.
 - c. Tuliskan suatu persamaan yang menunjukkan hubungan linear dari laporan keuangan kelas VIII A. Jelaskan makna variabel dan bilangan-bilangan pada persamaan yang kamu buat.
 - d. Bagaimana kalian menentukan jika grafik, tabel dan persamaan dari laporan keuangan Kelas VIII A adalah linear?
6. Hadi membeli dua T-shirt dan sebuah sweater di pasar dengan total harga Rp300.000,00. Ketika sampai di rumah, dia menyesal karena salah satu T-shirt yang dia beli jahitannya rusak. Dia memutuskan untuk menukar satu T-shirt untuk sebuah sweater.
- a. Akhirnya Hadi menukarkan T-shirtnya, namun dia harus membayar Rp60.000,00 lagi karena sweater lebih mahal daripada T-shirt.
 - b. Berapakah harga masing-masing barang yang dibeli Hadi? Jelaskan alasanmu.
7. Malam ini sebuah film animasi terbaru sedang diputar di sebuah bioskop. Beberapa orang dewasa dan anak-anak sedang mengantri membeli tiket.
- a. Berapa rupiah biaya tiket yang akan ditagih oleh petugas penjualan tiket pada gambar ketiga?
 - b. Berapa rupiah yang akan kalian bayar jika kamu pergi menonton film di bioskop?



8. Baharuddin membuat model jembatan dari batang kayu. Ketika membangun jembatan, dia memiliki ide dengan membuat pola segitiga seperti di bawah ini. Banyaknya batang kayu bergantung pada banyaknya batang kayu yang berada di bagian bawah.



Batang kayu bagian bawah = 3
 Banyak batang kayu keseluruhan = 11



Batang kayu bagian bawah = 4
 Banyak batang kayu keseluruhan = 15

- a. Salin dan lengkapi tabel berikut

Jembatan Kayu

Batang kayu bagian bawah	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Banyak batang kayu keseluruhan	3	7	11

- b. Tuliskan persamaan yang menghubungkan banyak kayu keseluruhan t dengan banyak kayu bagian bawah b . Jelaskan bagaimana kalian memperoleh persamaan.
 c. Apa yang kalian ketahui tentang sifat segitiga dan persegi panjang yang membuat model di atas lebih baik daripada model jembatan di bawah.



9. Hadi membeli dua T-shirt dan sebuah sweater di pasar dengan total harga Rp300.000,00. Ketika sampai di rumah, dia menyesal karena salah satu T-shirt yang dia beli jahitannya rusak. Dia memutuskan untuk menukar satu T-shirt untuk sebuah sweater. Akhirnya Hadi menukarkan T-shirtnya, namun dia harus membayar Rp60.000,00 lagi karena sweater lebih mahal daripada T-shirt.
 Berapakah harga masing-masing barang yang dibeli Hadi? Jelaskan alasanmu.
10. Diberikan suatu sistem persamaan berikut.
 $5p + 3k = 12$
 $10p + 6k = 16$
 Bisakah kalian menemukan nilai p dan k ? Jelaskan alasanmu.



Soal Pengayaan

1. Benar atau salah: $x^2 = 6y - 5$ adalah persamaan linear dua variabel.
2. Jelaskan dengan kata-kata, bagaimana untuk melengkapi pasangan berurutan $(\quad, -5)$ untuk $y = -x - 1$.
3. Dalam buku Prinsip-prinsip Penyakit Dalam yang dikarang oleh Isselbacher (1999), jumlah darah dalam tubuh bergantung pada berat badan dan jenis kelamin. Aturan untuk menaksir jumlah darah dalam tubuh adalah:
Untuk pria: jumlah darah (mL) = $69 \times$ berat badan (dalam kilogram)
 - a. Ilmar memiliki berat badan 65 Kg. Taksirlah berapa liter banyak darah dalam tubuh Ilmar.
 - b. Pak Bondan memiliki berat badan dua kali berat badan Ilmar. Apakah pak Bondan memiliki dua kali jumlah darah Ilmar? Jelaskan.
4. Jika x dan y merupakan bilangan bulat non negatif yang memenuhi $3x + 4y = 96$, banyak pasangan bilangan (x, y) yang memenuhi persamaan tersebut adalah ...
5. Bila x dan y bilangan asli yang memenuhi persamaan $7x + 17y = 40$, nilai terkecil $(x + y)$ adalah ...
6. Anis membeli 4 buku tulis dan 4 pensil seharga Rp11.000,00. Budi membeli 3 buku tulis dan 5 pensil yang sama dan membeli di toko yang sama dengan Anis seharga Rp11.200,00.
 - a. Berapakah harga setiap buku tulis?
 - b. Berapakah harga setiap pensil?
7. Diketahui ada dua kotak di atas meja, masing-masing berisi bola-bola kecil. Bila bola dikotak A ditambah dengan bola-bola dikotak B, maka banyak bola adalah 35 buah. Namun jika bola-bola dikotak A diambil sebanyak bola-bola dikotak B, maka banyak bola dikotak A tinggal 11 buah. Berapa banyak bola-bola pada masing-masing kotak?
8. Suatu persegi panjang memiliki keliling 28 cm. Jika lebarnya kurang 2 cm dari panjangnya, maka luas daerah persegi panjang itu adalah ...
9. Seorang pedagang majalah berhasil menjual majalah A dan majalah B sebanyak 28 eksemplar. Harga 1 majalah A adalah Rp6000.00 dan harga 1 eksemplar majalah B Rp9000.00. Jika hasil penjualan kedua majalah tersebut Rp216.000.00 berapakah banyak masing-masing majalah tersebut?

10. Harga 4 buah buku tulis dan sebuah pensil adalah Rp 5.600,00. Sedangkan harga 5 buah buku tulis dan 3 buah pensil adalah Rp 8.400,00. Berapa harga masing-masing buku dan pensil?
11. Jumlah dua bilangan adalah 41, sedang selisih kedua bilangan itu adalah 19. Berapa masing-masing bilangan itu?
12. Sebuah mesin produksi A menghasilkan barang 100 buah per jam. Mesin produksi B menghasilkan barang 150 buah per jam. Jumlah jam kerja kedua mesin tersebut dalam sehari adalah 20 jam. Jika dalam sehari kedua mesin diharapkan menghasilkan barang sebanyak 2.600 buah, berapa jam mesin A dan mesin B harus bekerja dalam sehari?
13. Misalkan a dan b bilangan bulat sehingga $a(a + b) = 34$. Nilai terkecil dari $a - b$ adalah ...
14. Banyaknya penyelesaian pasangan bilangan bulat positif persamaan $3x + 5y = 501$ adalah ...
15. Bilangan 43 dapat dinyatakan ke dalam bentuk $5a + 11b$, karena untuk $a = 13$ dan $b = -2$, nilai dari $5a + 11b$ adalah 43. Manakah dari tiga bilangan 37, 254, dan 1986 yang tidak dapat dinyatakan dalam bentuk $5a + 11b$?
16. Dapat dinyatakan sebagai $3x + 7y$ sebab jika x diganti dengan 3 dan y diganti dengan 1 diperoleh $3 \cdot 3 + 7 \cdot 1$ yang bernilai 16. Tujuh bilangan antara 100 dan 122 yang dapat dinyatakan ke dalam bentuk $6x + 9y$ adalah ...
17. Harga 4 buah baju dan 3 buah celana adalah Rp. 545.000,00, harga 1 buah celana dan 2 buah baju adalah Rp. 235.000,00. Jika kita membeli 3 buah baju dan 4 buah celana maka kita harus membayar sebesar...
18. Pada fungsi $f(x) = ax + b$. Jika $f(1) = 12$ dan $f\left(\frac{1}{2}\right) = 8$, maka $f(4) = \dots$
19. Jika $3x - y = 15$ dan $x + 3y = 3$, maka hasil dari $x - 2y = \dots$
20. Himpunan penyelesaian dari sistem persamaan $\frac{2}{x} - \frac{2}{y} = -3$ dan $\frac{2}{x} + \frac{6}{y} = 1$ adalah ...



Pedoman Penilaian

No	Aspek Penilaian	Capaian	Keterangan
1	Keterselesaian Buku Siswa	B-	Bila Buku Siswa terselesaikan dengan baik
		<B-	Bila ada bagian dari Buku Siswa yang tidak terselesaikan
2	Portofolio: a) Uji Kompetensi b) Soal dari tempat lain	A	Bila memilih soal dari Uji Kompetensi dengan kategori Sangat Sulit dan mampu menyelesaikannya dengan baik
		A-	Bila memilih soal dari Uji Kompetensi dengan kategori Sulit dan mampu menyelesaikannya dengan baik
		B+	Bila memilih soal dari Uji Kompetensi dengan kategori Sedang dan mampu menyelesaikannya dengan baik
		B	Bila memilih soal dari Uji Kompetensi dengan kategori Mudah dan mampu menyelesaikannya dengan baik
		B-	Bila memilih soal dari Uji Kompetensi dengan kategori Sangat Sulit dan kurang mampu menyelesaikannya dengan baik
		B, B-	Bila memilih soal dari Uji Kompetensi dengan kategori Sulit dan kurang mampu menyelesaikannya dengan baik
		B ⁺ , B, B-	Bila memilih soal dari Uji Kompetensi dengan kategori Sedang dan kurang mampu menyelesaikannya dengan baik
		A-, B ⁺ , B, B-	Bila memilih soal dari Uji Kompetensi dengan kategori Mudah dan kurang mampu menyelesaikannya dengan baik
	Tugas Proyek	A	Bila Proyek terselesaikan dan mampu mempresentasikan dengan Baik
		A-, B ⁺ , B	Bila ada bagian dari Proyek yang tidak terselesaikan atau kurang mampu mempresentasikan
B-		Bila Proyek tidak terselesaikan samasekali	

Keterangan: - Nilai KKM = B-

- Aspek penilaian Nomor 1 adalah syarat nilai yang harus terpenuhi, sedangkan Aspek penilaian Nomor 2 adalah penambahan nilai.



Kata Kunci

- Persamaan kuadrat
- Akar
- Faktor



Kompetensi Dasar

Menentukan akar persamaan kuadrat dengan satu variabel yang tidak diketahui.

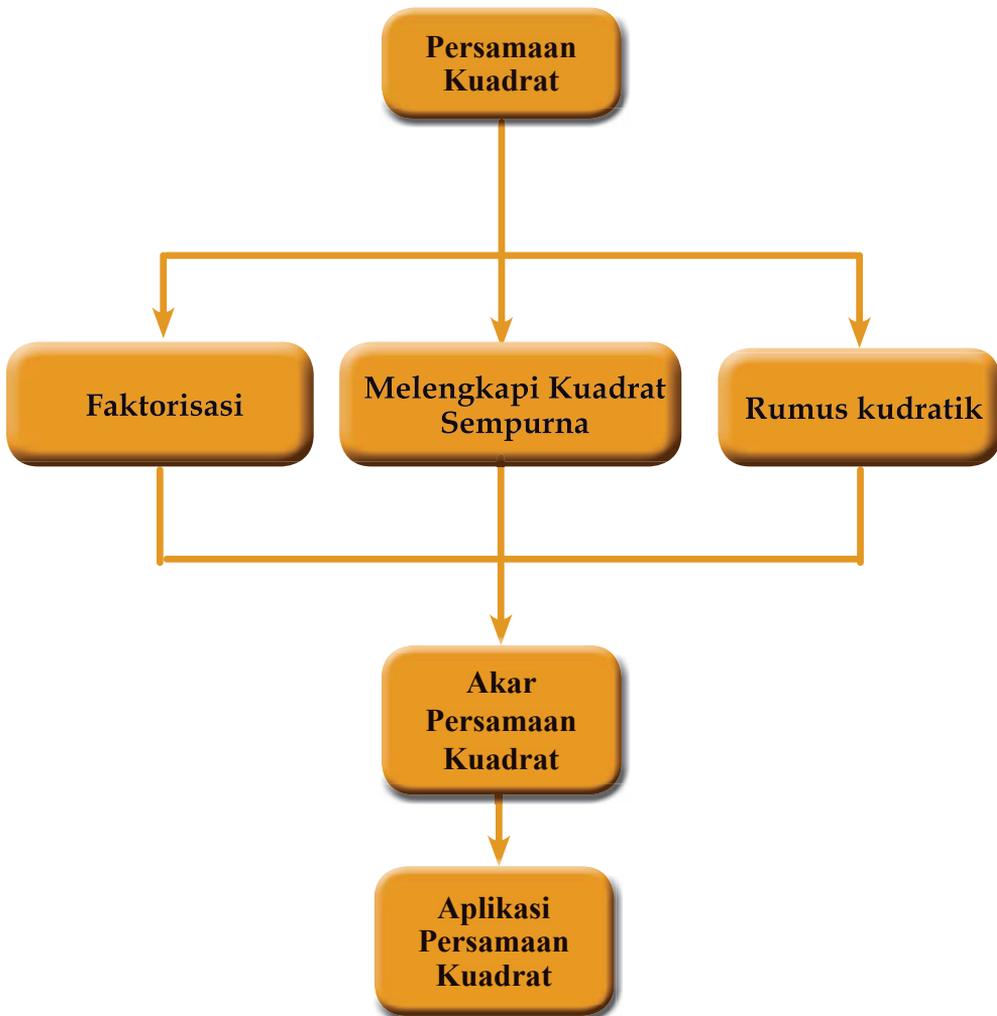


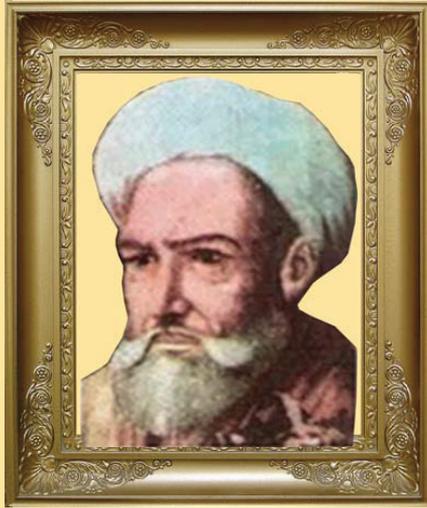
Pengalaman Belajar

1. Menentukan akar persamaan kuadrat satu variabel dengan cara:
 - a. Faktorisasi
 - b. Melengkapi kuadrat sempurna
 - c. Rumus kuadrat
2. Menyelesaikan masalah persamaan kuadrat berkaitan dengan kehidupan nyata.



Saat kalian melempar bola ke udara, ketinggian bola tergantung pada tiga faktor, yaitu posisi awal, kecepatan saat bola di lemparkan, dan gaya gravitasi. Gravitasi bumi menyebabkan bola yang terlempar ke atas mengalami percepatan ketika benda semakin mendekati bumi. Besar percepatan gravitasi bumi sebesar $9,8 \text{ m/s}^2$. Ini berarti bahwa kecepatan bola ke bawah meningkat $9,8 \text{ m/s}$ untuk setiap detik di udara. Jika kalian menyatakan ketinggian bola pada setiap waktu dengan suatu persamaan, maka persamaan yang terbentuk adalah persamaan kuadrat.





**Al-Khwarizmi
(780 - 850)**

Abu 'Abdallah Muhammad ibnu Musa al-Khwarizmi, kerap dijuluki sebagai Bapak Aljabar, karena sumbangan ilmu pengetahuan Aljabar dan Aritmatika. beliau merupakan seorang ahli matematika dari Persia yang dilahirkan pada tahun 194 H/780 M, tepatnya di Khwarizm, Uzbekistan. Selain terkenal sebagai seorang ahli matematika, beliau juga adalah astronomer dan geografer yang hebat. Berkat kehebatannya, Khawarizmi terpilih sebagai ilmuwan penting di pusat keilmuwan yang paling bergengsi pada zamannya, yakni Baital-Hikmah atau House of Wisdom yang didirikan khalifah Abbasiyah di Metropolis Intelektual World, Baghdad.

Kitab *Al-Jabr Wal Muqabalah* merupakan kitab pertama dalam sejarah dimana istilah aljabar muncul dalam konteks disiplin ilmu. Sumbangan Al-Khwarizmi

dalam ilmu ukur sudut juga luar biasa. Tabel ilmu ukur sudutnya yang berhubungan dengan fungsi sinus dan garis singgung tangen telah membantu para ahli eropa memahami lebih jauh tentang ilmu ini. Ia mengembangkan tabel rincian trigonometri yang memuat fungsi sinus, kosinus dan kotangen serta konsep diferensiasi. Kitab yang telah ditulisnya yaitu 1) *Al-Jabr wa'l Muqabalah*: Beliau telah mencipta pemakaian secans dan tangens dalam penyelidikan trigonometri dan astronomi, 2) *Hisab al-Jabr wa al-Muqabalah*: Beliau telah mengajukan contoh-contoh persoalan matematika dan mengemukakan 800 buah masalah yang sebagian besar merupakan persoalan yang dikemukakan oleh Neo Babylonian dalam bentuk dugaan yang telah dibuktikan kebenarannya oleh al-Khawarizmi, 3) Sistem Nomor : Beliau telah memperkenalkan konsep sifat dan ia penting dalam sistem Nomor pada zaman sekarang. Karyanya yang satu ini memuat Cos, Sin dan Tan dalam penyelesaian persamaan trigonometri, teorema segitiga sama kaki dan perhitungan luas segitiga, segi empat dan lingkaran dalam geometri.

(Sumber: www.id.wikipedia.org)

Beberapa hikmah yang mungkin bisa kita petik antara lain:

1. Kita harus jeli melakukan pengamatan fenomena yang ada di sekitar kita.
2. Kita harus mau dan mampu melakukan pembuktian-pembuktian tentang fenomena alam sekitar yang merupakan bukti kekuasaan Tuhan melalui keilmuan yang diketahui manusia. Dengan demikian, kita dapat memperkuat keyakinan pada Tuhan.
3. Kita harus semangat dalam melakukan aktivitas positif yang telah direncanakan untuk memperkuat ketahanan fisik dan psikis dalam menghadapi tantangan.



Membelajarkan 2.1

Menentukan Akar Persamaan Kuadrat dengan Memfaktorkan

Sebelum Pelaksanaan Pembelajaran

1. Amati dan kenali terlebih beberapa kegiatan dalam kehidupan nyata yang berkaitan dengan persamaan kuadrat, seperti: kawat yang dibengkokkan, panjang dan lebar taman yang diketahui keliling dan luasnya, dll.
2. Identifikasi siswa-siswa yang biasanya agak sulit membuat pertanyaan.
3. Identifikasi pula bentuk bantuan apa yang perlu diberikan agar siswa mampu membuat pertanyaan dan bernalar.

Kenalkan bentuk persamaan kuadrat kepada siswa dan aplikasinya. Minta siswa untuk menentukan suatu persamaan menjadi bentuk umum persamaan kuadrat.



Menentukan Akar Persamaan Kuadrat



Kegiatan 2.1

Menentukan Akar Persamaan Kuadrat Dengan Memfaktorkan

Persamaan kuadrat satu variabel adalah suatu persamaan yang memiliki pangkat tertingginya dua. Beberapa contoh bentuk persamaan kuadrat yaitu: $3x^2 - 7x + 5 = 0$, $x^2 - x + 12 = 0$, $x^2 - 9 = 0$, $2x(x - 7) = 0$, dan lainnya. Secara umum, bentuk persamaan kuadrat adalah $x^2 + bx + c = 0$ dengan $a \neq 0$, $a, b, c \in R$.

$$ax^2 + bx + c = 0$$



Konstanta adalah simbol yang menunjukkan bilangan tertentu. Konstanta yang terdapat pada suku ax^2 dan bx bisa juga disebut koefisien.

Dalam kehidupan sehari-hari, kita dapat menjumpai beberapa masalah yang terkait dengan persamaan kuadrat. Perhatikan masalah berikut.



Contoh 2.1

Tuliskan bentuk umum persamaan kuadrat $5x^2 - 2x + 3 = 2x^2 + 4x - 12$.



Alternatif Penyelesaian

$$5x^2 - 2x + 3 = 2x^2 + 4x - 12$$

$$3x^2 - 2x + 3 = 4x - 12$$

$$3x^2 - 6x + 15 = 0$$

Jadi bentuk sederhana persamaan kuadrat $5x^2 - 2x + 3 = 2x^2 + 4x - 12$ adalah $3x^2 - 6x + 15 = 0$. Dalam kehidupan sehari-hari, kita dapat menjumpai beberapa masalah yang terkait dengan persamaan kuadrat. Perhatikan masalah berikut.



Contoh 2.2

Johan dan Mario bekerja bersama-sama mengecat dinding dalam waktu 18 menit. Jika Johan bekerja sendirian, ia memerlukan waktu 15 lebih lama daripada waktu yang diperlukan Mario. Berapa waktu yang diperlukan Johan dan Mario masing-masing untuk mengecat dinding?

Ajak siswa untuk mengamati Contoh 2.2 dan penyelesaiannya. kenalkan siswa tentang akar persamaan kuadrat serta cara menentukan akar persamaan kuadrat.

Kegiatan yang dilakukan Johan dan Mario dapat disajikan dalam tabel berikut.

Tabel 2.1. Penyelesaian pekerjaan Johan dan Mario

Pekerja	Kuantitas dinding	Laju = kuantitas dinding/waktu	Waktu
Mario	1	$\frac{1}{t}$	t
Johan	1	$\frac{1}{t+15}$	$t+15$
Bersama	1	$\frac{1}{18}$	18

Persamaan untuk menyelesaikan masalah ini adalah $\frac{1}{t} + \frac{1}{t+15} = \frac{1}{18}$.

Disederhanakan menjadi $\frac{1}{t} + \frac{1}{t+15} = \frac{1}{18} \times 18t(t+15)$.

$$18t(t+15) \times \frac{1}{t} + 18t(t+15) \times \frac{1}{t+15} = 18t(t+15) \times \frac{1}{18}$$

$$18(t+15) + 18t = t(t+15)$$

$$18t + 270 + 18t = t^2 + 15t$$

$$36t + 270 = t^2 + 15t$$

$$0 = t^2 - 21t - 270$$

$$0 = (t-30)(t+9)$$

$$t-30 = 0 \text{ atau } t+9=0$$

$t = 30$ atau $t = -9$ (nilai $t = -9$ tidak berlaku karena waktu selalu positif)

Jadi, Johan memerlukan waktu 30 menit untuk mengecat dinding sendirian, dan Mario memerlukan waktu $30 + 15 = 45$ menit untuk mengecat dinding sendirian.

Secara umum bentuk persamaan kuadrat adalah $ax^2 + bx + c = 0$,

dengan a, b, c bilangan real, dan $a \neq 0$. a disebut koefisien x^2 , b koefisien x , c konstanta.

Akar persamaan kuadrat dari $ax^2 + bx + c = 0$ adalah nilai x yang memenuhi persamaan tersebut.

Cara menentukan akar persamaan kuadrat ada tiga cara:

- (1) Memfaktorkan
- (2) Melengkapi Kuadrat Sempurna
- (3) Rumus Kuadrat

Ingatkan siswa tentang perkalian bentuk aljabar yang telah dipelajari di semester 1



1. Ajak siswa untuk mengamati cara menentukan akar persamaan kuadrat dengan cara memfaktorkan yang tersaji pada tabel.
2. Minta siswa memperhatikan bentuk umum dan cara memfaktorkan dari persamaan kuadrat.
3. Berikan beberapa pancingan pertanyaan tentang cara penyelesaian persamaan kuadrat yang tersaji pada tabel tersebut agar siswa memahami bagaimana menentukan akar persamaan kuadrat.

Pada kegiatan belajar Bab 2, semester 1 kalian telah mempelajari tentang perkalian bentuk aljabar. Sekarang coba kalian perhatikan kembali perkalian bentuk aljabar berikut.

Tabel 2.2. Perkalian bentuk aljabar

$x^2 + 2x = x(x + 2)$ Jadi, $x^2 + 2x = x(x + 2)$	$(x + 1)(x + 4) = (x + 1)(x + 4)$ $= x^2 + 4x + x + 4$ $= x^2 + 5x + 4$ Jadi, $(x + 1)(x + 4) = x^2 + 5x + 4$	$(3x - 4)(x + 3) = (3x - 4)(x + 3)$ $= 3x^2 + 9x - 4x - 12$ $= 3x^2 + 5x - 12$ Jadi, $(3x - 4)(x + 3) = 3x^2 + 5x - 12$
Bagaimana, jika sebaliknya (dari bawah ke atas)?		
$x(x + 2) = x^2 + 2x$	$x^2 + 5x + 4 = (x + 1)(x + 4)$	$3x^2 + 5x - 12 = (3x - 4)(x + 3)$
Bentuk seperti ini disebut dengan "Memfaktorkan"		

Dengan memperhatikan Tabel 2.2, selanjutnya cara memfaktorkan tersebut dapat digunakan untuk menentukan akar persamaan kuadrat. Kalian dapat mengamati cara menentukan akar persamaan kuadrat dengan cara memfaktorkan pada Tabel 2.3 berikut.



Tabel 2.3. Cara menentukan akar persamaan kuadrat dengan memfaktorkan.

Bentuk $x^2 - b^2 = 0$	Bentuk $ax^2 + bx + c = 0$
1) $x^2 - 4 = 0$ $(x - 2)(x + 2) = 0$ $x - 2 = 0$ atau $x + 2 = 0$ $x_1 = 2$ atau $x_2 = -2$ Jadi, himpunan penyelesaiannya adalah $\{2, -2\}$	1) $x^2 + 10x + 25 = 0$ $(x + 5)^2 = 0$ $(x + 5)(x + 5) = 0$ $x + 5 = 0$ atau $x + 5 = 0$ $x_1 = -5$ atau $x_2 = -5$ $x_1 = x_2 = -5$ Jadi, himpunan penyelesaiannya adalah $\{-5, -5\}$
2) $x^2 - 9 = 0$ $x^2 - 3^2 = 0$ $(x - 3)(x + 3) = 0$ $x - 3 = 0$ atau $x + 3 = 0$ $x_1 = 3$ atau $x_2 = -3$ Jadi, himpunan penyelesaiannya adalah $\{3, -3\}$	2) $x^2 + 5x + 4 = 0$ $(x + 1)(x + 4) = 0$ $x + 1 = 0$ atau $x + 4 = 0$ $x_1 = -1$ atau $x_2 = -4$ Jadi, himpunan penyelesaiannya adalah $\{-1, -4\}$

Bentuk $x^2 - b^2 = 0$	Bentuk $ax^2 + bx + c = 0$
3) $x^2 - 36 = 0$ $x^2 - 6^2 = 0$ $(x - 6)(x + 6) = 0$ $x - 6 = 0$ atau $x + 6 = 0$ $x_1 = 6$ atau $x_2 = -6$	3) $2x^2 + 7x + 3 = 0$ $(x + 3)(2x + 1) = 0$ $x + 3 = 0$ atau $2x + 1 = 0$ $x_1 = -3$ atau $x_2 = -\frac{1}{2}$
Jadi, himpunan penyelesaiannya adalah $\{6, -6\}$	Jadi, himpunan penyelesaiannya adalah $\{-3, -\frac{1}{2}\}$



Terkait dengan fokus perhatian di atas, coba buatlah pertanyaan yang memuat suatu persamaan kuadrat $ax^2 + bx + c = 0$ dengan a , b , dan c tertentu (kalian tentukan sendiri).



» **Faktor nol**
 Dalam menentukan akar persamaan kuadrat dengan cara memfaktorkan, harus memperhatikan prinsip perkalian dengan nol, yaitu jika hasil perkalian dua bilangan adalah nol, maka salah satu atau kedua faktornya adalah nol.

Jika $a \times b = 0$ maka $a = 0$ atau $b = 0$ atau keduanya



$(x + 2)(2x - 6) = 0$
 $(x + 2) = 0$ atau $(2x - 6) = 0$
 $x_1 = -2$ atau $x_2 = 3$
 Jadi, selesaian dari $(x + 2)(2x - 6) = 0$ adalah $x = -2$ atau $x = 3$

» **Memfaktorkan bentuk $ax^2 + bx + c$, $a = 1$**
 Persamaan kuadrat $x^2 + bx + c = 0$, dan p, q bilangan bulat, hasil pemfaktornya adalah $(x + p)(x + q)$.
 Jika bentuk $(x + p)(x + q)$ dikalikan, maka diperoleh

$$\begin{aligned}
 (x + p)(x + q) &= x^2 + qx + px + pq \\
 &= x^2 + (q + p)x + pq \\
 &= x^2 + (p + q)x + pq
 \end{aligned}$$

Dengan demikian persamaan kuadrat $x^2 + bx + c = 0$ ekuivalen dengan persamaan kuadrat $x^2 + (p + q)x + pq$
 Jadi, $p + q = b$ dan $q \cdot p = c$



Suruh siswa membuat pertanyaan berdasarkan Tabel 2.3 pada buku siswa. Minta salah satu siswa untuk menyampaikan pertanyaan, kemudian minta siswa lain untuk menjawab dan mendiskusikan jawabannya.



Ajak siswa untuk mengamati dan memahami strategi memfaktorkan berbagai bentuk persamaan kuadrat

Arahkan siswa untuk memahami langkah-langkah penyelesaian dari contoh soal yang disajikan.



Contoh 2.4

Tentukan akar-akar selesaian dari bentuk $x^2 - 15x + 14 = 0$.



Alternatif Penyelesaian

Carilah dua bilangan yang merupakan faktor dari 14 dan jika dijumlah sama dengan -5 . Misalkan dua bilangan tersebut adalah p dan q , maka $pq = 14$ dan $p + q = -5$

p	q	$p + q$	pq
1	14	15	14
2	7	9	14

p	q	$p + q$	pq
-1	-14	-15	14
-2	-7	-9	14

Dengan demikian bilangan yang memenuhi nilai $p = -1$ dan $q = -14$

Jadi, bentuk $x^2 - 15x + 14 = 0$ dapat difaktorkan menjadi

$$x^2 - 15x + 14 = 0$$

$$(x - 1)(x - 14) = 0$$

$$x - 1 = 0 \text{ atau } x - 14 = 0$$

$$x_1 = 1 \text{ atau } x_2 = 14$$

Jadi, himpunan selesaiannya adalah $\{1, 14\}$



Contoh 2.5

Tentukan nilai x yang memenuhi persamaan kuadrat $x^2 - 25 = 0$.



Alternatif Penyelesaian

$$x^2 - 25 = 0$$

= 0 tulis persamaan

$$x^2 + 0x - 25 = 0$$

= 0 tulis bentuk lain, sehingga tampak koefisien x . Dua bilangan yang jika dikalikan menghasilkan -25 dan jika dijumlahkan hasilnya 0, adalah 5 dan -5 .

$$x^2 + 5x - 5x - 25 = 0$$

= 0 ubah $0x$ menjadi $5x - 5x$

$$(x^2 + 5x) - (5x + 25) = 0$$

= 0 beri tanda kurung. Perhatikan bahwa -25 berubah menjadi $+25$

$$x(x + 5) - 5(x + 5) = 0$$

= 0 faktorkan bentuk aljabar dalam kurung

$$(x - 5)(x + 5) = 0$$

gunakan sifat distributif

$$x - 5 = 0 \text{ atau } x + 5 = 0$$

faktor nol

$$x = 5 \text{ atau } x = -5$$

selesaikan

Jadi, nilai x yang memenuhi persamaan kuadrat $x^2 - 25 = 0$ adalah $x_1 = 5$ atau $x_2 = -5$. Dengan kata lain, himpunan selesaian dari persamaan kuadrat $x^2 - 25 = 0$ adalah $\{-5, 5\}$.

Minta siswa untuk memperhatikan Contoh 2.4 dan 2.5 dan penyelesaiannya. Diskusikan dengan siswa perbedaan strategi yang dilakukan untuk menentukan akar persamaan kuadrat.

» **Memfaktorkan bentuk $ax^2 + bx + c = 0, a \neq 1$**

Kalian sudah mengetahui bagaimana cara memfaktorkan persamaan kuadrat $ax^2 + bx + c = 0$ dengan $a \neq 1$. Jika kalian perhatikan kembali tabel di kegiatan Ayo Kita Amati, maka terdapat persamaan kuadrat yang mempunyai nilai $a \neq 1$. Bagaimanakah cara kalian untuk memfaktorkan persamaan kuadrat dengan $a \neq 1$?

Untuk mengetahui bagaimana cara menentukan akar persamaan kuadrat $ax^2 + bx + c = 0$ dengan $a \neq 1$, amati prosedur berikut.

$$2x^2 + 7x + 3 = 0$$

$$2x^2 + 7x + 3 = 2x^2 + \dots + 3$$

Bagian tengah yakni $7x$ akan diuraikan sehingga pemfaktoran akan lebih mudah dilakukan

kalikan nilai a dan c , yakni 2 dan 3 akan menghasilkan 6.

Tentukan dua bilangan lain jika dikalikan menghasilkan 6 dan jika dijumlahkan menghasilkan b , yakni 7.

Misal dua bilangan tersebut adalah p dan q , maka dapat kedua bilangan tersebut tampak pada tabel berikut.

p	-6	-3	1	2
q	-1	-2	6	3
$p + q$	-7	-5	7	5

Dari tabel di atas, dapat kita ketahui bahwa nilai kedua bilangan tersebut adalah 1 dan 6. Maka nilai koefisien x , yakni b dapat dijabarkan sebagai berikut.

$$\begin{aligned} 2x^2 + 7x + 3 &= 2x^2 + \dots + 3 \\ &= 2x^2 + 1x + 6x + 3 && \text{jabarkan } 7x \text{ menjadi hasil penjumlahan } 1x + 6x \\ &= (2x^2 + 1x) + (6x + 3) && \text{beri tanda kurung} \\ &= x(2x + 1) + 3(2x + 1) && \text{faktorkan bentuk aljabar dalam kurung} \\ &= (x + 1)(2x + 1) && \text{gunakan sifat distributif} \end{aligned}$$

Sehingga, untuk menentukan akar-akar persamaan kuadrat $2x^2 + 7x + 3 = 0$ dapat dengan mudah diselesaikan.

$$\begin{aligned} 2x^2 + 7x + 3 &= 0 \\ (x + 1)(2x + 1) &= 0 && \text{faktorkan} \\ (x + 1) = 0 \text{ atau } (2x + 1) = 0 &&& \text{faktor nol} \\ x = -1 \text{ atau } x = -\frac{1}{2} &&& \text{selesaikan} \end{aligned}$$

Jadi, akar-akar persamaan kuadrat $2x^2 + 7x + 3 = 0$ adalah $x_1 = -1$ atau $x_2 = -\frac{1}{2}$. Dengan kata lain,

himpunan penyelesaian dari persamaan kuadrat $2x^2 + 7x + 3 = 0$ adalah $\{-1, -\frac{1}{2}\}$.

Minta siswa untuk memperhatikan contoh persamaan kuadrat dengan nilai $a \neq 1$. Diskusikan dengan siswa perbedaan strategi yang dilakukan untuk menentukan akar persamaan kuadrat dengan $a = 1$.

Contoh 2.6

Tentukan akar-akar persamaan kuadrat $6x^2 + x - 15 = 0$

Penyelesaian

$$6x^2 + x - 15 = 0$$
$$6x^2 + 1x - 15 = 0$$

$$6x^2 - 9x + 10x - 15 = 0$$
$$(6x^2 - 9x) + (10x - 15) = 0$$
$$3x(2x - 3) + 5(2x - 3) = 0$$
$$(3x + 5)(2x - 3) = 0$$
$$3x + 5 = 0 \text{ atau } 2x - 3 = 0$$
$$x = -\frac{5}{3} \text{ atau } x = \frac{3}{2}$$

tulis persamaan
kalikan 6 dengan (-15) , hasilnya adalah 90. Dua bilangan lain yang dikalikan menghasilkan 90 dan jika dijumlahkan menghasilkan 1 adalah -9 dan 10 .
ubah $1x$ menjadi $-9x + 10x$
beri tanda kurung
faktorkan bentuk aljabar dalam kurung
gunakan sifat distributif
faktor nol
selesaikan

Jadi, akar-akar persamaan kuadrat $6x^2 + x - 15 = 0$ adalah $x_1 = -\frac{5}{3}$ atau $x_2 = \frac{3}{2}$. Dengan kata lain,

himpunan penyelesaian dari persamaan kuadrat $6x^2 + x - 15 = 0$ adalah $\{-\frac{5}{3}, \frac{3}{2}\}$.

Ayo Kita Menalar

Menentukan Persamaan Kuadrat Baru

Setelah kalian mempelajari bagaimana menentukan akar-akar persamaan kuadrat, ada kalanya kalian membuat persamaan baru yang sudah diketahui nilai akar-akarnya.

Misalkan persamaan kuadrat baru memiliki akar-akar p dan q . Maka, dapat dinyatakan bahwa $x = p$ dan $x = q$.

$x = p$ dapat ditulis $x - p = 0$, dan $x = q$ dapat ditulis $x - q = 0$. Sehingga persamaan kuadrat yang dibentuk adalah

$$(x - p)(x - q) = 0$$
$$x^2 - px - qx - pq = 0$$
$$x^2 - (px + qx) - pq = 0$$
$$x^2 - (p + q)x - pq = 0$$

Jadi, persamaan kuadrat yang sudah diketahui akar-akarnya p dan q adalah $x^2 - (p + q)x - pq = 0$

Ayo Kita Menalar

Ajak siswa untuk mengamati langkah-langkah menentukan persamaan kuadrat jika yang diketahui adalah akar-akar persamaannya.

 **Contoh 2.7**

Persamaan kuadrat yang akar-akarnya 5 dan -2 adalah ...

 **Penyelesaian**

Misal akar-akar yang diketahui adalah $x_1 = 5$ dan $x_2 = -2$, maka dapat dinyatakan dalam bentuk $x - 5 = 0$ dan $x + 2 = 0$. Sehingga, persamaan kuadrat yang dibentuk adalah

$$(x - 5)(x + 2) = 0$$

$$x^2 + 2^2 - 5x - 10 = 0$$

$$x^2 - 3x - 10 = 0$$

Jadi, persamaan kuadrat yang akar-akarnya 5 dan -2 adalah $x^2 - 3x - 10 = 0$.

 **Contoh 2.8**

Persamaan kuadrat $x^2 - 5x + 6 = 0$ mempunyai akar-akar p dan q .

Tentukan persamaan kuadrat baru yang akar-akarnya $p - 3$ dan $q - 3$.

 **Alternatif Penyelesaian**

Misalkan $p - 3 = x_1$ dan $q - 3 = x_2$ adalah persamaan kuadrat yang baru.

Langkah 1 : Menentukan akar-akar persamaan kuadrat

$$x^2 - 5x + 6 = 0$$

tulis persamaan

$$x^2 - 3x - 2x + 6 = 0$$

jabarkan $-5x$ menjadi $-3x - 2x$. Karena dua bilangan yang jika dikalikan hasilnya 6 dan jika dijumlahkan hasilnya -5 adalah -3 dan -2 .

$$(x^2 - 3x) - (2x + 6) = 0$$

beri tanda kurung

$$x(x - 3) - 2(x + 3) = 0$$

faktorkan bentuk aljabar dalam kurung

$$(x - 2)(x - 3) = 0$$

gunakan sifat distributif

$$x - 2 = 0 \text{ atau } x - 3 = 0$$

faktor nol

$$x = 2 \text{ atau } x = 3$$

selesaikan

Akar-akar persamaan kuadrat $x^2 - 5x + 6 = 0$ adalah p dan q , maka $p = 2$ dan $q = 3$.

Langkah 2: Menentukan akar-akar persamaan kuadrat baru

Akar-akar persamaan kuadrat $x^2 - 5x + 6 = 0$ adalah p dan q , maka $p = 2$ dan $q = 3$.

Sehingga akar-akar persamaan kuadrat yang baru adalah $x_1 = p - 3 = 2 - 3 = -1$ dan $x_2 = q - 3 = 3 - 3 = 0$

Minta siswa untuk memperhatikan Contoh 2.7 dan 2.8 dan penyelesaiannya. Diskusikan dengan siswa perbedaan strategi yang dilakukan untuk menentukan persamaan kuadrat.

Sedikit Informasi

Minta siswa untuk mengamati informasi tentang jumlah dan hasil kali akar-akar persamaan kuadrat.

Ayo Kita Berbagi

1. Ajak siswa untuk menukarkan hasil penalarannya dengan teman sebangkunya.
2. Mintalah mereka memeriksa apakah kedua jawabannya memiliki makna yang sama. Secara santun, persilahkan mereka saling berkomentar, menanggapi komentar, memberikan usul dan menyepakati kalimat-kalimat yang paling tepat

Langkah 3: Menentukan persamaan kuadrat baru

Persamaan kuadrat baru dengan akar-akar x_1 dan x_2 adalah

$$(x - x_1)(x - x_2) = 0$$

$$(x - (-1))(x - 0) = 0 \quad \text{substitusi } x_1 \text{ dan } x_2$$

$$(x + 1)(x) = 0 \quad \text{ sederhanakan}$$

$$x^2 + x = 0 \quad \text{gunakan sifat distributif}$$

Jadi, persamaan kuadrat baru yang akar-akarnya $p - 3$ dan $q - 3$ adalah $x^2 + x = 0$.

Masalah 2.1

Wuri dan Edi menyelesaikan sebuah persamaan kuadrat. Dalam menyelesaikan, Wuri membuat kesalahan dalam menulis konstanta dan dia memperoleh akar-akar 2 dan 6. Sedangkan Edi membuat kesalahan dalam menulis koefisien x dan memperoleh akar-akar -7 dan -1 . Bagaimanakah bentuk persamaan kuadrat yang diselesaikan Wuri dan Edi?

Sedikit Informasi

Jika x_1 dan x_2 merupakan akar-akar persamaan kuadrat $ax^2 + bx + c = 0$, maka jumlah akar-akarnya yakni $x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$ dan hasil kali kedua akarnya, $x_1 \times x_2 = \frac{c}{a}$.

- a. Jumlah dan hasil kali akar-akar dari persamaan kuadrat $x^2 - 6x + 8 = 0$ berturut-turut adalah 6 dan 8.
- b. Jika jumlah akar-akar sebuah persamaan kuadrat adalah $-2\frac{1}{2}$ dan hasil kali kedua akarnya adalah $-\frac{3}{2}$, maka persamaan kuadrat itu adalah $2x^2 + 5x - 3 = 0$.

Ayo Kita Berbagi

Selesaikanlah Masalah 2. 3 dalam kegiatan bernalar dan selidikilah kebenaran dari masalah dalam Sedikit Informasi. Setelah selesai menjawab, tukarkan hasil kerja kalian dengan teman sebangku. Periksa periksa kebenaran penyelesaiannya dan jawabannya.

48 Kelas VIII SMP/MTs Semester 2



Latihan 2.1

- Tentukan akar persamaan berikut.
 - $3x - 12$
 - $x^2 + 7x + 6$
 - $-3x^2 - 5x + 2$
- Nyatakan persamaan $3(x^2 + 1) = x(x - 3)$ dalam bentuk umum persamaan kuadrat.
- Akar-akar persamaan $3x^2 - 12x + 2 = 0$ adalah α dan β . Tentukan persamaan kuadrat baru yang akar-akarnya $(\alpha + 2)$ dan $(\beta + 2)$.
- Jika p dan q adalah akar-akar persamaan $x^2 - 5x - 1 = 0$, maka persamaan kuadrat baru yang akar-akarnya $2p + 1$ dan $2q + 1$.
- Diketahui akar-akar persamaan kuadrat $2x^2 - 4x + 1 = 0$ adalah m dan n . Tentukan persamaan kuadrat baru yang akar-akarnya $m + n$ dan $m \times n$.
- Penggunaan pemfaktoran sebagai berikut untuk menjawab soal 6a. – 6f.

$ax^2 + bx = 0$	$ax^2 - bx = 0$
$x(ax + b) = 0$	$x(ax - b) = 0$
$x = 0$ atau $ax + b = 0$	$x = 0$ atau $ax - b = 0$
$x = 0$ atau $x = -\frac{b}{a}$	$x = 0$ atau $x = \frac{b}{a}$

 - Tentukan himpunan penyelesaian persamaan $3x^2 - 12x = 0$.
 - Tentukan himpunan penyelesaian dari persamaan kuadrat $36x^2 + 12x = 0$.
 - Tentukan nilai x yang memenuhi persamaan kuadrat $x^2 - x = 7x - x^2$.
 - Tentukan himpunan penyelesaian dari $3(x - 2) = (x + 2)(4x - 3)$
 - Jumlah semua akar persamaan $\frac{a}{4} = \frac{a^2 - 2a}{12}$
 - Jumlah kuadrat akar-akar persamaan $2(x - 1) + 2 = x(x + 1)$
- Tentukan nilai p yang memenuhi $x_1 - x_2 = 2$ dengan x_1 dan x_2 merupakan akar-akar persamaan $2x^2 - 8x - p = 0$.
- Tentukan persamaan kuadrat yang akar-akarnya berkebalikan dengan akar-akar persamaan $5x^2 - 4x - 3 = 0$.



Latihan

Berikan tugas kepada siswa untuk mengerjakan Latihan 2.1 secara mandiri dan mengumpulkannya kepada guru.

Setelah Pelaksanaan Pembelajaran

- Periksalah apakah semua siswa sudah mampu mengidentifikasi persamaan kuadrat, memfaktorkan dan menentukan akar-akar persamaan kuadrat.
- Mintalah siswa untuk melakukan refleksi dan menuliskan hal penting dari apa yang telah dipelajarinya



Membelajarkan 2.2

Menentukan Akar Persamaan Kuadrat dengan Melengkapkan Kuadrat Sempurna

Kegiatan Sebelum Pembelajaran

1. Amati dan kenali terlebih dahulu ciri-ciri persamaan kuadrat yang dapat menggunakan metode melengkapkan kuadrat sempurna dalam menentukan akar persamaan kuadrat.
2. Buat siswa menjadi kelompok berpasangan untuk mempermudah pengamatan guru.
3. Identifikasi siswa-siswa yang biasanya agak sulit membuat pertanyaan.
4. Identifikasi pula bentuk bantuan apa yang perlu diberikan agar siswa mampu membuat pertanyaan dan bernalar.

Kenalkan kepada siswa tentang sifat akar pada persamaan kuadrat beserta contohnya sebelum melakukan pembahasan tentang cara menentukan akar persamaan kuadrat dengan cara melengkapkan kuadrat sempurna.



Kegiatan 2.2

Menentukan Akar Persamaan Kuadrat dengan Melengkapkan Kuadrat Sempurna

Selain menentukan akar persamaan dengan cara memfaktorkan, kalian dapat memperluas teknik penyelesaian persamaan kuadrat dengan cara melengkapkan kuadrat sempurna. Sebelum mempelajari lebih lanjut, kalian perlu mengenal terlebih dahulu tentang sifat akar.

Contoh 2.9

1. Akar persamaan kuadrat $x^2 = 9$
Ekuivalen dari persamaan kuadrat $x^2 = 9$ adalah $x = \sqrt{9}$ atau $x = -\sqrt{9}$
Dapat disederhanakan menjadi $x = 3$ atau $x = -3$

Jika $x^2 = k$, dimana k sebarang bilangan real maka, $x = \sqrt{k}$ atau $x = -\sqrt{k}$

2. Akar persamaan $(x + 5)^2 = 16$
Sesuai sifat akar kuadrat maka diperoleh $x + 5 = \pm 4$
Sehingga, $x = \pm 4 - 5$ yang menunjukkan ada dua akar, yaitu
 $x = 4 - 5$ atau $x = -4 - 5$
 $x = -1$ atau $x = -9$

Masalah 2.2

Metode yang telah kalian pelajari sebelumnya relatif mudah untuk diterapkan. Akan tetapi tidak semua persamaan kuadrat dapat diselesaikan secara langsung menggunakan metode tersebut. Sehingga kita harus mengembangkan metode penyelesaian persamaan kuadrat yang lain. Ayo amati kegiatan berikut.

1. $x^2 - 4 = 0$
2. $x^2 + 10x + 25 = 0$
3. $x^2 - 9 = 0$
4. $x^2 + 5x + 4 = 0$
5. $x^2 - 36 = 0$
6. $2x^2 + 7x + 3 = 0$

Alternatif Pemecahan Masalah

Untuk menyelesaikan masalah di atas, ayo amati kegiatan berikut.



**Ayo
Kita Amati**

1. Arahkan siswa untuk mengamati cara menentukan akar persamaan kuadrat dengan cara melengkapkan kuadrat sempurna yang tersaji pada Tabel 2.4.
2. Berikan beberapa pancingan pertanyaan tentang cara penyelesaian persamaan kuadrat dengan cara melengkapkan kuadrat sempurna yang tersaji pada Tabel 2.4 dan memastikan siswa mengamati konsep dengan benar.



Uraian berikut ini merupakan cara lain yang dapat kalian gunakan untuk menentukan akar yang memenuhi persamaan kuadrat. Coba perhatikan dengan seksama.

Tabel 2.4. Menentukan akar persamaan kuadrat dengan cara melengkapkan kuadrat sempurna.

Bentuk $x^2 - b^2 = 0$	Bentuk $ax^2 + bx + c = 0$
1) $x^2 - 4 = 0$ $x^2 = 4$ $x = \sqrt{4}$ $x = \pm 2$ $x_1 = 2$ atau $x_2 = -2$ Jadi, himpunan penyelesaiannya adalah $\{2, -2\}$	1) $x^2 + 10x + 25 = 0$ $x^2 + 10x = -25$ $x^2 + 10x + \left(\frac{10}{2}\right)^2 = -25 + \frac{100}{4}$ $(x + 5)^2 = 0$ $(x + 5) = \pm \sqrt{0}$ $x + 5 = 0$ $x = -5$ $x_1 = x_2 = -5$ Jadi, himpunan penyelesaiannya adalah $\{-5, -5\}$
2) $x^2 - 9 = 0$ $x^2 = 9$ $x = \sqrt{9}$ $x = \pm 3$ $x_1 = 3$ atau $x_2 = -3$ Jadi, himpunan penyelesaiannya adalah $\{3, -3\}$	2) $x^2 + 5x + 4 = 0$ $x^2 + 5x = -4$ $x^2 + 5x + \left(\frac{5}{2}\right)^2 = -4 + \frac{25}{4}$ $\left(x + \frac{5}{2}\right)^2 = \frac{-16 + 25}{4}$ $\left(x + \frac{5}{2}\right)^2 = \frac{9}{4}$ $\left(x + \frac{5}{2}\right) = \pm \sqrt{\frac{9}{4}}$ $\left(x + \frac{5}{2}\right) = \pm \frac{3}{2}$ $x_1 = -\frac{5}{2} + \frac{3}{2} = -1$ $x_2 = -\frac{5}{2} - \frac{3}{2} = -4$ $x_1 = -1$ atau $x_2 = -4$ Jadi, himpunan penyelesaiannya adalah $\{-1, -4\}$

Bentuk $x^2 - b^2 = 0$	Bentuk $ax^2 + bx + c = 0$
3) $x^2 - 36 = 0$ $x^2 = 36$ $x = \sqrt{36}$ $x = \pm 6$ $x_1 = 6$ atau $x_2 = -6$ Jadi, himpunan penyelesaiannya adalah $\{6, -6\}$	3) $2x^2 + 7x + 3 = 0$ $2x^2 + 7x = -3$ $x^2 + x = -\frac{3}{2}$ $x^2 + \frac{7}{2}x + \left(\frac{7}{4}\right)^2 = -\frac{3}{2} + \frac{49}{16}$ $\left(x + \frac{7}{4}\right)^2 = \frac{-24 + 49}{16}$ $\left(x + \frac{7}{4}\right)^2 = \frac{25}{16}$ $\left(x + \frac{7}{4}\right) = \pm \sqrt{\frac{25}{16}}$ $x + \frac{7}{4} = \pm \frac{5}{4}$ $x_1 = -\frac{7}{4} + \frac{5}{4} = -\frac{1}{2}$ $x_2 = -\frac{7}{4} - \frac{5}{4} = -3$ $x_1 = -\frac{1}{2}$ atau $x_2 = -3$ Jadi, himpunan penyelesaiannya adalah $\left\{-\frac{1}{2}, -3\right\}$

Ayo Kita Menanya

Terkait dengan fokus perhatian di atas, coba buatlah pertanyaan yang memuat suatu persamaan kuadrat $x^2 - b^2 = 0$ dan $ax^2 + bx + c = 0$ dengan a , b , dan c tertentu (kalian tentukan sendiri).

Misal: Jika terdapat persamaan kuadrat $x^2 - 5x + 7 = 1$.
 "manakah cara yang paling mudah untuk menentukan nilai dari persamaan kuadrat tersebut antara menggunakan cara memfaktorkan dengan cara melengkapkan kuadrat sempurna?"

Ayo Kita Menggali Informasi

Untuk memperkuat pemahaman kalian tentang persamaan kuadrat, coba kalian gali beberapa informasi dari buku referensi matematika atau internet tentang hal berikut.

1. Carilah persamaan kuadrat (minimal 3) yang mempunyai akar -1 dan 1 .
2. Cara menentukan akar persamaan kuadrat dengan rumus kuadrat.

Ayo Kita Menanya

Minta siswa untuk menanyakan dan menulis hal yang ingin mereka ketahui dari Ayo Kita Mengamati. Diskusikan pertanyaan yang telah diajukan siswa. Pilih pertanyaan yang sesuai dengan masalah. Seandainya tidak ada siswa yang mengajukan pertanyaan, berikan pertanyaan tentang melengkapkan kuadrat sempurna.

Bentuk $x^2 - b^2 = 0$	Bentuk $ax^2 + bx + c = 0$
3) $x^2 - 36 = 0$ $x^2 = 36$ $x = \sqrt{36}$ $x = \pm 6$ $x_1 = 6$ atau $x_2 = -6$ Jadi, himpunan penyelesaiannya adalah $\{6, -6\}$	3) $2x^2 + 7x + 3 = 0$ $2x^2 + 7x = -3$ $x^2 + x = -\frac{3}{2}$ $x^2 + \frac{7}{2}x + \left(\frac{7}{4}\right)^2 = -\frac{3}{2} + \frac{49}{16}$ $\left(x + \frac{7}{4}\right)^2 = \frac{-24 + 49}{16}$ $\left(x + \frac{7}{4}\right)^2 = \frac{25}{16}$ $\left(x + \frac{7}{4}\right) = \pm \sqrt{\frac{25}{16}}$ $x + \frac{7}{4} = \pm \frac{5}{4}$ $x_1 = -\frac{7}{4} + \frac{5}{4} = -\frac{1}{2}$ $x_2 = -\frac{7}{4} - \frac{5}{4} = -3$ $x_1 = -\frac{1}{2}$ atau $x_2 = -3$ Jadi, himpunan penyelesaiannya adalah $\{-\frac{1}{2}, -3\}$

Ayo Kita Menanya

Terkait dengan fokus perhatian di atas, coba buatlah pertanyaan yang memuat suatu persamaan kuadrat $x^2 - b^2 = 0$ dan $ax^2 + bx + c = 0$ dengan a , b , dan c tertentu (kalian tentukan sendiri).

Misal: Jika terdapat persamaan kuadrat $x^2 - 5x + 7 = 1$.

"manakah cara yang paling mudah untuk menentukan nilai dari persamaan kuadrat tersebut antara menggunakan cara memfaktoran dengan cara melengkapkan kuadrat sempurna?"

Ayo Kita Menggali Informasi

Untuk memperkuat pemahaman kalian tentang persamaan kuadrat, coba kalian gali beberapa informasi dari buku referensi matematika atau internet tentang hal berikut.

1. Carilah persamaan kuadrat (minimal 3) yang mempunyai akar -1 dan 1 .
2. Cara menentukan akar persamaan kuadrat dengan rumus kuadrat.

Ayo Kita Menanya

Suruh siswa untuk menanyakan dan menulis hal yang ingin mereka ketahui dari Ayo Kita Mengamati. Diskusikan pertanyaan yang telah diajukan siswa. Pilih pertanyaan yang sesuai dengan masalah. Seandainya tidak ada siswa yang mengajukan pertanyaan, berikan pertanyaan tentang melengkapi kuadrat sempurna.

Menggali Informasi

1. Mintalah siswa pergi ke perpustakaan untuk mencari informasi dari buku referensi Matematika atau internet.
2. Arahkan siswa untuk bekerja dan memanfaatkan waktu dengan sebaik mungkin, kemudian kembali ke kelas dan periksa apakah pertanyaan sudah dijawab dengan lengkap dan sesuai.
 - a. $x^2 - 1 = 0$, $4x^2 - 4 = 0$
 - b. Cara menentukan akar persamaan kuadrat dengan rumus kuadrat.
3. Mintalah siswa menuliskan informasi yang diperolehnya pada buku tulis.
4. Periksalah apakah informasi yang diperoleh siswa tersebut telah sesuai/benar.

Pembuktian Rumus Kuadrat

Dari bentuk umum persamaan kuadrat

$$ax^2 + bx + c = 0$$

Bagi kedua ruas untuk mendapatkan $a = 1$

$$\frac{a}{a}x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a} = 0$$

Tambahkan kedua ruas dengan $-\frac{c}{a}$

$$x^2 + \frac{b}{a}x = -\frac{c}{a}$$

Dengan teknik melengkapkan kuadrat di ruas kiri diperoleh

$$\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{b^2}{4a^2} = -\frac{c}{a}$$

Tambahkan kedua ruas dengan $\frac{b^2}{4a^2}$

$$\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 = \frac{b^2}{4a^2} - \frac{c}{a}$$

Lalu samakan penyebut di ruas kanan

$$\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 = \frac{b^2 - 4ac}{4a^2}$$

Kedua ruas diakar (dipangkatkan setengah)

$$x + \frac{b}{2a} = \pm \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Tambahkan kedua ruas dengan $-\frac{b}{2a}$

$$x = -\frac{b}{2a} \pm \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Sehingga didapat rumus kuadrat

$$x_{1,2} = -\frac{b}{2a} \pm \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$



Mungkin kalian pernah mendengar kata **Diskriminan**. Diskriminan (D) pada persamaan kuadrat $ax^2 + bx + c = 0$ dengan $a \neq 0$? yaitu $D = b^2 - 4ac$



Tentukan diskriminan dan pada persamaan kuadrat berikut.

- a. $x^2 + 2x - 8 = 0$
b. $-2x^2 + 3x + 5 = 0$



Diskriminan $D = b^2 - 4ac$

a. $D = 2^2 - 4 \times 1 \times (-8)$ b. $D = (-3)^2 - 4 \times 2 \times 5$
 $= 4 + 32$ $= 9 - 40$
 $= 36$ ($D > 0$) $= -31$ ($D < 0$)

Kalian dapat mengidentifikasi jenis selesaian pada suatu persamaan kuadrat dengan memperhatikan diskriminannya.



Berdasarkan hasil pengamatan kalian dan informasi yang kalian dapatkan. Gunakan nalar kalian untuk memperdalam pemahaman, ayo nalarkan hal berikut. Lengkapi tabel berikut.

Tabel 2.5. Diskriminan dan selesaian akar persamaan kuadrat.

Persamaan kuadrat	Diskriminan	Himpunan Selesaian
$x^2 + 5x + 6 = 0$	1	$\{-2, -3\}$
$2x^2 - 5x - 3 = 0$
$x^2 + 2x + 1 = 0$	0	$\{-1\}$
$x^2 - 4 = 0$...	$\{2, -2\}$
$9x^2 - 6x + 1 = 0$	0	...
$x^2 + x + 1 = 0$	-3	$\{ \}$
$2x^2 + 2x + 1 = 0$

Kelompokkan jenis-jenis selesaian persamaan kuadrat yang kalian temukan berdasarkan diskriminannya.

Tuliskan kesimpulan yang kalian peroleh pada buku tulis kalian.



- Berikan siswa kesempatan untuk memahami informasi yang tersaji tentang Diskriminan pada persamaan kuadrat.
- Mintalah siswa memperhatikan contoh dan penyelesaian dari masalah yang berkaitan dengan diskriminan.



- Dari hasil menggali informasi, arahkan siswa untuk menalaran sajian pada tabel dan melengkapi kolom yang masih kosong, sehingga diperoleh kesimpulan yang tepat, yaitu
 Jika $D > 1$ maka punya 2 akar real dan berbeda
 Jika $D = 0$ maka punya 1 akar real
 Jika $D < 0$ maka tidak punya akar real
- Mintalah siswa menuliskan hasil penalarannya pada lembar kerja.



Ayo Kita Berbagi

1. Ajak siswa untuk menukarkan hasil penalarannya dengan teman sebangkunya.
2. Mintalah mereka memeriksa apakah kedua jawabannya memiliki makna yang sama. Secara santun, persilahkan mereka saling berkomentar, menanggapi komentar, memberikan usul dan menyepakati kalimat-kalimat yang paling tepat



Latihan

Minta siswa untuk menyelesaikan soal Latihan 2.2 dan di bahas di kelas dengan menunjuk salah satu siswa, sedang siswa yang lain diminta menanggapi dengan santun. Begitu seterusnya untuk nomor soal lainnya. Lakukan diskusi baik secara klasikal maupun kelompok untuk mengetahui berbagai cara yang digunakan siswa. Perhatikan siswa yang masih menggunakan penalaran intuitifnya, namun jangan pernah menyalahkannya.



Ayo Kita Berbagi

Setelah kalian menuliskan pengamatanmu, silahkan berbagi dengan teman sebangku. Periksa apakah keduanya memiliki makna yang sama. Secara santun, silahkan saling berkomentar, menanggapi komentar, memberikan usul dan menyepakati kalimat-kalimat yang paling tepat.



Latihan 2.2

1. Tentukan akar persamaan berikut.
 - a. $x^2 - 1 = 0$
 - b. $4x^2 + 4x + 1 = 0$
 - c. $-3x^2 - 5x + 2 = 0$
 - d. $2x^2 - x - 3 = 0$
 - e. $x^2 - x + \frac{1}{4} = 0$
2. Tentukan nilai diskriminan pada setiap persamaan no. 1.
3. Jika nilai diskriminan persamaan kuadrat $3x^2 - 5x + c = 0$ adalah 49, maka tentukan nilai c .
4. Persamaan $2x^2 + qx + (q - 1) = 0$ mempunyai akar - akar x_1 dan x_2 .
Jika $x_1^2 + x_2^2 = 4$, maka tentukan nilai q .
5. Persamaan $(1 - m)x^2 + (8 - 2m)x + 12 = 0$ mempunyai akar kembar, maka nilai m .
6. Jika salah satu akar persamaan kuadrat $2x^2 - (3\alpha - 1)x + 5\alpha + 4 = 0$ adalah 2, berapakah nilai α ?

Setelah Pelaksanaan Pembelajaran

1. Periksalah apakah semua siswa sudah mampu menentukan akar persamaan kuadrat dengan melengkapi kuadrat sempurna.
2. Mintalah siswa untuk melakukan refleksi dan menuliskan hal penting dari apa yang telah dipelajarinya.



Membelajarkan 2.3

Penerapan Persamaan Kuadrat Dalam Masalah Nyata

Sebelum Pelaksanaan Kegiatan

1. Sediakan lembar kertas HVS untuk hasil kerja siswa.
2. Buatlah tayangan slide LCD untuk menampilkan contoh aplikasi persamaan kuadrat lainnya pada kehidupan nyata



Sedikit Informasi

1. Beri kesempatan siswa berdiskusi dalam kelompok untuk mengamati beberapa contoh aplikasi persamaan kuadrat dalam masalah nyata.
2. Ajak mereka melakukan refleksi terhadap contoh yang tersedia untuk memastikan siswa memahami contoh tersebut dengan baik.



Ayo Kita Amati

1. Beri kesempatan siswa berdiskusi dalam kelompok untuk mengamati beberapa contoh aplikasi persamaan kuadrat dalam masalah nyata.
2. Ajak mereka melakukan refleksi terhadap contoh yang tersedia untuk memastikan siswa memahami contoh tersebut dengan baik.
3. Berikan contoh masalah lain yang setara melalui slide LCD dan minta siswa mencoba menyelesaikannya.



Sedikit Informasi

Penerapan Persamaan Kuadrat dalam Masalah Nyata

Kalian telah mempelajari tentang persamaan kuadrat. Coba aplikasikan persamaan kuadrat tersebut untuk menyelesaikan masalah sehari-hari. Amatilah contoh berikut.



Masalah 2.3

Luas sebidang tanah berbentuk persegi panjang adalah 4.320 m^2 . Jika panjang tanah itu 12 m lebih panjang daripada lebarnya, berapakah panjang dan lebar sebidang tanah tersebut?



Alternatif Pemecahan Masalah

Misalnya panjang tanah = p meter
 lebar tanah = x meter
 maka $p = (12 + x)$ meter

$$\begin{aligned} \text{Luas tanah} &= x \times p \\ 4.320 &= x \times p \\ 4.320 &= x \times (12 + x) \\ x^2 + 12x - 4320 &= 0 \\ (x + 72)(x - 60) &= 0 \\ x + 72 = 0 &\text{ atau } x - 60 = 0 \\ x_1 = -72 &\text{ atau } x_2 = 60 \end{aligned}$$

Karena ukuran panjang pada sebidang tanah tidak pernah negatif, maka x yang memenuhi adalah $x = 60$.

Untuk $x = 60$ maka panjang tanah adalah $x + 12 = 72$

Jadi, panjang dan lebar tanah tersebut adalah 72 meter dan 60 meter.



Masalah 2.4

Keliling suatu taman kota yang berbentuk persegi panjang adalah 90 m. Jika luas taman 450 m^2 , berapa panjang dan lebarnya?





Alternatif Pemecahan Masalah

Misalnya panjang tanah = p meter

$$\text{panjang} + \text{lebar} = \frac{1}{2} \text{ keliling}$$

$$\text{maka } p = (12 + x) \text{ meter}$$

$$\text{lebar} = 45 - p$$

Persamaan : Panjang \times lebar = Luas

$$p(45 - p) = 450$$

$$45p - p^2 = 450$$

$$p^2 - 45p + 450 = 0$$

$$(p - 15)(p - 30) = 0$$

$$p - 15 = 0 \text{ atau } p - 30 = 0$$

$$p = 15 \text{ atau } p = 30$$

Untuk $p = 15$, maka lebar adalah $45 - 15 = 30$

Untuk $p = 30$, maka lebar adalah $45 - 30 = 15$

Jadi panjang dan lebar taman kota adalah 30 m dan 15 m.



Contoh 2.11

Jika saya menambahkan 6 cm pada salah satu sisi suatu persegi, dan menambahkan 4 cm pada sisi yang lain, saya memperoleh persegipanjang yang luasnya sama dengan dua kali luas persegi semula. Berapakah panjang sisi persegi semula?



Penyelesaian

Jika kita misalkan panjang sisi persegi semula adalah s , maka informasi yang kita dapatkan dapat dinyatakan sebagai berikut.

$$(s + 6) \times (s + 4) = 2 \times s^2$$

$$s^2 + 10s + 24 = 2s^2$$

$$0 = s^2 - 10s - 24$$

$$0 = (s - 12)(s + 2)$$

$$s - 12 = 0 \text{ atau } s + 2 = 0$$

$$s = 12 \text{ atau } s = -2$$

karena ukuran panjang tidak mungkin negatif, maka panjang persegi semula adalah 12 cm.

Ajak siswa untuk menentukan model persamaan kuadrat dan langkah-langkah dalam menentukan selesiannya.



Tugas Projek 2

Carilah teman pasangan untuk mendiskusikan tugas berikut.

Temukan 3 masalah lain yang terkait persamaan kuadrat dan selesaikannya dalam kehidupan sehari-hari.

Tuliskan jawaban kalian pada lembar kertas dengan rapi dan lengkap. Kemudian pajangkan hasil proyek kalian pada papan pemajangan.



Merangkum 2

Kalian telah mempelajari tentang persamaan kuadrat dan aplikasinya dalam kehidupan sehari-hari. Jawablah beberapa pertanyaan berikut untuk memantapkan hal penting yang perlu diperhatikan pada materi persamaan kuadrat.

1. Jelaskan dengan contoh soal tentang 3 cara untuk menentukan akar-akar persamaan kuadrat.
2. Jelaskan tentang deskriminan pada persamaan kuadrat.



Uji Kompetensi 2

Selesaikan soal berikut dengan teliti.

1. Ubahlah persamaan $3x^2 = 2x - 4$ dalam bentuk umum persamaan kuadrat.
2. Carilah himpunan penyelesaian dari persamaan kuadrat berikut.
 - a. $x^2 - 5x + 6 = 0$
 - b. $x^2 + 2x - 15 = 0$
 - c. $x^2 + 4x - 12 = 0$
3. Bagaimana bentuk persamaan kuadrat yang akar-akarnya 2 dan 5?
4. Nyatakan persamaan $2(x^2 + 1) = x(x + 3)$ dalam bentuk umum persamaan kuadrat.
5. Tentukan himpunan penyelesaian persamaan kuadrat $2x^2 - 5x - 3 = 0$, jika $x \in R$.
6. Jumlah dua bilangan cacah adalah 12. Jika hasil kali dua bilangan itu 35. Tentukan kedua bilangan cacah yang dimaksud.
7. Persamaan kuadrat $x^2 - 5x + 6 = 0$ mempunyai akar-akar x_1 dan x_2 . Persamaan kuadrat yang akar-akarnya $x_1 - 3$ dan $x_2 - 3$ adalah...

MATEMATIKA 57



Tugas Projek

1. Beri kebebasan siswa mencari pasangan teman untuk mengerjakan tugas projek.
2. Mintalah siswa menulis hasil karyanya pada lembar kertas dengan rapi dan lengkap.
3. Kemudian memajangkan hasil projek pada papan pemajangan.



Merangkum

Persamaan kuadrat dari variabel x mempunyai bentuk umum

$$ax^2 + bx + c = 0$$

dengan a, b, c , adalah konstanta real dan $a \neq 0$

- Nilai pengganti x yang menyebabkan pernyataan menjadi benar disebut akar atau penyelesaian dari persamaan kuadrat.
- Beberapa cara untuk menentukan akar-akar persamaan kuadrat :
 - a. Memfaktorkan, untuk bentuk persamaan kuadrat $ax^2 + bx + c = 0$ maka kita harus menentukan dua bilangan yang jika dijumlahkan hasilnya b dan dikalikan menghasilkan c .
 - b. Melengkapi kuadrat sempurna, merubah bentuk persamaan kuadrat menjadi bentuk kuadrat sempurna.
 - c. Rumus kuadratik
$$x = -\frac{b}{2a} \pm \frac{\sqrt{b^2 + 4ac}}{2a}$$

- *Diskriminan (D)* adalah istilah pada rumus kuadratik yang dapat menentukan jenis akar-persamaan kuadrat.

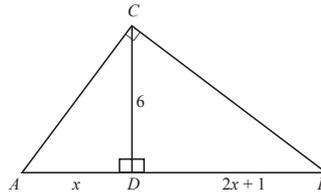
$$D = b^2 - 4ac$$

Jika $D > 0$ maka punya 2 akar real dan berbeda

Jika $D = 0$ maka punya 1 akar real (akar yang sama)

Jika $D < 0$ maka tidak punya akar real.

8. Akar-akar persamaan $2x^2 - 6x + 2m - 1 = 0$ adalah α dan β . Jika $\alpha = 2\beta$, maka nilai m adalah.....
9. Jika p dan q adalah akar-akar persamaan $x^2 - 5x - 1 = 0$, maka persamaan kuadrat baru yang akar-akarnya $2p + 1$ dan $2q + 1$ adalah...
10. Akar-akar persamaan kuadrat $x^2 + (a - 1)x + 2 = 0$ adalah α dan β .
Jika $\alpha = 2\beta$ dan $a > 0$ maka nilai a ?
11. perhatikan gambar di bawah ini.



Segitiga ACB siku-siku di C . Jika $BD = (2x + 1)$ cm, $AD = x$, dan $CD = 6$ cm, tentukan panjang BD .

12. Persamaan kuadrat $x^2 + ax - b = 0$ mempunyai akar-akar dengan perbandingan $x_1 : x_2 = 5 : 1$. jika $a + b = 1$, maka tentukan persamaan kuadrat yang akar-akarnya a dan $-b$.
13. Keliling sebuah kebun yang berbentuk persegi panjang adalah 70 m. Jika luas kebun tersebut adalah 300 m^2 , berapakah panjang diagonal kebun tersebut?



Sumber: untubogang.blogdetik.com

Dari uraian di atas, dapat disimpulkan bahwa persamaan kuadrat adalah persamaan yang mempunyai satu variabel berpangkat.

Setelah Pelaksanaan Pembelajaran

1. Siswa sudah mampu membuat model persamaan kuadrat dari suatu masalah dan menentukan akar-akar persamaannya dengan berbagai cara.
2. Mintalah siswa untuk melakukan refleksi dan menuliskan hal penting dari apa yang telah dipelajarinya.



Soal Pengayaan

- Ubahlah persamaan $2x^2 = 3x - 8$ ke dalam bentuk umum persamaan kuadrat.
- Carilah himpunan penyelesaian dari persamaan kuadrat berikut.
 - $x^2 - 5x + 6 = 0$
 - $x^2 + 2x - 15 = 0$
 - $x^2 + 4x - 12 = 0$
 - $2x^2 - 5x - 3 = 0$
- Bagaimana bentuk persamaan kuadrat yang akar-akarnya 2 dan 5?
- Nyatakan persamaan $2(x^2 + 1) = x(x + 3)$ ke dalam bentuk umum persamaan kuadrat !
- Tentukan himpunan penyelesaian persamaan kuadrat $2x^2 - 5x - 3 = 0$, jika $x \in \mathbb{R}$!
- Jumlah dua bilangan cacah adalah 12, jika hasil kali dua bilangan itu 35. Tentukan kedua bilangan cacah yang dimaksud !
- Persamaan kuadrat $x^2 - 5x + 6 = 0$ mempunyai akar-akar x_1 dan x_2 . Persamaan kuadrat yang akar- akarnya $x_1 - 3$ dan $x_2 - 3$ adalah...
 - $x^2 - 2x = 0$
 - $x^2 - 2x + 30 = 0$
 - $x^2 + x = 0$
 - $x^2 + x - 30 = 0$
 - $x^2 + x + 30 = 0$
- Akar-akar persamaan $2x^2 - 6x + 2m - 1 = 0$ adalah α dan β . Jika $\alpha = 2\beta$, maka nilai m adalah.....
 - 3
 - 5/2
 - 3/2
 - 2/3
 - 1/2
- Jika p dan q adalah akar-akar persamaan $x^2 - 5x - 1 = 0$, maka persamaan kuadrat baru yang akar-akarnya $2p + 1$ dan $2q + 1$ adalah.....
 - $x^2 + 10x + 11 = 0$
 - $x^2 - 10x + 7 = 0$
 - $x^2 - 10x + 11 = 0$
 - $x^2 - 12x + 7 = 0$
 - $x^2 - 12x - 7 = 0$

10. Akar-akar persamaan kuadrat $x^2 + (a - 1)x + 2 = 0$ adalah α dan β . Jika $\alpha = 2\beta$ dan $a > 0$ maka nilai $a = \dots$
- a. 2
b. 3
c. 4
d. 6
e. 8
11. Jika p dan q adalah akar-akar persamaan $x^2 - 5x - 1 = 0$, maka persamaan kuadrat baru yang akar-akarnya $2p + 1$ dan $2q + 1$ adalah....
- a. $x^2 + 10x = 11$
b. $x^2 - 10x + 7$
c. $x^2 - 10x + 11$
d. $x^2 - 12x + 7$
e. $x^2 - 12x - 7$
12. Akar-akar persamaan kuadrat $2x^2 + mx + 16 = 0$ adalah α dan β . Jika $\alpha = 2\beta$ dan α, β positif, maka nilai $m = \dots$
- a. -12
b. -6
c. 6
d. 8
e. 12
13. Akar-akar persamaan $3x^2 - 12x + 2 = 0$ adalah α dan β . Persamaan kuadrat baru yang akar- akarnya $(\alpha + 2)$ dan $(\beta + 2)$ adalah....
- a. $3x^2 - 24x + 38 = 0$
b. $3x^2 + 24x + 38 = 0$
c. $3x^2 - 24x - 38 = 0$
d. $3x^2 - 24x + 24 = 0$
e. $3x^2 - 24x - 24 = 0$
14. Persamaan kuadrat $x^2 - 5x + 6 = 0$ mempunyai akar-akar x_1 dan x_2 . Persamaan kuadrat yang akar- akarnya $x_1 - 3$ dan $x_2 - 3$ adalah ...
- a. $x^2 - 2x = 0$
b. $x^2 - 2x + 30 = 0$
c. $x^2 + x = 0$
d. $x^2 + x - 30 = 0$
e. $x^2 + x + 30 = 0$

15. Pak Musa mempunyai kebun berbentuk persegi panjang dengan luas 192 m^2 . Selisih panjang dan lebarnya adalah 4 m . Apabila disekeliling kebun dibuat jalan dengan lebar 2 m , maka luas jalan tersebut adalah ... m^2 .
- 96
 - 128
 - 144
 - 156
 - 168
16. Persamaan $2x^2 + qx + (q - 1) = 0$ mempunyai akar – akar x_1 dan x_2 . Jika $x_1^2 + x_2^2 = 4$, maka nilai $q = \dots$
- 6 dan 2
 - 6 dan -2
 - 4 dan 4
 - 3 dan 5
 - 2 dan 6
17. Jika nilai diskriminan persamaan kuadrat $2x^2 - 9x + c = 0$ adalah 121, maka $c = \dots$
- 8
 - 5
 - 2
 - 5
 - 8
18. Persamaan $(1 - m)x^2 + (8 - 2m)x + 12 = 0$ mempunyai akar kembar, maka nilai $m = \dots$
- 2
 - $-3/2$
 - 0
 - $3/2$
 - 2
19. Kemiringan garis yang melalui titik $(m, -6)$ dan $(7, 2m)$ adalah m . Berapakah nilai m ?
20. Jika a dan b merupakan akar-akar dari persamaan $x^2 + x + 1 = 0$, maka nilai dari $a^{2011} + b^{2011}$ adalah ...



Pedoman Penilaian

No	Aspek Penilaian	Capaian	Keterangan
1	Keterselesaian Buku Siswa	B-	Bila Buku Siswa terselesaikan dengan baik
		<B-	Bila ada bagian dari Buku Siswa yang tidak terselesaikan
2	Portofolio: a) Uji Kompetensi b) Soal dari tempat lain	A	Bila memilih soal dari Uji Kompetensi dengan kategori Sangat Sulit dan mampu menyelesaikannya dengan baik
		A-	Bila memilih soal dari Uji Kompetensi dengan kategori Sulit dan mampu menyelesaikannya dengan baik
		B+	Bila memilih soal dari Uji Kompetensi dengan kategori Sedang dan mampu menyelesaikannya dengan baik
		B	Bila memilih soal dari Uji Kompetensi dengan kategori Mudah dan mampu menyelesaikannya dengan baik
		B-	Bila memilih soal dari Uji Kompetensi dengan kategori Sangat Sulit dan kurang mampu menyelesaikannya dengan baik
		B, B-	Bila memilih soal dari Uji Kompetensi dengan kategori Sulit dan kurang mampu menyelesaikannya dengan baik
		B ⁺ , B, B-	Bila memilih soal dari Uji Kompetensi dengan kategori Sedang dan kurang mampu menyelesaikannya dengan baik
		A-, B ⁺ , B, B-	Bila memilih soal dari Uji Kompetensi dengan kategori Mudah dan kurang mampu menyelesaikannya dengan baik
		Tugas Proyek	A
	A-, B ⁺ , B		Bila ada bagian dari Proyek yang tidak terselesaikan atau kurang mampu mempresentasikan
B-	Bila Proyek tidak terselesaikan samasekali		

Keterangan: - Nilai KKM = B-

- Aspek penilaian Nomor 1 adalah syarat nilai yang harus terpenuhi, sedangkan Aspek penilaian Nomor 2 adalah penambahan nilai.



Bab 3

Lingkaran



Kata Kunci

- Lingkaran
- Busur
- Juring
- pi (π)



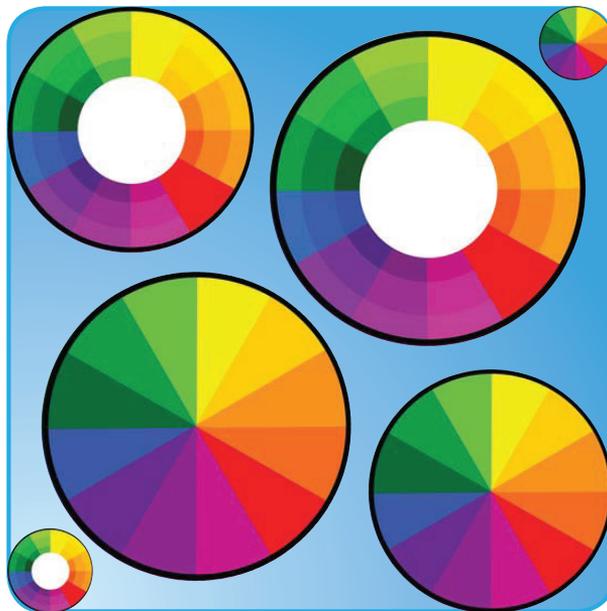
Kompetensi Dasar

1. Mengidentifikasi unsur, keliling, dan luas dari lingkaran.
2. Menentukan hubungan sudut pusat, panjang busur, dan luas juring.
3. Menyelesaikan permasalahan nyata yang terkait penerapan hubungan sudut pusat, panjang busur, dan luas juring.

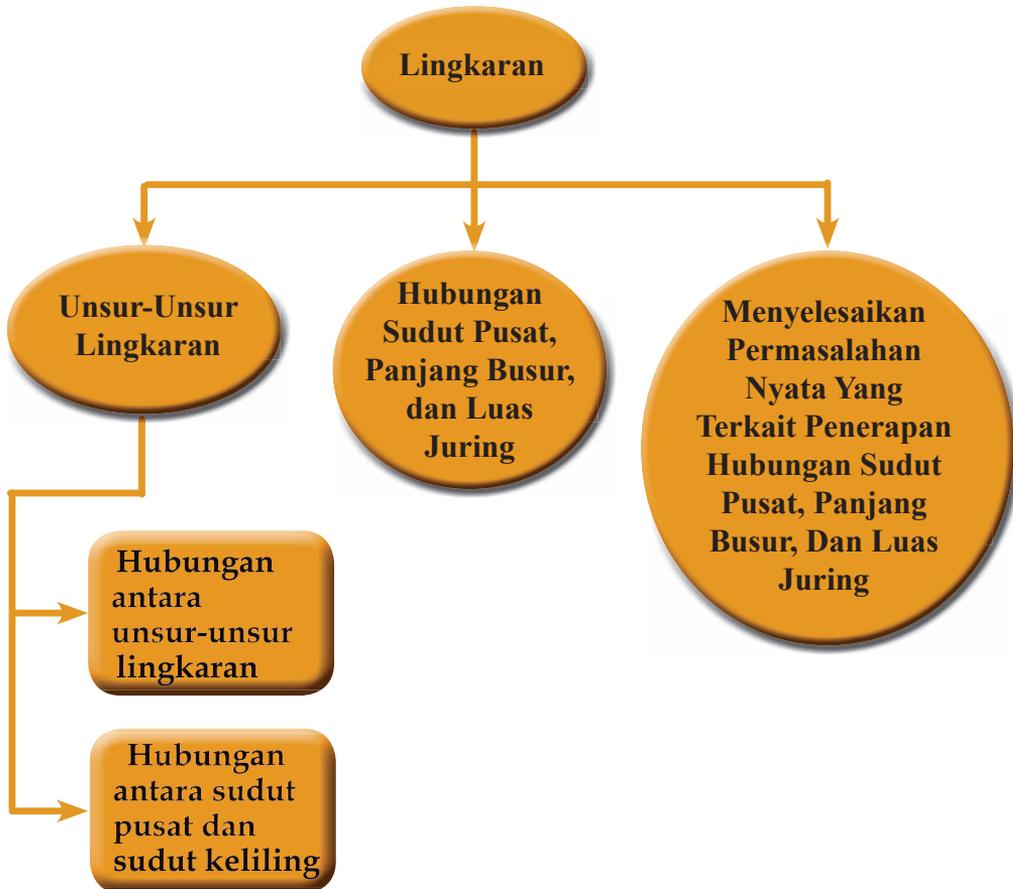


Pengalaman Belajar

1. Mengidentifikasi unsur-unsur lingkaran.
2. Memahami hubungan antar unsur pada lingkaran.
3. Mengidentifikasi luas juring dan panjang busur lingkaran.
4. Menentukan hubungan sudut pusat dengan panjang busur.
5. Menentukan hubungan sudut pusat dengan luas juring.
6. Menentukan hubungan sudut pusat dengan sudut keliling.
7. Menyelesaikan permasalahan nyata yang terkait penerapan hubungan sudut pusat, panjang busur, dan luas juring.



Lingkaran adalah salah satu bentuk geometri datar yang banyak kita temui dan kita manfaatkan dalam kehidupan sehari-hari. Lingkaran berguna dalam banyak bidang kehidupan, misal: olah raga, arsitektur, dan teknologi. Banyak alat olah raga yang memanfaatkan bentuk lingkaran seperti pada bentuk lapangan silat, papan target panahan, dan keranjang basket. Bagi seorang arsitek, bentuk lingkaran dinilai memiliki bentuk yang indah untuk mendekorasi rumah, maupun gedung perkantoran. Seperti bentuk pintu, jendela, atap rumah. Kemudian, pada bidang teknologi bentuk lingkaran juga sering kita jumpai, seperti roda mobil, roda motor, setir mobil memanfaatkan bentuk lingkaran.





**Zu Chongzhi
(429 - 500 M)**

Zu Chongzhi lahir di kota Jiankang (Nanjing), Tiongkok pada tahun 429M. Sejak kecil ia sangat cerdas dan suka pengetahuan di bidang matematika dan astronomi. Pada tahun 464, Zu Chongzhi mulai tertarik untuk menemukan bilangan π . Dari sekian ahli matematika Tiongkok yang berupaya menemukan bilangan π , Zu Chongzhi mampu menemukan bilangan yang paling akurat dengan π yang saat ini kita gunakan.

Sebelum Zu Chongzhi, ahli matematika Tiongkok Liu Hui mengajukan cara ilmiah untuk menghitung π , dengan panjang keliling poligon beraturan di dalam lingkaran untuk mendekati panjang keliling lingkaran yang asli. Dengan cara ini Liu Hui berhasil menemukan π sampai 4 angka dibelakang koma.

Sedangkan melalui penelitian pada

abad ke-50, Zu Chongzhi mampu menemukan bilangan π dengan ketelitian sampai 6 angka di belakang koma dibandingkan dengan bilangan π saat ini. Zu Chongzhi juga menemukan nilai mirip π dalam bentuk bilangan pecahan $\frac{355}{113}$.

Teladan yang bisa dicontoh dari Zu Chongzhi antara lain:

Zu Chongzhi adalah seorang yang tekun dan gigih dalam berusaha. Meskipun orang-orang sebelumnya sudah menemukan π yang sudah mendekati, Zu Chongzhi tetap gigih berusaha untuk menemukan π yang lebih mendekati.

Sebagai seorang Tiongkok, Zu Chongzhi punya keingintahuan terhadap ilmu pengetahuan yang besar. Selain menemukan π , Zu Chongzhi juga banyak menemukan penemuan di bidang astronomi.



Membelajarkan 3.1

Mengidentifikasi Unsur-unsur Lingkaran

Sebelum Pelaksanaan Pembelajaran

1. Siapkan benda-benda sebagai model lingkaran (misal: ban sepeda, gelang tangan, cincin, dll). Kalau sudah ada di lingkungan sekolah atau di dalam kelas, tinggal menunjukkan kepada siswa saja.
2. Ingatkan kembali materi garis dan sudut.
3. Jika dirasa kurang kontekstual dengan daerahnya, silahkan mengembangkan masalah sendiri, selain masalah yang disajikan di buku siswa.

A Unsur-Unsur Lingkaran

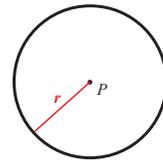
Lingkaran adalah himpunan semua titik-titik pada bidang datar yang berjarak sama terhadap suatu titik tertentu, yang disebut **titik pusat**. Jarak yang sama tersebut disebut **jari-jari**.

Lingkaran adalah salah satu kurva tutup sederhana yang membagi bidang menjadi dua bagian, yaitu bagian dalam dan bagian luar lingkaran.

Nama lingkaran biasanya sesuai dengan nama titik pusatnya. Pada gambar di samping contoh bentuk lingkaran P . Jarak yang tetap antara titik pada lingkaran dengan pusat lingkaran dinamakan jari-jari, biasanya disimbolkan r .

Selain titik pusat dan jari-jari, masih banyak istilah yang berkaitan dengan lingkaran yang akan kita pelajari pada Kegiatan 1. Dengan pemahaman tentang istilah-istilah tersebut kalian bisa memecahkan berbagai masalah yang terkait dengan lingkaran.

Seperti yang diungkapkan pada pengantar Bab Lingkaran, bentuk-bentuk lingkaran banyak kita jumpai dalam kehidupan sehari-hari. Berikut ini beberapa masalah sehari-hari yang berkaitan dengan lingkaran. Bisakah kalian menemukan solusinya?



? Masalah 3.1



Sumber: pusahtahal.com

Gambar 2.1 Tukang kayu

Seorang tukang kayu yang membuat peralatan rumah tangga, perlu untuk memotong papan yang berbentuk persegi atau persegipanjang menjadi lingkaran. Tukang kayu tersebut menemui masalah untuk menentukan titik pusat lingkaran yang akan dibuat. Dapatkah kalian membantu tukang kayu agar mendapatkan bentuk lingkaran sebesar mungkin dari papan-papan tersebut?

! Alternatif Pemecahan Masalah

Langkah 1: Sketsalah bentuk persegi pada papan tersebut

Langkah 2: Gambarlah kedua diagonal persegi tersebut hingga bertemu di satu titik.

Langkah 3: Lingkaran bisa digambar dengan pusat titik tersebut dan jari-jari setengah panjang sisi persegi

Ajak siswa untuk memahami pengertian lingkaran. Minta beberapa siswa untuk membuat gambar lingkaran di papan.

Ajak siswa untuk memahami Masalah 3.1 serta alternatif pemecahannya.

Ajak siswa untuk mempraktikkan langkah alternatif pemecahan Masalah 3.1 (dengan sketsa).

Masalah 3.2

Gambar 3.2 di samping adalah foto salah satu peninggalan sejarah, yaitu *stonehenge* yang berada di Inggris. Seorang arkeolog menduga, bentuk utuh *stonehenge* adalah lingkaran. Namun dia tidak bisa menentukan berapakah jari-jari lingkaran dari susunan *stonehenge*, karena bentuknya hanya berupa busur. Andaikan kalian menjadi penemu tersebut, apa yang kalian lakukan untuk menentukan posisi titik pusat *stonehenge* dan membuat sketsa lingkaran.



Sumber: jonosbrothers.wordpress.com

Gambar 3.2 Stonehenge

Alternatif Pemecahan Masalah

- Langkah 1:** Buatlah sketsa dari bentuk *stonehenge* tersebut.
- Langkah 2:** Buatlah dua ruas garis lurus yang terbentuk dari dua pasang titik pada lingkaran.
- Langkah 3:** Buatlah garis bagi tegak lurus pada kedua ruas garis yang kalian buat. Kedua garis bagi tersebut berpotongan tepat di satu titik. Titik tersebut adalah titik pusat lingkaran.
- Langkah 4:** Ukurlah jarak antara titik pusat tersebut dengan suatu titik pada lingkaran, yang selanjutnya disebut jari-jari.
- Langkah 5:** Dengan titik pusat dari jari-jari tersebut kalian bisa menggambar ukuran utuh *stonehenge*.

Dari dua contoh permasalahan tersebut telah disajikan manfaat lingkaran dalam kehidupan tukang kayu dan arkeolog. Untuk mengikuti langkah-langkah tersebut tentunya bukan permasalahan yang susah. Masalahnya adalah “Mengapa langkah-langkah tersebut benar?”. Untuk menjawab pertanyaan tersebut, kalian harus memahami istilah-istilah yang terkait dengan lingkaran, selanjutnya disebut **unsur-unsur lingkaran**. Masih banyak lagi permasalahan yang bisa kalian cari solusinya dengan memahami unsur-unsur lingkaran. Pada Kegiatan 3.1, kalian akan melakukan aktifitas untuk memahami beberapa unsur lingkaran serta hubungan antar beberapa unsur lingkaran.

Ajak siswa untuk memahami Masalah 3.2 serta alternatif pemecahannya. Ajak siswa untuk mempraktikkan langkah alternatif pemecahan Masalah 3.2 (dengan sketsa).

Ajak siswa untuk menyepakati tentang istilah unsur-unsur lingkaran yang akan digunakan seterusnya pada Bab Lingkaran.

Ajak siswa untuk memahami tujuan dari Kegiatan 3.1.

Kegiatan 3.1

Mengidentifikasi Unsur-unsur Lingkaran

Pengalaman belajar yang diharapkan setelah kalian melakukan kegiatan 3.1 adalah:

1. Mampu mendefinisikan unsur-unsur lingkaran dengan kalimat sendiri
2. Mampu memahami hubungan antar unsur-unsur lingkaran
3. Mampu menyelesaikan permasalahan yang terkait dengan unsur-unsur lingkaran

Kata unsur-unsur lingkaran dalam bahasan ini adalah istilah yang terkait dengan lingkaran. Unsur-unsur yang akan kita pelajari pada kegiatan 1 ini antara lain :

- a. Unsur lingkaran berupa garis (atau ruas garis): busur (busur besar, busur kecil), tali busur, jari-jari, diameter, apotema.
- b. Unsur lingkaran berupa luasan : Juring, tembereng

Berikut disajikan bentuk masing-masing unsur lingkaran yang dimaksud di atas. Perhatikan bagian dengan tanda warna merah, serta ciri-ciri dari setiap unsur tersebut. Silakan kalian merangkai kalimat dari pemahaman kalian terhadap gambar dan ciri-ciri yang disajikan berikut.



- a. Unsur-unsur lingkaran yang berupa garis dan ciri-cirinya

Busur

Ciri-ciri

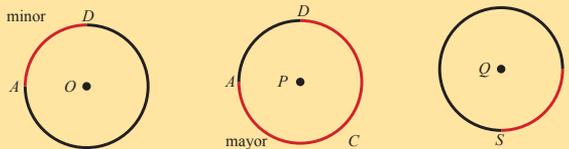
- ◆ Berupa kurva lengkung
- ◆ Berhimpit dengan lingkaran
- ◆ Jika kurang dari setengah lingkaran (busur minor)

Jika lebih dari setengah lingkaran (busur mayor)

Keterangan :

Untuk selanjutnya, jika tidak disebutkan mayor atau minor, maka yang dimaksud adalah minor.

Simbol : \widehat{AD} , \widehat{ACD} , dan \widehat{ST}



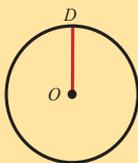
Ayo Kita Amati

Ajak siswa untuk mengamati ciri-ciri busur lingkaran yang dilengkapi dengan bentuk visualnya. Minta siswa untuk mengamati bagian yang berwarna merah pada setiap gambar.

Jari-jari

Ciri-ciri

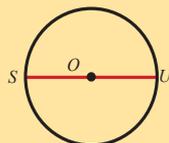
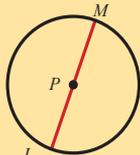
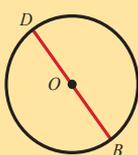
- ◆ Berupa ruas garis
 - ◆ Menghubungkan titik pada lingkaran dengan titik pusat
- Penulisan simbol : \overline{OD} , \overline{PM} , dan \overline{OS} .



Diameter

Ciri-ciri

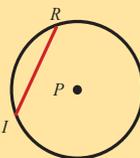
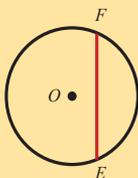
- ◆ Berupa ruas garis
 - ◆ Menghubungkan dua titik pada lingkaran
- Melalui titik pusat lingkaran



Tali busur

Ciri-ciri

- ◆ Berupa ruas garis
- ◆ Menghubungkan dua titik pada lingkaran



Ajak siswa untuk mengamati ciri-ciri jari-jari lingkaran yang dilengkapi dengan bentuk visualnya. Minta siswa untuk mengamati bagian yang berwarna merah pada setiap gambar. Ajak siswa untuk memahami penulisan simbol jari-jari (ruas garis)

Ajak siswa untuk mengamati ciri-ciri diameter lingkaran yang dilengkapi dengan bentuk visualnya. Minta siswa untuk mengamati bagian yang berwarna merah pada setiap gambar.

Ajak siswa untuk mengamati ciri-ciri tali busur lingkaran yang dilengkapi dengan bentuk visualnya. Minta siswa untuk mengamati bagian yang berwarna merah pada setiap gambar.

Ajak siswa untuk mengamati ciri-ciri apotema lingkaran yang dilengkapi dengan bentuk visualnya. Minta siswa untuk mengamati bagian yang berwarna merah pada setiap gambar. Untuk tali busur yang dimaksud untuk menjelaskan apotema adalah sesuai dengan tali busur pada gambar tali busur di halaman 65 buku siswa.

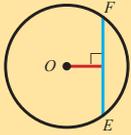
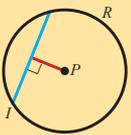
Ajak siswa untuk mengamati ciri-ciri juring lingkaran yang dilengkapi dengan bentuk visual masing-masing. Minta siswa untuk mengamati bagian yang berwarna merah pada setiap gambar.

Ajak siswa untuk mengamati ciri-ciri tembereng lingkaran yang dilengkapi dengan bentuk visualnya. Minta siswa untuk mengamati bagian yang berwarna merah pada setiap gambar.

Apotema

Ciri-ciri

- ♦ Berupa ruas garis
- ♦ Menghubungkan titik pusat dengan satu titik di tali busur
- ♦ Tegak lurus dengan tali busur

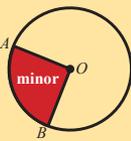
Tidak memiliki apotema terhadap tali busur *SU* (di Gambar tali busur)

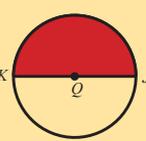
B. Unsur-unsur Lingkaran yang Berupa Luasan dan Ciri-cirinya

Juring

Ciri-ciri

- ♦ Berupa daerah di dalam lingkaran
- ♦ Dibatasi oleh dua jari-jari dan satu busur lingkaran
- ♦ Jari-jari yang membatasi memuat titik ujung busur lingkaran

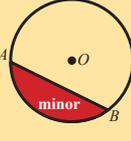


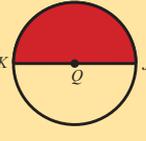


Tembereng

Ciri-ciri

- ♦ Berupa daerah di dalam lingkaran
- ♦ Dibatasi oleh talibusur dan busur lingkaran





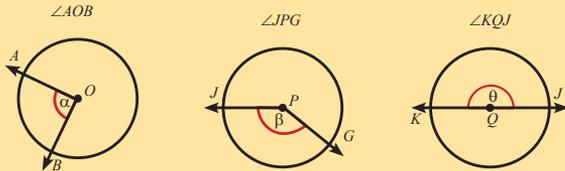
66
Kelas VIII SMP/MTs
Semester 2

Selain istilah yang disajikan, ada satu istilah lagi yang erat kaitannya dengan lingkaran, yaitu sudut pusat. Perhatikan gambar dan ciri-cirinya berikut.

Sudut pusat (α , β , θ)

Ciri-ciri

- ◆ Terbentuk dari dua sinar garis (kaki sudut)
- ◆ Kaki sudut berhimpit dengan jari-jari lingkaran
- ◆ Titik sudut berhimpit dengan titik pusat lingkaran



Dari pengamatan kalian pada gambar-gambar unsur-unsur lingkaran, rangkailah pengertian tiap unsur tersebut dengan kalimat kalian sendiri. (jangan takut salah)

1. Busur adalah ...
2. Tali busur adalah
3. Jari-jari adalah
4. Diameter adalah
5. Apotema adalah
6. Juring adalah
7. Tembereng adalah
8. Sudut pusat adalah

Dengan mengamati dari sudut pandang lain ciri-ciri unsur-unsur tersebut, kalian bisa membuat pengertian berbeda dari suatu unsur namun tetap memiliki makna sama. Untuk istilah busur, juring, tembereng, maupun sudut, jika tidak disebutkan secara spesifik minor atau mayor, maka kita sepakati minor.



Berdasarkan hasil pengamatan kalian, coba tuliskan pertanyaan tentang hal yang ingin kalian ketahui jawabannya. Buatlah pertanyaan yang memuat kata "unsur lingkaran", atau salah satu dari unsur lingkaran yang disajikan pada kegiatan **Ayo Kita Amati**.

Ajak siswa untuk mengamati ciri-ciri sudut pusat lingkaran yang dilengkapi dengan bentuk visualnya. Minta siswa untuk mengamati bagian yang berwarna merah pada setiap gambar.

Setelah mengamati ciri-ciri tiap unsur-unsur lingkaran, minta siswa untuk membuat pengertian tiap unsur tersebut dengan kalimat mereka sendiri.



Pancing rasa ingin tahu siswa dari kegiatan pengamatan gambar pada tabel dengan menyuruh siswa menuliskan pertanyaan.

Alternatif pertanyaan:

1. Berapakah sudut pusat terbesar lingkaran?
2. Apakah apotema selalu tegak lurus dengan tali busur?
3. Apakah apotema membagi tali busur menjadi dua bagian sama panjang?
4. Apakah perbedaan diameter dengan tali busur?
5. Apa perbedaan juring dengan tembereng?
6. Bagaimanakah hubungan jari-jari dengan diameter?
7. Bagaimanakah hubungan busur kecil dengan busur besar?
8. Bagaimana cara menghitung luas juring?
9. Bagaimanakah cara menghitung luas tembereng?

Setelah mengamati ciri-ciri tiap unsur-unsur lingkaran, diharapkan siswa dapat membuat pengertian busur, jari-jari, diameter, tali busur, apotema, juring, tembereng, dan sudut pusat dengan kalimat seperti berikut mereka sendiri.

Pengertian Unsur-unsur Lingkaran

1. **Busur** adalah himpunan titik-titik yang berupa kurva lengkung (baik terbuka atau tertutup) dan berhimpit dengan lingkaran.
2. **Jari-jari** adalah ruas garis lurus yang menghubungkan titik pada lingkaran dengan titik pusat.
3. **Diameter** adalah ruas garis lurus yang menghubungkan dua titik pada lingkaran dan melalui titik pusat. Atau tali busur yang melalui titik pusat. Atau ruas garis lurus terpanjang yang menghubungkan dua titik pada lingkaran.
4. **Tali busur** adalah ruas garis lurus yang kedua titik ujungnya pada lingkaran. Atau ruas garis lurus yang menghubungkan dua titik pada lingkaran.
5. **Apotema** adalah ruas garis terpendek yang menghubungkan titik pusat dengan titik pada tali busur.
6. **Juring** adalah daerah di dalam lingkaran yang dibatasi oleh busur dan dua jari-jari.
7. **Tembereng** adalah daerah di dalam lingkaran yang dibatasi oleh tali busur dan busur.
8. **Sudut pusat** adalah sudut yang titik pusatnya adalah titik pusat lingkaran.



Ayo Kita Menggali Informasi

Coba kalian kaitkan pengertian masing-masing unsur lingkaran yang kalian buat tadi dengan hubungan beberapa pasangan unsur berikut.

Tabel 3.1 Hubungan Antar Unsur-unsur Lingkaran

Unsur 1	Unsur 2	Hubungan
Diameter	Jari-jari	Panjang diameter adalah 2 kali panjang jari-jari
Busur kecil	Busur besar (yang bersesuaian dengan busur kecil)	Jumlah panjang busur besar dengan busur kecil sama dengan keliling lingkaran
Busur	Keliling lingkaran	Busur adalah bagian dari keliling lingkaran. Atau Keliling lingkaran adalah busur terbesar
Tali busur	Diameter	Diameter adalah tali busur terpanjang.
Apotema	Tali Busur	Apotema selalu tegak lurus dengan suatu tali busur
Juring	Tembereng	Luas tembereng sama dengan luas juring dikurangi segitiga yang sisinya adalah dua jari-jari yang membatasi juring dan tali busur pembatas tembereng.
Sudut pusat	Juring	Luas juring sebanding dengan besar sudut pusat lingkaran (akan ditemukan di kegiatan 3.3)
Sudut pusat	Busur	Panjang busur sebanding dengan sudut pusat lingkaran (akan ditemukan di kegiatan 3.3)

Kritisi hubungan padata Tabel 3.1. Mungkin kalian bisa menemukan hubungan lain yang berbeda. Silakan kalian sebutkan suatu hubungan unsur-unsur pada lingkaran yang belum ada pada Tabel di atas.



Ayo Kita Menalar

1. Apakah setiap tali busur adalah diameter? Jelaskan.
2. Apakah setiap diameter adalah tali busur? Jelaskan.
3. Apakah lingkaran adalah busur? Jelaskan.
4. Pada tali busur yang bagaimana tidak memiliki pasangan apotema? Jelaskan.
5. Misalkan diketahui suatu lingkaran, Bagaimana cara kalian menentukan titik pusatnya? Jelaskan.



Ayo Kita Berbagi

Presentasikan hasil dari kegiatan menalar yang kamu peroleh kepada temanmu sekelas. Sajikan pula pengertian dari unsur-unsur lingkaran dengan bahasamu sendiri.

68

Kelas VIII SMP/MTs

Semester 2



Ayo Kita Berbagi

Minta siswa untuk menyajikan jawaban kegiatan menalar dan pengertian unsur yang telah dibuat di depan kelas.



Menggali Informasi

Ajak siswa untuk memahami hubungan beberapa unsur lingkaran yang disajikan pada Tabel 3.1 buku siswa.



Ayo Kita Menalar

Minta siswa untuk menjawab pertanyaan pada kegiatan Ayo Kita Menalar

Alternatif jawaban :

1. Bukan. Hanya tali busur yang terpanjang yang disebut diameter.
2. Iya. Setiap tali busur adalah tali busur terpanjang.
3. Iya. Lingkaran adalah busur yang kedua titik ujungnya berhimpit. Lingkaran adalah busur terpanjang.
4. Tali busur yang melalui titik pusat. Karena titik pusatnya termuat pada tali busur.
5. Langkah 1: Menggambar dua tali busur
Langkah 2: menggambar kedua garis sumbu (apotema) kedua tali busur tersebut. Titik perpotongan kedua garis sumbu itu adalah titik pusat lingkaran.



Latihan

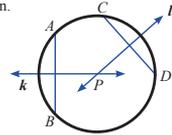
Berikut disajikan alternatif jawaban beberapa soal latihan. Silakan guru melengkapi jawaban dari soal yang lain, atau berimprovisasi dengan soal latihan tambahan.

1. Iya, bisa. Namun tidak semua tali busur bisa disebut diameter.
2. Iya. Semua diameter bisa disebut sebagai tali busur.
3. Lebih lengkap, diameter adalah tali busur terpanjang.
4. Iya. Lingkaran adalah busur terbesar.

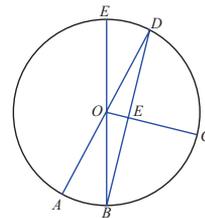


Latihan 3.1

1. Tentukan jari-jari lingkaran yang diketahui diameternya adalah 13 cm.
2. Diketahui panjang jari-jari lingkaran O adalah 0,35 cm. Tentukan panjang diameternya.
3. Apakah perpotongan dua diameter selalu di titik pusat? Jelaskan.
4. Perhatikan gambar di samping.
Garis adalah garis sumbu tali busur AB .
Garis adalah garis sumbu tali busur CD .
Titik P adalah perpotongan garis sumbu k dan l .
Benarkah perpotongan kedua garis sumbu tersebut tepat di titik pusat? Jelaskan.



5. Adakah tali busur yang lebih panjang dari diameter? Jelaskan.
6. Apakah panjang apotema bisa lebih dari jari-jari? Jelaskan.
7. Perhatikan gambar di samping.



- Sebutkan maksimal 5 bagian yang disebut
- a. Jari-jari
 - b. Diameter
 - c. Tali busur
 - d. Juring
 - e. Busur
 - f. Tembereng
 - g. Apotema
8. Dibutuhkan berapa diameter untuk membagi suatu lingkaran menjadi 32 bagian?
 9. Seorang membagi daerah di dalam lingkaran dengan menggambar 6 tali busur. Berapa daerah terbanyak yang bisa dibuat? Jelaskan.
 10. Bu Erna memiliki suatu kue berbentuk lingkaran. Bu Erna ingin membagi kue-kue tersebut menjadi 8 bagian yang sama dengan sebuah pisau. Tentukan berapa kali paling sedikit Bu Erna memotong kue tersebut. Jelaskan.

Setelah Pelaksanaan Pembelajaran

1. Ajak siswa untuk melakukan refleksi terhadap kegiatan pembelajaran.
2. Periksa kesesuaian rangkuman yang dibuat oleh siswa.
3. Berikan soal tambahan untuk dikerjakan di rumah (jika perlu)
4. Ajak siswa untuk memberikan usulan perbaikan pembelajaran.



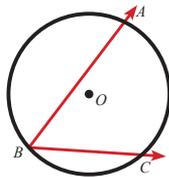
Membelajarkan 3.2

Memahami Hubungan antara Sudut Pusat dengan Sudut Keliling yang Menghadap Busur Sama.

B Sudut Pusat Dan Sudut Keliling

Pada kegiatan 1 kalian sudah mengenal tentang istilah sudut pusat dan ciri-cirinya. Pada kegiatan 2 ini kalian akan diperkenalkan dengan satu unsur lagi, yaitu sudut keliling.

Sudut keliling adalah sudut yang kaki sudutnya berhimpit dengan tali busur, dan titik pusatnya berhimpit dengan suatu titik pada lingkaran.



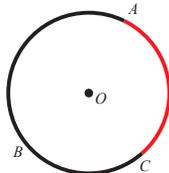
Gambar 3.3 Sudut keliling ABC



Diskusikan

1. Apakah ada sudut keliling yang kaki sudutnya adalah suatu diameter dan suatu tali busur lingkaran? jelaskan.
2. Apakah ada sudut keliling yang kedua kaki sudutnya adalah diameter lingkaran?

Pada Gambar 3.3, bisa kita amati sudut keliling ABC pada lingkaran O . Kaki-kaki sudut ABC (sinar BA dan sinar BC) memotong lingkaran di titik A dan C . Dengan kata lain sudut keliling ABC menghadap busur AC . Tahukan kalian, antara sudut keliling dan sudut pusat yang menghadap busur sama mempunyai hubungan khusus. Mari mencari tahu hubungan tersebut melalui kegiatan 3.2 berikut.



Gambar 3.4 Busur AC

Sebelum Pelaksanaan Pembelajaran

Sebaiknya Ingatkan kembali tentang sudut pusat dan sudut keliling. Guru bisa meminta untuk membuat sketsa di papan. Guru menjelaskan kepada siswa bahwa sudut pusat dan sudut keliling yang akan dibahas adalah yang menghadap busur yang sama.

Alat dan bahan yang perlu dipersiapkan sebelum kegiatan pembelajaran:

- a. Potongan kertas berbentuk lingkaran. Jumlah potongan kertas minimal sejumlah 6 kali banyak kelompok yang akan dibentuk dalam pembelajaran.
- b. Siapkan busur derajat, atau suruh siswa untuk membawa busur sendiri (disampaikan pada pertemuan sebelumnya).

Kegiatan 3.2

Memahami Hubungan antara Sudut Pusat dengan Sudut Keliling yang Menghadap Busur Sama

Pengalaman belajar yang diharapkan setelah kalian melakukan kegiatan 2 adalah:

1. Menemukan hubungan antara sudut pusat dengan sudut keliling yang menghadap busur sama
2. Menemukan hubungan antar sudut keliling yang menghadap busur sama
3. Menemukan hubungan sudut yang saling berhadapan pada segi empat tali busur

Masalah 3.3

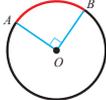
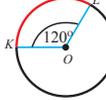
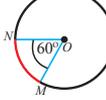
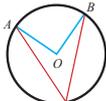
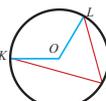
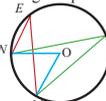
Pada Gambar 3.3, bisa kita amati sudut keliling ABC ($\angle ABC$) pada lingkaran O . Kaki-kaki $\angle ABC$ memotong lingkaran di titik A dan C . Dengan kata lain sudut keliling ABC menghadap busur AC (\widehat{AC}). Tahukan kalian, antara sudut keliling dan sudut pusat yang menghadap busur sama mempunyai hubungan khusus. Bagaimanakah hubungan tersebut?

Kalian akan mencoba memahami hubungan antar unsur-unsur tersebut dengan melakukan aktivitas melipat-lipat kertas. Oleh karena ini pastikan kalian sudah mempersiapkan alat dan bahan berikut:

1. 1 Jangka
2. 1 busur derajat,
3. 1 gunting,
4. 1 penggaris,
5. 6 lembar kertas HVS (boleh lebih).

Ayo Kita Amati

Tabel 3.2 Sudut Keliling dan Sudut Pusat yang Menghadap Busur Sama

Sudut pusat	$\angle AOB$ $m\angle AOB = 90^\circ$ menghadap \widehat{AB} 	$\angle KOL$ $m\angle KOL = 120^\circ$ menghadap \widehat{KL} 	$\angle MON$ $m\angle MON = 60^\circ$ menghadap \widehat{MN} 
Sudut keliling	$\angle ACB$ $m\angle ACB = \dots?$ menghadap \widehat{AB} 	$\angle KDL$ $m\angle KDL = \dots?$ menghadap \widehat{KL} 	$\angle MEN$ dan $\angle MFN$ $m\angle MEN = \dots?$ dan $m\angle MFN = \dots?$ menghadap \widehat{MN} 

Keterangan simbol " $m\angle \dots$ " menyatakan ukuran sudut, sedangkan " $\angle \dots$ " menyatakan nama sudut.



Ayo Kita Amati

Ajak siswa untuk mengamati gambar pada Tabel 3.2. Minta siswa untuk mengamati bentuk sudut pusat dan sudut keliling pada setiap gambar. Minta siswa untuk memahami tentang penulisan simbol busur, nama sudut, dan ukuran sudut.

Ayo Kita Menanya

Berdasarkan hasil pengamatan kalian pada kegiatan mengamati, tuliskan pertanyaan tentang hal yang ingin kalian ketahui jawabannya.

Pertanyaan yang kalian buat adalah tentang hubungan “sudut pusat” dengan “sudut keliling”.

Contoh pertanyaan:

Jika diketahui $m = \angle AOB$ (sudut pusat) adalah 90° . Berapakah $m = \angle ACB$ (sudut keliling).

Menggali Informasi

Sebelum kegiatan menggali informasi coba berikan ide kalian menentukan titik pusat suatu kertas yang berbentuk lingkaran.

Pada kegiatan **Ayo Kita Amati** kalian sudah mengamati tentang gambar sudut keliling dan sudut pusat yang menghadap busur sama. Yang menjadi permasalahan sekarang adalah :

- 1) Berapakah ukuran sudut keliling, jika sudut pusatnya diketahui?, atau
- 2) Berapakah ukuran sudut pusat, jika sudut kelilingnya diketahui?

Untuk mengetahui hubungan tersebut, kalian perlu mencarinya. Salah satu cara untuk mencari tahu hubungan antara sudut pusat dengan sudut keliling yang menghadap busur sama adalah dengan kegiatan melipat-lipat kertas. Ikuti kegiatan berikut.

1. Buatlah sketsa dua lingkaran dengan jari-jari sama (misal 5 cm), lalu guntinglah dengan rapi.
2. Lipatlah kedua lingkaran sehingga membentuk sudut pusat 90° . Lalu tandai 2 titik pada busur yang terbentuk misal titik *A* dan *B*.
3. Buka salah satu lipatan tersebut, lalu lipat membentuk sudut keliling tertentu yang masing-masing kaki sudutnya melalui titik *A* dan *B*. (Keterangan: Misal kaki sudut satu melalui titik *A*, maka kaki sudut lainnya melalui titik *B*)
4. Bandingkan besar sudut keliling dengan sudut pusat yang telah kalian buat.
5. Lakukan kembali langkah 1 sampai 4 untuk tiga sudut pusat berbeda.
6. Gunakan busur derajat untuk mengukur besar sudut pusat yang kalian buat.
7. Catatlah hasil percobaan kalian pada tabel berikut.

Ukuran sudut pusat	Ukuran sudut keliling	$\frac{\text{Ukuran sudut pusat}}{\text{Ukuran sudut keliling}}$

Dari data yang kalian catat, buatlah simpulan tentang hubungan sudut keliling dengan sudut pusat.

Ayo Kita Menanya

Minta siswa untuk menuliskan beberapa pertanyaan dari hasil pengamatan.

Alternatif pertanyaan:

1. Bagaimanakah hubungan sudut pusat dengan sudut keliling?
2. Bagaimanakah hubungan antar beberapa sudut keliling yang menghadap sudut pusat yang sama?

Menggali Informasi

Sebelum kegiatan menggali informasi, bentuklah siswa menjadi kelompok-kelompok yang terdiri dari 4 atau 5 siswa. Bagikan minimal 6 kertas lingkaran yang telah dipersiapkan sebelumnya.

Cara menentukan titik pusat kertas yang berbentuk lingkaran adalah melipat kertas berdasarkan diameternya. Perpotongan dua diameter pastilah titik pusat lingkaran.

Jangan memberi tahu terlebih dahulu cara melipat kertas yang membentuk sudut-sudut tertentu. Biarkan siswa mencoba terlebih dahulu. Jika sebagian besar belum bisa, ajari siswa cara melipat agar membentuk lipatan yang benar.

Alternatif jawaban:

Jadi dapat kita simpulkan bahwa besarnya sudut keliling yang menghadap busur tertentu adalah setengah dari sudut pusat yang menghadap busur yang sama.



Ayo Kita Menalar

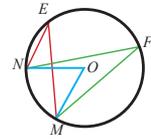
Minta siswa untuk menjawab pertanyaan pada kegiatan Ayo Kita Menalar.



Ayo Kita Menalar

Perhatikan gambar ke enam pada kegiatan Ayo Kita Amati.

1. Pada gambar tersebut sebutkan sudut keliling yang terbentuk
2. Kedua sudut keliling serta sudut pusat menghadap busur yang sama, yaitu
3. Menurut kalian bagaimanakah hubungan antara kedua sudut keliling tersebut? Jelaskan.
4. Seandainya kalian membuat sebarang sudut keliling baru yang menghadap busur MN . Bagaimanakah hubungan antara sudut keliling baru tersebut dengan sudut keliling MEN dan MFN ?....
5. Seandainya kalian disuruh membuat semua sudut keliling yang menghadap busur MN . Berapa banyak sudut keliling yang bisa kalian buat?
6. Bagaimanakah hubungan antar semua sudut keliling tersebut? Jelaskan.
7. Bagaimanakah hubungan antara semua sudut keliling tersebut dengan sudut pusat yang menghadap busur yang sama? Jelaskan.
8. Seandainya kalian diberikan suatu kertas yang berbentuk lingkaran. Bagaimanakah cara kalian membuat sudut keliling yang besarnya tepat 90° dengan cara melipat-lipat kertas tersebut? Jelaskan langkah kalian.



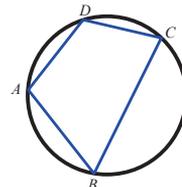
Segi Empat Tali Busur

Segi empat tali busur adalah segi empat yang keempat titik sudutnya berhimpit dengan suatu lingkaran.

Perhatikan segi empat tali busur $ABCD$ berikut.

Dengan kegiatan menalar berikut, diharapkan kalian mampu menemukan hubungan antara dua sudut yang saling berhadapan.

1. Segi empat tali busur $ABCD$ tersusun atas dua pasang sudut keliling yang saling berhadapan. Tuliskan kedua pasang sudut keliling tersebut.
2. Amati busur yang dihadapi oleh masing-masing sudut keliling yang saling berhadapan. Bagaimanakah kedua busur tersebut?
3. Kaitkan dengan hubungan sudut keliling dan sudut pusat yang telah kalian temukan. Lalu simpulkan hubungan antara dua sudut yang saling berhadapan pada segi empat tali busur tersebut.



Gambar 3.5 Segi empat tali busur $ABCD$



Ayo Kita Berbagi

Presentasi jawaban pada kegiatan menalar kalian pada teman-teman di kelas. Bandingkan dengan jawaban teman kalian yang lain.

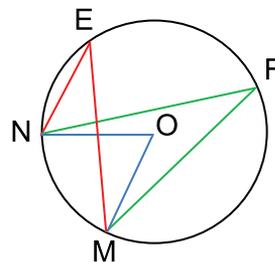


Ayo Kita Berbagi

Mintalah beberapa kelompok untuk menyajikan jawaban pada kegiatan bernalar. Jika perlu siapkan kertas yang berbentuk lingkaran agar siswa bisa memperagakan kegiatan melipat menjadi sudut keliling ataupun sudut pusat.



Alternatif Jawaban



1. Sudut keliling MEN dan MFN Sudut pusat MON
2. Busur MN
3. Kedua sudut keliling besarnya adalah sama, karena menghadap busur MN.
4. Seandainya dibuat sudut keliling lain yang menghadap busur MN, maka besarnya adalah sama dengan sudut keliling MEN dan MFN.
5. Tak hingga banyak sudut keliling menghadap busur MN yang bisa dibuat.
6. Semua sudut keliling tersebut besarnya adalah sama, karena menghadap busur yang, yaitu busur MN.
7. Besar sudut semua sudut keliling tersebut setengah dari sudut pusat MON
8. Cara membuat sudut keliling yang besarnya tepat 90° ?

Dengan melipat lingkaran menjadi dua bagian sama, sehingga membentuk diameter lingkaran. Buatlah sudut keliling yang menghadap sudut pusat yang dibentuk oleh diameter. Maka besar sudut keliling tersebut pasti 90° , karena sudut pusat yang dibentuk oleh diameter adalah 180° .

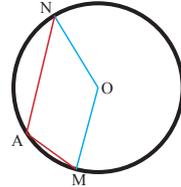
Segiempat Tali Busur

1. $\angle ABC$ berhadapan dengan $\angle ADC$
 $\angle DAB$ berhadapan dengan $\angle DCB$
2. Gabungan busur-busur yang dihadapi oleh masing-masing sudut keliling yang saling berhadapan adalah lingkaran.
3. Kesimpulan : Pada segiempat tali busur, jumlah sudut yang berhadapan adalah 180° .

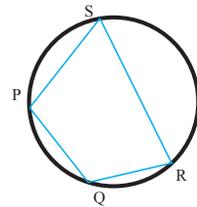


Latihan 3.2

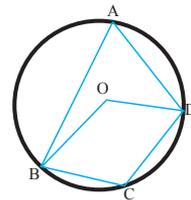
1. Suatu sudut keliling dan sudut pusat menghadap busur yang sama. Jika sudut pusat berukuran 130° maka besar sudut keliling tersebut adalah ...
2. Diketahui sudut pusat POQ dan sudut keliling PAQ . Besar sudut PAQ adalah 130° . Tentukan besar sudut POQ .
3. Perhatikan gambar di samping.
Diketahui besar $\angle MAN$ adalah 160° . Tentukan besar $\angle MON$.



4. Perhatikan segi empat $PQRS$ di samping.
Diketahui $m\angle PQR = 125^\circ$, $m\angle QRS = 78^\circ$
Tentukan $m\angle SPQ$ dan $m\angle RSP$.



5. Perhatikan lingkaran O di samping.
Diketahui $m\angle BAD = x + 20^\circ$, $m\angle BCD = 3x$
Tentukan $m\angle BOD$ minor dan $m\angle BOD$ mayor.



Setelah Pelaksanaan Pembelajaran

1. Berikan kesempatan kepada siswa untuk memajang karyanya di dinding kelas yang sudah dipersiapkan.
2. Ajak siswa melakukan refleksi terhadap kegiatan pembelajaran.
3. Periksa kesesuaian rangkuman yang dibuat oleh siswa.
4. Berikan soal tambahan untuk dikerjakan di rumah (jika perlu)
5. Berikan penilaian terhadap hasil karya siswa menggunakan rubrik penilaian.
6. Ajak siswa untuk memberikan usulan perbaikan pembelajaran.



Membelajarkan 3.3

Memahami Hubungan Sudut Pusat Dengan Panjang dan Panjang Busur dan Luas Juring

C Panjang Busur dan Luas Juring Lingkaran

Pada Kegiatan 3.1 kalian sudah mendapatkan informasi tentang ciri-ciri sudut pusat, panjang busur, dan juring lingkaran. Panjang busur sebanding dengan sudut pusat yang menghadapnya. Begitupun luas juring sebanding dengan sudut pusat yang bersesuaian dengan juring tersebut. Perhatikan bagian yang berwarna merah pada gambar berikut.

Sudut pusat AOB atau $\angle AOB$ Busur AB atau \widehat{AB}

Sudut pusat AOB atau $\angle AOB$ Luas Juring AOB

Dari ilustrasi di atas kita bisa amati panjang busur AB bersesuaian dengan sudut pusat α , begitupun luas juring AOB bersesuaian dengan sudut pusat α . Ukuran sudut pusat lingkaran adalah antara 0° hingga 360° .

Masalah 3.4

1. Apakah hubungan antara sudut pusat dengan panjang busur lingkaran?
2. Apakah hubungan antara sudut pusat dengan luas juring lingkaran?

Pada kegiatan 3, akan kita cari tahu hubungan antar sudut pusat dengan panjang busur, serta sudut pusat dengan luas juring.

MATEMATIKA 75

Sebelum Pelaksanaan Pembelajaran

1. Ajak siswa untuk menggali ingatannya tentang rumus keliling dan luas lingkaran yang telah dipelajari di SD.
2. Ajak siswa untuk membaca kegiatan awal pembelajaran, yaitu asal mula bilangan π (pi).
3. Ajak siswa untuk memahami proses ditemukannya rumus keliling lingkaran.



Alternatif Jawaban

Ingatlah siswa dengan rumus keliling dan luas lingkaran yang sudah diperoleh ketika SD. Rumus keliling lingkaran yaitu $2\pi r$ atau πd ,

Rumus luas lingkaran yaitu πr^2 atau $\frac{1}{4}\pi d^2$

dimana r adalah jari-jari lingkaran, d adalah diameter lingkaran, dan π adalah suatu konstanta yang nilainya 3,14 atau $\frac{22}{7}$.

Nilai konstanta π yang sekarang kita kenal adalah rasio antara keliling lingkaran dengan diameternya.

Jika dinyatakan dengan simbol $\frac{K}{d} = \pi$. Dengan kata lain $\pi \times d$.

Karena $d = 2r$, maka hubungan tersebut dapat juga dinyatakan $K = 2\pi r$

Untuk rumus luas lingkaran akan diberikan kepada siswa sebagai soal proyek pada Bab ini. Guru mengingatkan juga tentang bagian lingkaran yang disebut sudut pusat, busur, serta juring. Guru bisa memberikan proyek kepada siswa untuk melakukan percobaan menemukan bilangan π .



Kegiatan 3.3

Memahami Hubungan Sudut Pusat dengan Panjang Busur dan Luas Juring

Pengalaman belajar yang diharapkan setelah kalian melakukan kegiatan 3.3 adalah:

1. Menentukan hubungan sudut pusat dengan panjang busur.
2. Menentukan hubungan sudut pusat dengan luas juring.

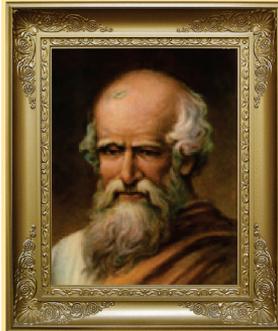
Masih ingat kah kalian dengan rumus keliling dan luas lingkaran yang sudah kalian peroleh ketika SD dulu.

Rumus keliling lingkaran yaitu ...

Rumus luas lingkaran yaitu ...

Mungkin, dulu kalian bertanya "Mengapa rumusnya seperti itu?" , atau "Dari manakah asal mula rumus itu?". Dalam kedua rumus tersebut, terdapat suatu konstanta yang tentu, yaitu π (π). Tahukah kamu dari manakah asal mula bilangan π . Pada kegiatan ini kita akan mengetahui asal usul bilangan π , serta rumus keliling dan luas lingkaran.

Sejarah π (pi)



Sumber: campah/blood.wikia.com

Gambar 3.3

Archimedes

Bilangan π adalah salah satu bilangan yang ditemukan sejak jaman dahulu. Bilangan itu menunjukkan perbandingan dari keliling terhadap diameter lingkaran.

Beberapa orang jaman dulu menggunakan bilangan 3 sebagai bilangan π . Bilangan itu jauh dari keakuratan, namun bilangan itu mudah untuk digunakan dalam perhitungan. Orang Babilonia menggunakan bilangan yang hampir akurat: $3 + \frac{1}{8}$.

Kemudian orang Mesir kuno, yang diperkirakan berusia 1650 Sebelum Masehi, menggunakan nilai π yaitu $4 \times \frac{8}{9} \times \frac{8}{9}$.

Kemudian sekitar 250 Sebelum Masehi, seorang matematikawan Yunani terkenal bernama Archimedes menggunakan poligon sebagai bantuan untuk menemukan nilai π yaitu antara $\frac{223}{71}$ dan $\frac{22}{7}$.

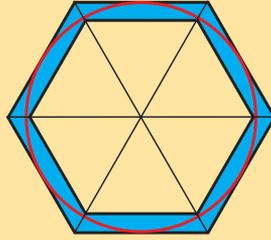
Pada abad ke-50, seorang matematikawan Cina bernama Zu Chungzhi bilangan π yang lebih akurat daripada temuan Archimedes. Nilai ini tersebut adalah $\frac{355}{113}$, dan enam satuan desimal π seperti yang sekarang digunakan. Pada tahun 1400, seorang matematikawan Persia bernama Al Kashi menemukan nilai π hingga 16 digit desimal. Dia menggunakan strategi Archimedes, namun dia melipatgandakan sisinya 23 kali.

William Jones, seorang matematikawan Inggris, memperkenalkan simbol modern untuk “ π ” pada tahun 1700. Simbol “ π ” dipilih karena π di Yunani, pelafalan huruf π menyerupai huruf “ ρ ” singkatan perimeter (keliling lingkaran). Sejalan dengan berkembangnya teknologi, penemuan nilai π telah lebih dari 1 triliun digit di belakang koma.

Nilai konstanta π yang sekarang kita kenal adalah rasio antara keliling lingkaran dengan diameternya. Jika dinyatakan dengan symbol

$$\frac{K}{d} = \pi. \text{ Dengan kata lain } = \dots \times \dots. \text{ Karena } d = 2r,$$

maka hubungan tersebut dapat juga dinyatakan $K = \dots$



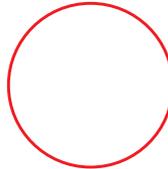
Tugas Projek 3.1

- Lakukan percobaan untuk menemukan bilangan π dengan langkah-langkah sebagai berikut
 - Ukurlah keliling dan diameter benda di sekitar kalian yang berbentuk lingkaran
 - Hitunglah rasio (dalam bentuk bilangan desimal) keliling terhadap diameter dari pengukuran tersebut ($\frac{K}{d}$).
 - Lakukan langkah a dan b untuk minimal lima benda berbeda.
 - Amati rasio ($\frac{K}{d}$) dari kelima benda tersebut. Benarkah mendekati nilai π ?
- Buatlah laporan yang menarik untuk dipajangkan.

Pada kegiatan 3 ini kita akan mencari tahu hubungan antara luas lingkaran, sudut pusat, dan luas juring lingkaran, serta keliling lingkaran, sudut pusat, dan panjang busur lingkaran.



Menurut kalian berapakah keliling lingkaran di samping?



Bagaimana kalau yang ditanyakan adalah hanya busur dari lingkaran. Mari kita temukan rumus untuk menentukannya.

Amati garis yang berwarna merah adalah gambar panjang busur lingkaran yang bersesuaian dengan sudut pusatnya masing-masing. Lengkapi sel yang masih kosong, pada Tabel 3.3a.

Minta siswa untuk mengisi titik-titik yang masih kosong. Dengan kata lain $K = \pi \times d$ Atau $K = 2 \times \pi \times r$

Minta siswa untuk mengerjakan Tugas Projek 3.1 setelah Kegiatan 3.3 selesai.



Ajak siswa untuk mengamati bentuk lingkaran yang disajikan. Minta siswa untuk menentukan keliling lingkaran tersebut.

Tabel 3.3a Panjang Busur Lingkaran

Gambar Busur	Rasio sudut pusat α terhadap 360°	Rasio panjang busur terhadap keliling lingkaran
	$\frac{\alpha}{360}$	$\frac{\text{panjang busur}}{\text{Keliling lingkaran}}$
	$\frac{270}{360} = \frac{3}{4}$	$\frac{3}{4}$

Mintalah siswa untuk mengamati gambar-gambar lingkaran pada Tabel 3.3a dan 3.3b di buku siswa. Berilah petunjuk kepada siswa untuk mengamati bagian yang berwarna merah. Minta siswa untuk melengkapi Tabel 3.3a

Alternatif isi Tabel 3.3a

$$180^\circ = \frac{180}{360} = \frac{1}{2}$$

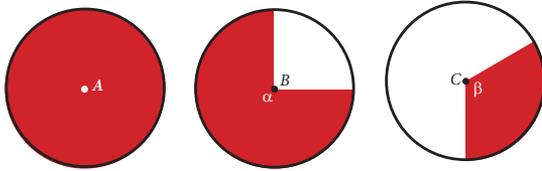
$$120^\circ = \frac{120}{360} = \frac{1}{3}$$

$$90^\circ = \frac{90}{360} = \frac{1}{4}$$

$$60^\circ = \frac{60}{360} = \frac{1}{6}$$

$$\alpha = \frac{\alpha}{360} = \frac{\text{Panjang busur}}{\text{Keliling lingkaran}}$$

Jika jari-jari dan sudut pusat ketiga gambar di bawah ini diketahui, dapatkah kalian menentukan luas ketiga daerah yang diwarnai merah?



Untuk menentukan luas gambar *A* tentunya mudah. Kalian bisa menggunakan rumus luas lingkaran yang sudah kalian ketahui. Bagaimana dengan luas juring pada Lingkaran *B* dan Lingkaran *C*? Mari kita temukan rumus untuk menentukan luas juring tersebut.

Berikut ini daerah yang berwarna merah adalah gambar juring lingkaran yang bersesuaian dengan sudut pusatnya masing-masing. Lengkapi sel yang masih kosong pada Tabel 3.3b berikut.

Tabel 3.3b Luas Juring Lingkaran

Gambar Busur	Rasio sudut pusat α terhadap 360°	Rasio luas juring terhadap keliling lingkaran
	$\frac{\alpha}{360}$	$\frac{\text{luas juring}}{\text{luas lingkaran}}$

Alternatif isi Tabel 3.3b

$$270^\circ = \frac{270}{360} = \frac{3}{4}$$

$$180^\circ = \frac{180}{360} = \frac{1}{2}$$

$$120^\circ = \frac{120}{360} = \frac{1}{3}$$

$$90^\circ = \frac{90}{360} = \frac{1}{4}$$

$$60^\circ = \frac{60}{360} = \frac{1}{6}$$

$$\alpha = \frac{\alpha}{360} = \frac{\text{Luas juring}}{\text{Luas lingkaran}}$$



Ayo Kita Menanya

Minta siswa untuk menuliskan pertanyaan dari hasil pengamatan gambar yang diberikan maupun gambar kegiatan mengamati.

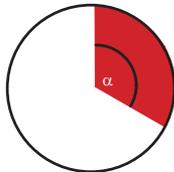
Alternatif pertanyaan:

1. Berapakah luas juring yang berwarna merah tersebut?
2. Apakah hubungan antara sudut pusat dengan luas juring?
3. Apakah hubungan sudut pusat dengan panjang busur?

Ayo Kita Menanya

Dari pengamatan kalian terhadap Tabel 3.3a dan 3.3b, buatlah pertanyaan tentang hal yang penting untuk dipertanyakan. Kalimat tanya sebaiknya terdapat kata "juring" atau "busur".

Misal:
 "Berapakah panjang busur lingkaran dengan sudut pusat α ?"
 "Berapakah luas juring lingkaran yang sudut pusatnya 20° ?"



80 Kelas VIII SMP/MTs Semester 2

Ayo Kita Menggali Informasi

Ukuran sudut pusat satu lingkaran penuh adalah antara 0° sampai 360° . Kalau kita ingat kembali pada kegiatan 3.1, kita dapatkan informasi bahwa luas juring dan panjang busur sebanding dengan besarnya sudut pusat. Artinya semakin besar sudut pusat, semakin besar pula luas juring dan panjang busurnya.

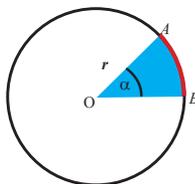
Dari kegiatan mengamati di atas diperoleh ringkasan informasi seperti berikut. Lengkapi sel yang masih kosong pada Tabel 3.4.

Tabel 3.4 Panjang busur dan Luas juring

Rasio sudut pusat α terhadap 360°	Rasio panjang busur terhadap keliling lingkaran	Rasio luas juring terhadap luas lingkaran
$\frac{\alpha}{360}$	$\frac{\text{panjang busur}}{\text{Keliling lingkaran}}$	$\frac{\text{luas juring}}{\text{luas lingkaran}}$
$\frac{270}{360}$		
$\frac{180}{360}$		
$\frac{90}{360}$		
$\frac{60}{360}$		
$\frac{30}{360}$		
$\frac{\alpha}{360}$		

Ayo Kita Menalar

- Amati dan bandingkan kolom 1 dan 2 pada Tabel 3.4. Bagaimana rasionya? Buatlah simpulan tentang rumus menentukan panjang busur AB yang diketahui jari-jarinya r dan sudut pusatnya α .



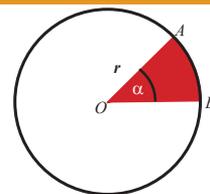
Menggali Informasi

Minta siswa untuk menuliskan kembali ringkasan pada Tabel 3.4 Tabel 3.3a dan Tabel 3.3b.

Ayo Kita Menalar

Minta siswa untuk menjawab pertanyaan Ayo Kita Menalar.

2. Amati dan bandingkan kolom 1 dan 3 pada tabel di atas. Bagaimanakah rasionya?
Buatlah simpulan tentang rumus luas juring AOB yang diketahui jari-jarinya r dan sudut pusatnya α .
3. Pada kondisi yang bagaimana, panjang busur sama dengan keliling lingkarannya? Jelaskan.
4. Pada kondisi yang bagaimana, luas juring sama dengan luas lingkarannya? Jelaskan.
5. Manakah yang lebih luas.
 - a. Juring lingkaran A dengan sudut pusat α dan jari-jari r , atau
 - b. Juring lingkaran B dengan sudut pusat $\frac{1}{2}\alpha$ dan jari-jari $2r$.
6. Tentukan suatu busur dengan jari-jari dan sudut pusat tertentu, sedemikian sehingga panjangnya sama dengan busur lingkaran dengan jari-jari r dan sudut pusat α .
Petunjuk:
 - a. Tentukan panjang busur lingkaran yang jari-jari r dan sudut pusat α .
 - b. Buatlah busur baru dengan jari-jari tertentu yang dimaksud di atas.



Presentasikan hasil penalaranmu kepada teman-teman kalian. Presentasikan rumus umum untuk menentukan panjang busur serta rumus umum untuk menentukan luas juring.



Latihan 3.3

1. Tentukan luas juring lingkaran yang diketahui sudut pusatnya 70° dan jari-jarinya 10 cm .
2. Tentukan panjang busur lingkaran yang diketahui sudut pusatnya 35° dan jari-jarinya 7 cm .
3. Lingkaran A memiliki jari-jari 14 cm. Tentukan sudut pusat dan jari-jari suatu juring lingkaran lain agar memiliki luas yang sama dengan lingkaran A .
4. Buatlah lingkaran A dengan jari-jari tertentu, sedemikian sehingga luasnya sama dengan juring pada lingkaran B dengan sudut pusat dan jari-jari tertentu. Jelaskan.
5. Diketahui:
 - (1) Lingkaran penuh dengan jari-jari r ,
 - (2) setengah lingkaran dengan jari-jari $2r$.
 Tentukan manakah yang kelilingnya lebih besar?



Minta siswa untuk mempresentasikan hasil dari penalaran dan penyelidikannya kepada teman-teman di kelas (bisa presentasi di depan kelas atau menjelaskan dengan teman sebangku).

 **Alternatif Jawaban**

1. Panjang busur = $\frac{\alpha}{360} \times 2\pi r$
2. Luas juring = $\frac{\alpha}{360} \times \pi r^2$
3. Panjang busur sama dengan keliling lingkarannya ketika sudut pusatnya adalah 360° .
4. Luas juring sama dengan luas lingkarannya ketika sudut pusatnya adalah 360° .
5. Luas juring A = $\frac{\alpha}{360} \times \pi r^2$

$$\begin{aligned} \text{Luas juring B} &= \frac{\frac{1}{2}\alpha}{360} \times \pi(2r)^2 \\ &= 2 \times \frac{\alpha}{360} \times \pi r^2 \end{aligned}$$

- Dari perhitungan tersebut dapat disimpulkan Luas juring B lebih dari Luas juring A
6. Soal ini adalah soal terbuka jika sudut pusatnya. panjang busur lingkaran yang berjari-jari r dan sudut pusat α adalah $\frac{\alpha}{360} \times 2\pi r$ Misal

Sudut pusat	Jari jari	Panjang busur
$\frac{1}{2}\alpha$	$2r$	$\frac{\alpha}{360} \times 2\pi r$
2α	$\frac{1}{2}r$	$\frac{\alpha}{360} \times 2\pi r$
3α	$\frac{1}{3}r$	$\frac{\alpha}{360} \times 2\pi r$
$n\alpha$	$\frac{1}{n}r$	$\frac{\alpha}{360} \times 2\pi r$

Keterangan , n adalah bilangan bulat positif, dengan $n\alpha \leq 360^\circ$



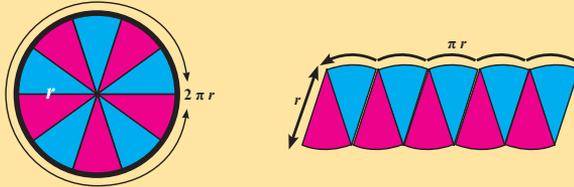
Tugas Projek

Minta siswa untuk mengerjakan Tugas Projek 3.2. Berikan informasi secukupnya agar siswa bisa mengerjakan tugas projek dengan baik. Beri kebebasan kepada siswa untuk memotong lingkaran menjadi juring-juring dengan jumlah potongan yang berbeda dengan yang dicontohkan di gambar.



Tugas Projek 3.2

Dengan memotong lingkaran menjadi potongan juring yang sama, kita dapat menyusunnya menjadi bentuk yang menyerupai jajargenjang seperti pada gambar di bawah ini. Perhatikan bahwa panjang sisi bagian bawah dan atas persegi panjang tersebut adalah setengah dari keliling lingkaran.



Tinggi bentuk yang menyerupai jajargenjang tersebut sama dengan jari-jari lingkaran. Ingat bahwa luas jajargenjang adalah hasil kali dari alas dengan tingginya. Sehingga didapat Rumus luas lingkaran $L = (\pi r)(r) = \pi r^2$

Projek kalian

Temukan rumus luas lingkaran dengan pendekatan bangun datar lain.



Merangkum 3

Tuliskan hal-hal penting yang telah kalian dapat dari belajar materi lingkaran.

1. Bagaimanakah hubungan sudut pusat dengan sudut keliling yang menghadap busur tersebut?
2. Bagaimanakah hubungan antara sudut pusat, panjang busur, dan keliling lingkaran?
3. Bagaimanakah hubungan antara sudut pusat, luas juring, dan luas lingkaran?



Merangkum

Minta siswa untuk menjawab pertanyaan pada kegiatan merangkum. Jawaban siswa ditulis dalam kotak yang telah disediakan. Jawaban siswa sebisa mungkin diperjelas dengan keterangan lebih lanjut jika bisa. Berilah kebebasan kepada siswa untuk menuliskan hal penting lain selama kegiatan pembelajaran yang belum termuat dalam jawaban rangkuman.

Alternatif rangkuman:

1. Besarnya sudut keliling adalah setengah dari sudut pusat yang dihadapnya.
2. Misal x adalah besarnya sudut pusat busur ataupun juring.
Hubungan antara sudut pusat, panjang busur, dan keliling lingkaran adalah
Panjang busur = $\frac{x}{360}$ keliling lingkaran
3. Hubungan antara sudut pusat, luas juring, dan luas lingkaran adalah
Luas juring = $\frac{x}{360}$ keliling lingkaran

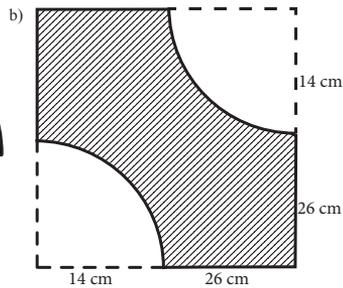
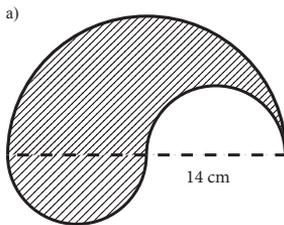
Setelah Pelaksanaan Pembelajaran

1. Ajak siswa untuk melakukan refleksi terhadap kegiatan pembelajaran.
2. Periksa kesesuaian rangkuman yang dibuat oleh siswa.
3. Berikan soal tambahan untuk dikerjakan di rumah (jika perlu)
4. Minta siswa untuk memberikan usulan perbaikan pembelajaran.

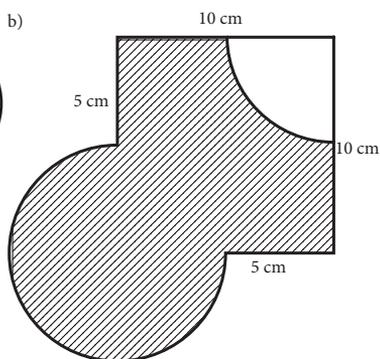
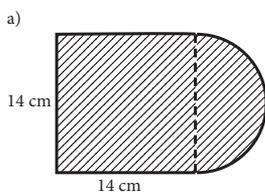


Uji Kompetensi 3

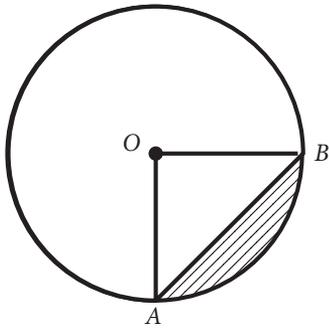
1. Suatu kue berbentuk lingkaran padat dengan jari-jari 14 cm. Kue tersebut dibagi menjadi 6 bagian berbentuk juring yang sama luas. Tentukan:
 - a) Sudut pusat masing masing potongan.
 - b) Luas potongan kue tersebut.
2. Tentukan keliling daerah yang diarsir pada bangun berikut.



3. Amati gambar di bawah ini. Tentukan keliling dan luas daerah yang diarsir.



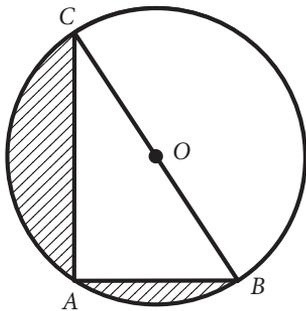
4.



Perhatikan gambar di sebelah ini.. Besar sudut pusat AOB adalah 90° , kemudian jari-jarinya = 21 cm

Hitunglah luas daerah yang diarsir.

5.



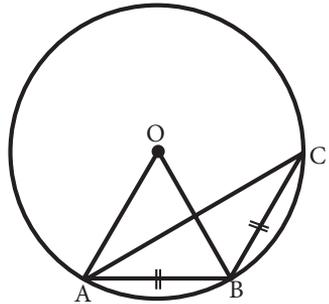
Perhatikan gambar berikut.

Pada gambar disamping, panjang $AB = 12$ cm dan $AC = 16$ cm. Titik O merupakan titik pusat lingkaran.

Hitunglah:

- Jari-jari lingkaran O
- Luas daerah yang diarsir

6.

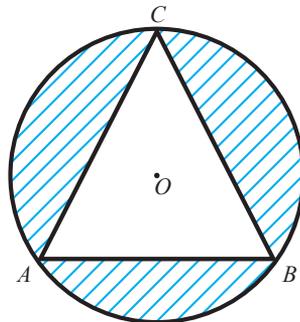


Diketahui $\angle OAB = 55^\circ$ dan $AB = BC$.

Pada gambar disamping, panjang $AB = 12$ cm dan $AC = 16$ cm. Titik O merupakan titik pusat lingkaran. Hitunglah:

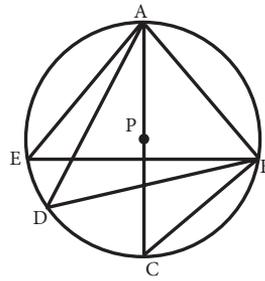
- Jari-jari lingkaran O
- Luas daerah yang diarsir

7.

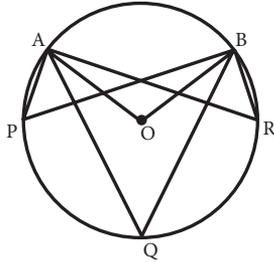


Diketahui segitiga ABC yang ketiga titik sudutnya berada pada lingkaran O . Jika panjang sisi segitiga 14 cm, tentukan luas daerah yang diarsir.

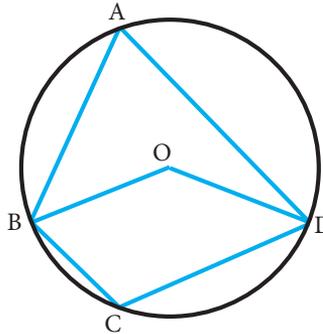
8. Perhatikan gambar di samping ini.
 Diketahui $\angle AEB = 62^\circ$
 Hitunglah besar: $\angle ADB$, $\angle ACB$, dan $\angle ABC$



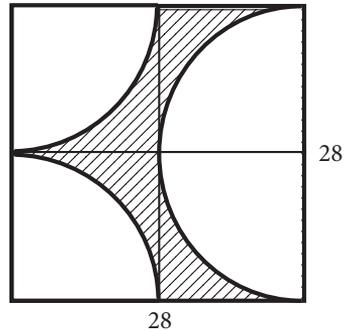
9. Perhatikan gambar di samping ini.
 Bila diketahui $\angle APB + \angle AQB + \angle ARB = 1.440$,
 maka tentukan besar $\angle AOB$.

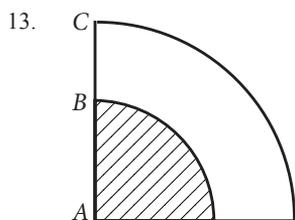


10. Perhatikan lingkaran O di samping.
 Diketahui $m\angle BOD = 110^\circ$
 Tentukan $m\angle BCD$.

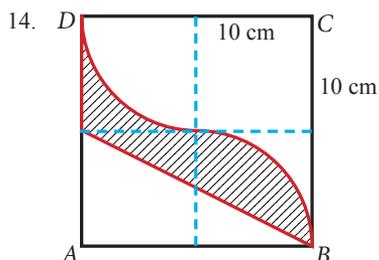


11. Suatu pabrik membuat biskuit yang berbentuk lingkaran padat dengan diameter 5 cm. Sebagai variasi pabrik tersebut juga ingin membuat biskuit dengan ketebalan sama namun berbentuk juring lingkaran dengan sudut pusat 90° . Tentukan diameter biskuit tersebut agar bahan produksinya sama dengan biskuit yang berbentuk lingkaran.
12. Pak Santoso memiliki lahan di belakang rumahnya berbentuk persegi dengan ukuran panjang sisi 28 m \times 28 m. Taman tersebut sebagian akan dibuat kolam (tidak diarsir) dan sebagian lagi rumput hias (diarsir). Jika biaya pemasangan rumput Rp50.000,00/ m^2 . Sedangkan biaya tukang pemasang rumput Rp250.000,00.
- Tentukan keliling lahan rumput milik Pak Santoso tersebut.
 - Tentukan anggaran yang harus disiapkan oleh Pak Santoso untuk mengolah lahan tersebut.

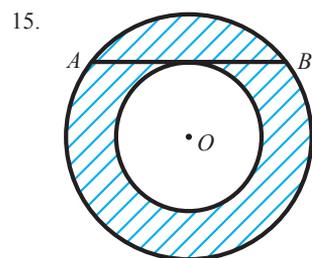




Diketahui bahwa luas daerah yang diarsir setengah dari luas daerah yang tidak diarsir. Tentukan $AB \div AC$.



Diketahui persegi $ABCD$ tersusun dari empat 4 persegi kecil sama ukuran dengan panjang sisi = 10 cm. Tentukan luas daerah yang diarsir berikut. Jelaskan.



Diketahui dua lingkaran yang *isosentris* (pusatnya sama di O). Jika $AB = 70$ cm, tentukan luas daerah yang diarsir. Petunjuk: Ingat kembali teorema *pythagoras*

16. Suatu pabrik biskuit memproduksi dua jenis biskuit berbentuk cakram dengan ketebalan sama, tetapi diameternya beda. Permukaan kue yang kecil dan besar masing-masing berdiameter 7 cm dan 10 cm.



Sumber: bici.staff.umm.ac.id
Gambar 3.6 Biskuit

Biskuit tersebut dibungkus dengan dua kemasan berbeda. Kemasan biskuit kecil berisi 10 biskuit dijual dengan harga Rp7.000,00 sedangkan kemasan kue besar berisi 7 biskuit dijual dengan harga Rp10.000,00 Manakah yang lebih menguntungkan, membeli kemasan biskuit yang kecil atau yang besar? Tuliskan alasanmu?

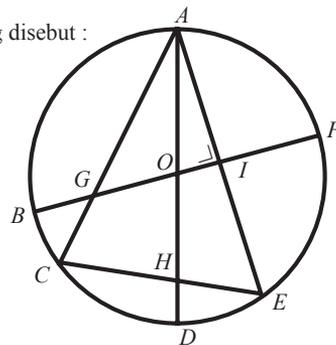
17. Suatu ketika anak kelas VIII SMPN 1 Malang mengadakan *study tour* ke Kebun Raya Pasuruan. Guru menugasi siswa untuk memperkirakan diameter suatu pohon yang cukup besar. Erik, Dana, Veri, Nia, dan Ria berinisiatif untuk menghitung diameter pohon tersebut dengan mengukur keliling pohon. Mereka saling mengaitkan ujung jari seperti terlihat pada gambar. Rata-rata panjang dari ujung jari kiri sampai ujung jari kanan setiap siswa adalah 120 cm. Jika tepat lima anak tersebut saling bersentuhan ujung jarinya untuk mengelilingi pohon tersebut, bisakah kalian menentukan (perkiraan) panjang diameter pohon tersebut?



18. Suatu ban mobil berdiameter 60 cm (0,6 m). Ban tersebut bergaransi hingga menempuh 70.000 km. Sampai dengan berapa putaran ban tersebut hingga masa garansinya habis? (1km = 1.000m)
19. Suatu satelit beredar mengelilingi bumi pada ketinggian 2.000 km dari permukaan bumi. Jika perkiraan diameter bumi adalah 12.800 km, tentukan panjang lintasan yang ditempuh satelit tersebut untuk satu kali mengorbit mengelilingi bumi.

20. Perhatikan gambar berikut.
Sebutkan sebanyak mungkin (jika ada) bagian yang disebut :

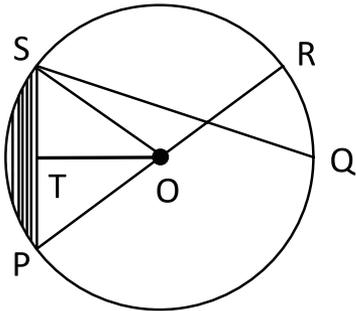
- Jari-jari
- Diameter
- Juring
- Tali busur
- Busur
- Tembereng
- Apotema
- Sudut keliling





Soal Pengayaan

1.



Perhatikan gambar disamping !

a. sebutkan garis yang merupakan

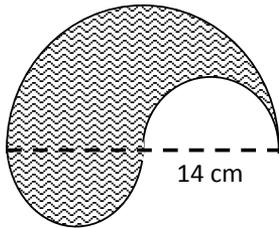
- diameter
- apotema
- busur

b. juring atau sektor

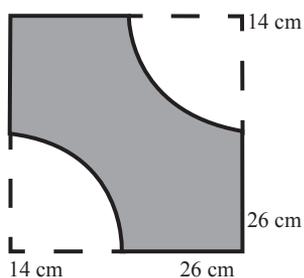
c. daerah yang diarsir disebut

- Tentukan keliling lingkaran yang panjang diameternya adalah 21 cm!
- Suatu kue berbentuk lingkaran padat dengan jari-jari 14 cm. Kue tersebut dibagi menjadi 6 bagian berbentuk juring yang sama luas. Tentukan:
 - Sudut pusat masing masing potongan.
 - Luas potongan kue
- Tentukan keliling daerah yang diarsir pada bangun berikut!

a.

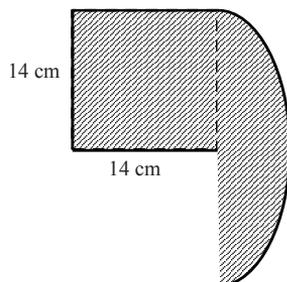


b.

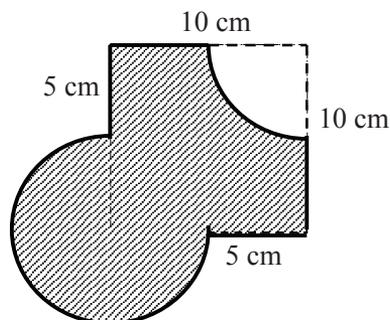


- Tentukan panjang diameter lingkaran yang diketahui luasnya adalah $6,16 \text{ cm}^2$!
- Diketahui lingkaran A dan lingkaran B. Jari-jari lingkaran A adalah 10 kali jari-jari lingkaran B. Luas lingkaran A adalah 700 cm^2 . Tentukan luas lingkaran B?
- Amati gambar di bawah ini. Tentukan keliling dan luas daerah yang diarsir!

a.



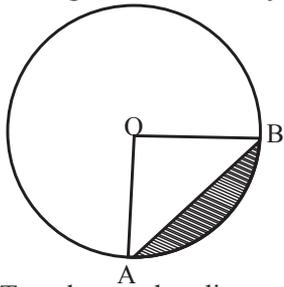
b.



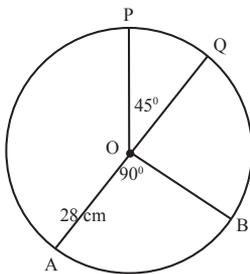
8. Lingkaran O mempunyai jari-jari r cm. Tentukan perbandingan luas lingkaran O dengan lingkaran P yang jari-jarinya 2 kali jari-jari lingkaran O !

9. Perhatikan gambar di bawah ini!. Besarsudut pusat AOB adalah 90° , kemudian jari-jarinya = 21 cm

Hitunglah luas daerah yang diarsir!

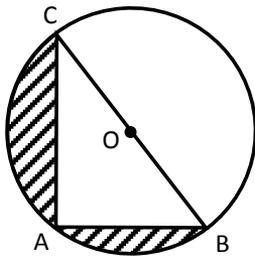


10. Tentukan perbandingan



- $\angle POQ$ dg $\angle AOB$
- Panjang busur PQ dengan busur AB
- Luas juring POQ dengan juring AOB

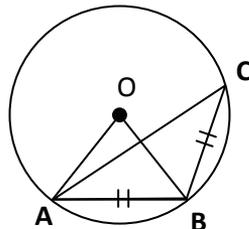
11. Perhatikan gambar berikut!



Pada gambar disamping, panjang $AB = 12$ cm dan $AC = 16$ cm. Titik O merupakan titik pusat lingkaran. Hitunglah:

- Jari-jari lingkaran O
- Luas daerah yang diarsir

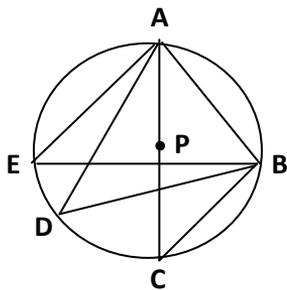
12. Diketahui $\angle OAB = 55^\circ$ dan $AB = BC$.



Tentukanlah besar

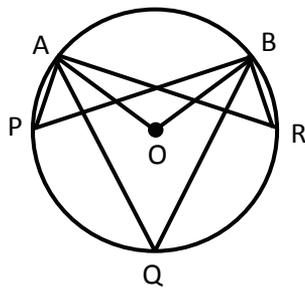
- $\angle AOB$
- $\angle ACB$
- $\angle ABC$

13. Perhatikan gambar di bawah ini!



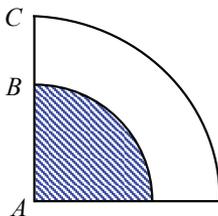
Diketahui $\angle AEB = 62^\circ$
 Hitunglah besar: $\angle ADB$,
 $\angle ACB$, dan $\angle ABC$

14. Perhatikan gambar di bawah ini!

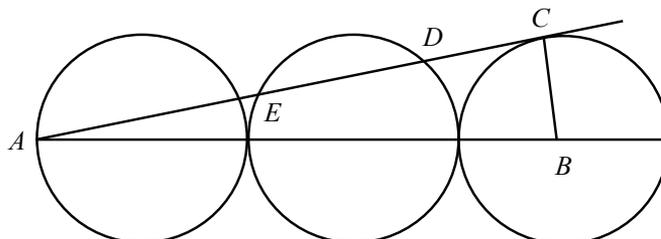


Bila diketahui $\angle APB$
 $+\angle AQB + \angle ARB = 144^\circ$,
 maka tentukan besar $\angle AOB$!

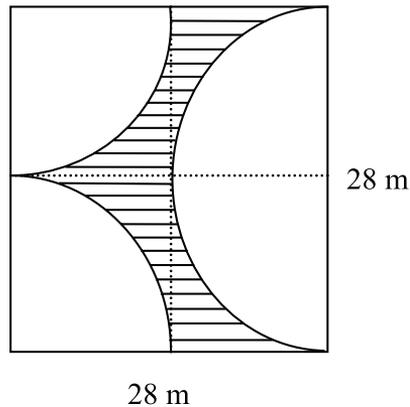
15. Luas daerah yang diarsir setengah dari luas daerah yang tidak diarsir Panjang AB dibagi panjang AC adalah ...



16. Tiga lingkaran kongruen saling bersinggungan seperti tampak pada Gambar berikut. Garis AB melalui ketiga titik pusat lingkaran dan garis AC merupakan garis singgung lingkaran yang berpusat di B. Jika diketahui jari-jari lingkaran adalah 3 cm. maka panjang DE adalah



17. Pak Santoso memiliki lahan di belakang rumahnya berbentuk persegi dengan ukuran panjang sisi 28×28 meter². Taman tersebut sebagian akan dibuat kolam (tidak diarsir) dan sebagian lagi rumput hias (diarsir). Jika biaya pemasangan rumput Rp.50.000,- / meter². Sedangkan biaya tukang pemasang rumput Rp.250.000,-.
- Tentukan keliling lahan rumput milik Pak Santoso tersebut!
 - Tentukan anggaran yang harus disiapkan oleh Pak Santoso untuk mengolah lahan tersebut !



18. Suatu pabrik membuat biskuit yang berbentuk lingkaran padat dengan diameter 5cm. Sebagai variasi pabrik tersebut juga ingin membuat biskuit dengan ketebalan sama namun berbentuk juring lingkaran dengan sudut pusat 90° . Tentukan diameter biskuit tersebut agar bahan produksinya sama dengan biskuit yang berbentuk lingkaran.
19. Suatu pabrik biskuit memproduksi dua jenis biskuit berbentuk cakram dengan ketebalan sama, tetapi diameternya beda. Permukaan kue yang kecil dan besar masing-masing berdiameter 7 cm dan 10 cm.



Sumber: bici.staff.umm.ac.id

Biskuit tersebut dibungkus dengan dua kemasan berbeda. Kemasan biskuit kecil berisi 10 biskuit dijual dengan harga Rp7.000,00 sedangkan kemasan kue besar berisi 7 biskuit dijual dengan harga Rp10.000,00 Manakah yang lebih menguntungkan, membeli kemasan biskuit yang kecil atau yang besar? Tuliskan alasanmu?



Alternatif Jawaban

Berikut disajikan jawaban serta langkah singkat penyelesaian beberapa soal. Guru bisa mengembangkan sendiri untuk soal yang lain.

1.

$$2. \quad K = \pi d \\ = \frac{22}{7} \cdot 21 = 66$$

3. Misal α = sudut pusat L_j = Luas juring

$$a. \quad \alpha = \frac{360}{6} = 60$$

$$b. \quad L_j = \frac{\alpha}{360} (\pi r^2) \\ = \frac{6}{360} \cdot \frac{22}{7} \cdot 14^2 \\ = \frac{308}{3} = 102,67 \text{ cm}^2$$

4. Misal d_1 = jari-jari lingkaran besar, d_2 = jari-jari lingkaran kecil

$$a. \quad K = \text{Keliling } \frac{1}{2} \text{ lingkaran besar} + 2 \cdot \text{Keliling } \frac{1}{2} \text{ lingkaran kecil} \\ = \frac{1}{2} (\pi d_1) + 2 \cdot \frac{1}{2} (\pi d_2) \\ = 14\pi + 14\pi = 28\pi \text{ cm}$$

b.

5.

$$6. \quad L_A = \pi \cdot r_A^2$$

$$700 = \pi \cdot (10r_B)^2$$

$$700 = \pi \cdot 100 \cdot r_B^2$$

$$r_B^2 = \frac{7}{\pi}$$

$$\text{Jadi, } L_B = \pi \cdot r_B^2$$

$$L_B = \pi \cdot \frac{7}{\pi} = 7 \text{ cm}^2$$

7.

8. Luas $\odot O$: Luas $\odot P$

$$\pi r^2 : \pi (2r)^2$$

$$1 : 4$$

9.

10.

11. $\angle CAB = 90^\circ$ (karena menghadap diameter)

a. $d = BC = 20$ (Tripel pythagoras) .

b. Luas arsir = $Luas \frac{1}{2} \text{lingkaran} - Luas \text{ segitiga}$

$$= \frac{1}{2} \cdot 3,14 \cdot 10^2 - \frac{1}{2} \cdot 20 \cdot 10$$
$$= 157 - 100 = 57 \text{ cm}^2$$

12.

13.

14. Besar $\angle AOB = \frac{144}{3} = 48^\circ$

15. Misal $AB =$ jari-jari juring kecil

$AC =$ jari-jari juring besar

2. Luas juring arsir = Luas daerah tidak diarsir

2. Luas juring kecil = Luas juring besar - Luas juring kecil

3. Luas juring kecil = Luas juring besar

$$3 \cdot \frac{1}{4} \cdot \pi \cdot AB^2 = \frac{1}{4} \cdot \pi \cdot AC^2$$

$$3 \cdot AB^2 = AC^2$$

$$\frac{AB^2}{AC^2} = \frac{1}{3}$$

$$\frac{AB}{AC} = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

16.

17.

18. Misal $r_1 =$ jari-jari biskuit berbentuk lingkaran

$r_2 =$ jari-jari biskuit berbentuk juring lingkaran

Luas lingkaran = Luas juring

$$\pi r_1^2 = \frac{90}{360} \pi r_2^2$$

$$5^2 = \frac{1}{4} r_2^2$$

$$r_2^2 = 4 \cdot 5^2$$

$$r_2 = 10 \text{ cm}$$



Pedoman Penilaian

No	Aspek Penilaian	Capaian	Keterangan
1	Keterselesaian Buku Siswa	B-	Bila Buku Siswa terselesaikan dengan baik
		<B-	Bila ada bagian dari Buku Siswa yang tidak terselesaikan
2	Portofolio: a) Uji Kompetensi b) Soal dari tempat lain	A	Bila memilih soal dari Uji Kompetensi dengan kategori Sangat Sulit dan mampu menyelesaikannya dengan baik
		A-	Bila memilih soal dari Uji Kompetensi dengan kategori Sulit dan mampu menyelesaikannya dengan baik
		B+	Bila memilih soal dari Uji Kompetensi dengan kategori Sedang dan mampu menyelesaikannya dengan baik
		B	Bila memilih soal dari Uji Kompetensi dengan kategori Mudah dan mampu menyelesaikannya dengan baik
		B-	Bila memilih soal dari Uji Kompetensi dengan kategori Sangat Sulit dan kurang mampu menyelesaikannya dengan baik
		B, B-	Bila memilih soal dari Uji Kompetensi dengan kategori Sulit dan kurang mampu menyelesaikannya dengan baik
		B+, B, B-	Bila memilih soal dari Uji Kompetensi dengan kategori Sedang dan kurang mampu menyelesaikannya dengan baik
		A-, B+, B, B-	Bila memilih soal dari Uji Kompetensi dengan kategori Mudah dan kurang mampu menyelesaikannya dengan baik
	Tugas Proyek	A	Bila Proyek terselesaikan dan mampu mempresentasikan dengan Baik
		A-, B+, B	Bila ada bagian dari Proyek yang tidak terselesaikan atau kurang mampu mempresentasikan
B-		Bila Proyek tidak terselesaikan samasekali	

Keterangan: - Nilai KKM = B-

- Aspek penilaian Nomor 1 adalah syarat nilai yang harus terpenuhi, sedangkan Aspek penilaian Nomor 2 adalah penambahan nilai.



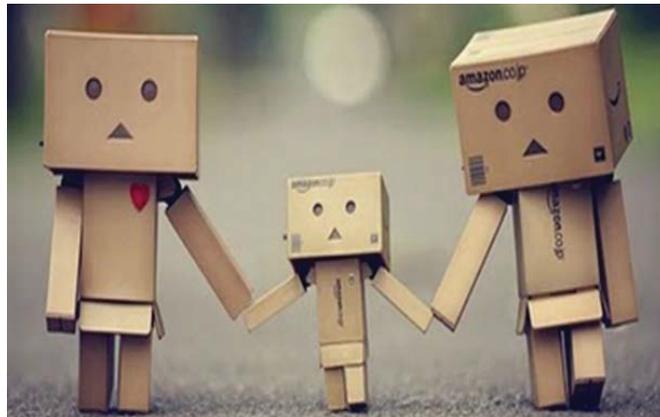
Bab 4

Bangun Ruang Sisi Datar



Kata Kunci

- Kubus
- Balok
- Prisma
- Limas
- Sisi tegak
- Sisi alas
- Luas Permukaan
- Volume



Kompetensi Dasar

1. Menentukan luas permukaan dan volume kubus, balok, prisma, dan limas.
2. Menaksir dan menghitung luas permukaan dan volume bangun ruang yang tidak beraturan dengan menerapkan geometri dasarnya.

Sebuah boneka Danboard dibuat dari kertas karton board. Boneka ini adalah kreasi dari Azuma Kiyohiko seorang komikus serial manga Yotsuba. Bentuk boneka ini sangat unik, yaitu action figure dengan penampilan seperti manusia dengan ukuran mini 7 cm dan 13 cm.

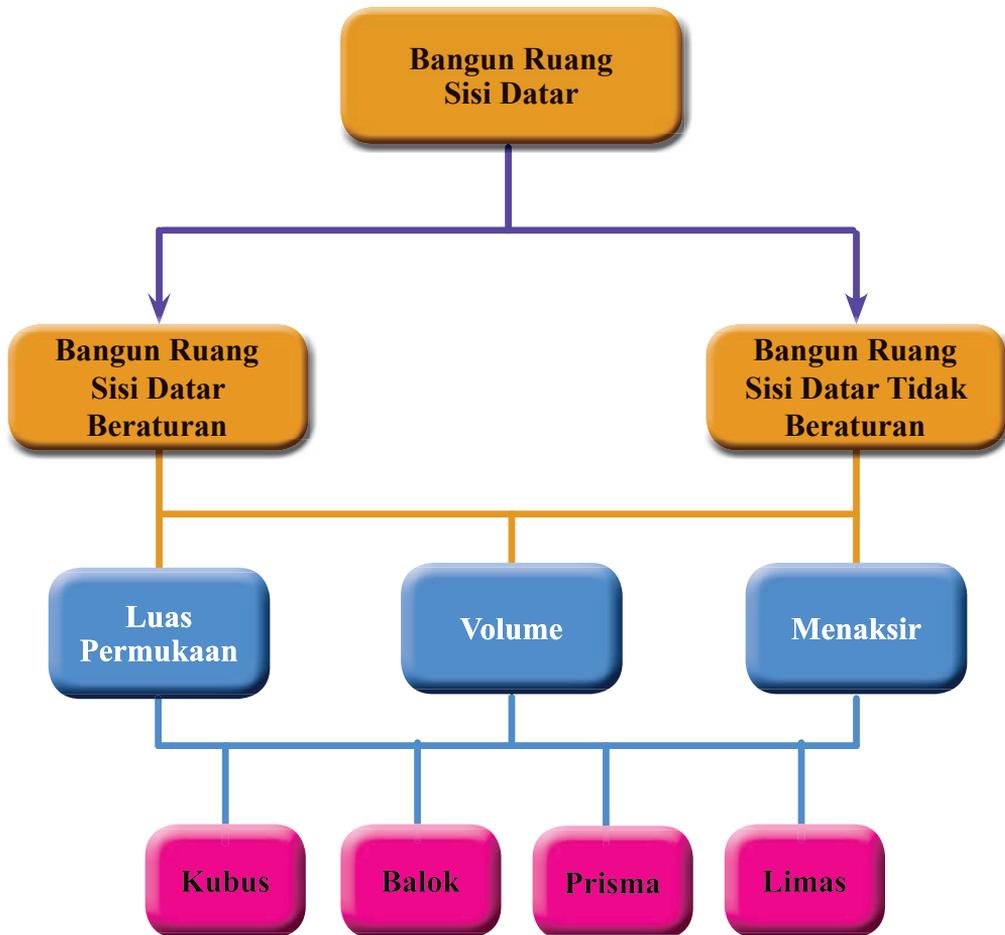
Siapa pun pasti akan merasa gemas ketika melihat si boneka ini. Bagaimana tidak boneka dapat digerakkan secara manual dan dibentuk dengan berbagai macam gaya unik. Perusahaan yang membuatnya menggunakan teknologi tinggi di setiap persendian boneka ini sehingga membuatnya mampu bergerak luwes.

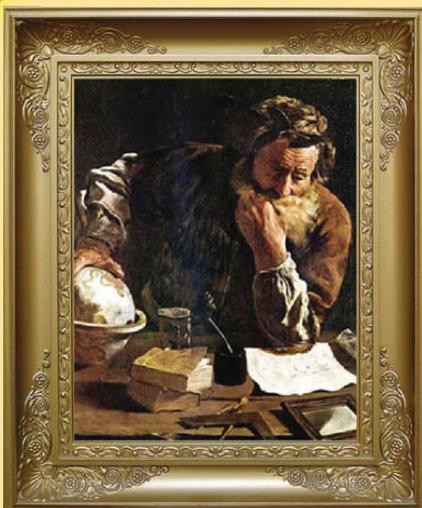
Pertanyaannya sekarang: bagaimanakah cara membuat karton boneka secara manual? Tentunya untuk menjawab pertanyaan tersebut kita harus tahu terlebih dulu tentang materi bangun ruang sisi datar, karena di setiap sisi bagian tertentu luasnya harus ada yang sama.



Pengalaman Belajar

1. Menentukan luas permukaan kubus dan balok dengan menggunakan alat peraga berupa benda nyata.
2. Menentukan luas permukaan prisma yang didapat dari penurunan rumus luas permukaan balok.
3. Menentukan luas permukaan limas dengan syarat-syarat ukuran yang harus diketahui
4. Menentukan volume kubus dan balok melalui pola tertentu sehingga bisa diterapkan pada volume prisma dan limas.
5. Menaksir dan menghitung luas permukaan dan volume bangun ruang yang tidak beraturan dengan menerapkan geometri dasarnya melalui ilustrasi yang ditunjukkan.





Archimedes
(287 SM - 212 SM)

Archimedes dari Syracusa (287 SM - 212 SM). Ia belajar di kota Alexandria, Mesir. Pada waktu itu yang menjadi raja di Sirakusa adalah Hieron II, sahabat Archimedes. Archimedes sendiri adalah seorang matematikawan, astronom, filsuf, fisikawan, dan insinyur berbangsa Yunani. Ia dibunuh oleh seorang prajurit Romawi pada penjarahan kota Syracusa, meskipun ada perintah dari jendral Romawi, Marcellus bahwa ia tak boleh dilukai. Sebagian sejarawan matematika memandang Archimedes sebagai salah satu matematikawan terbesar dalam sejarah, bersama-sama Newton dan Gauss.

Archimedes dikenal karena ide sainsnya mengenai teori mengembang dan tenggelam. Menurut cerita, pada suatu hari ia dimintai Raja Hieron II untuk menyelidiki apakah mahkota emasnya dicampuri perak atau tidak. Archimedes memikirkan masalah ini dengan sungguh-sungguh. Hingga ia merasa sangat letih

dan menceburkan dirinya dalam bak mandi umum penuh dengan air. Lalu, ia memperhatikan ada air yang tumpah ke lantai dan seketika itu pula ia menemukan jawabannya. Ia bangkit berdiri, dan berlari sepanjang jalan ke rumah dengan telanjang bulat. Setiba di rumah ia berteriak pada istrinya, "Eureka. Eureka." yang artinya "sudah kutemukan. sudah kutemukan."

Archimedes hanya perlu memperoleh jumlah kuantitas emas yang digunakan untuk membuat mahkota itu, lalu menentukan berat jenisnya dengan proses yang sama. Jika berat jenis mahkota itu tidak sama, berarti emas itu mengandung emas campuran. Ia berhasil menemukan cara mengetahui volume berat jenis benda tersebut dengan memasukkannya ke dalam air. Kemudian, mengukur berapa banyak air yang didorong oleh benda tersebut. Ia juga dikenal sebagai matematikawan yang sangat hebat, salah satu penemukannya adalah menemukan rumus bangun datar dan volume bangun ruang.

Beberapa hikmah yang mungkin bisa kita petik antara lain:

1. Setiap apa yang kita lakukan, buatlah menjadi sesuatu yang sangat berarti.
2. Jika kita dihadapkan dengan suatu masalah, berusaha dengan sekuat tenaga untuk segera mencari solusinya. Salahsatu cara supaya masalah cepat selesai adalah dengan menenangkan diri dan merenungkan tentang masalah tersebut dan munculkanlah pertanyaan-pertanyaan yang sesuai dengan konteks permasalahan. Misalkan: bagaimana cara untuk mengetahuinya? Apa yang harus dilakukan? Kenapa seperti ini? Kenapa tidak begitu? Dan lain-lain.
3. Kita harus bisa menerapkan materi yang satu dengan materi yang lainnya untuk memecahkan masalah yang ada di sekitar kita.
4. Segala sesuatu yang dapat kita amati pada fenomena alam ini dan bisa mempertanyakannya serta bisa memperoleh jawabannya, maka kita akan memperoleh pengetahuan baru yang sangat bermanfaat bagi diri kita pada khususnya dan orang lain pada umumnya.

Apersepsi

Guru memberikan gambaran awal tentang bangun ruang sisi datar yang ada kaitannya dalam kehidupan nyata. Siswa diberikan beberapa pertanyaan-pertanyaan tentang menyusun suatu objek disusun dengan susunan yang rapi.

Contoh:
bisakah kalian menyusun suatu objek dengan bentuk kubus, balok, prisma atau limas?



Luas Permukaan Bangun Ruang

Bisakah kalian menyusun suatu objek seperti Gambar 4.1 berikut:



Sumber: info-bangunan.blogspot.com

(a)



Sumber: matematohir.wordpress.com

(b)



Sumber: v-nix.nl

(c)

Gambar 4.1 (a) Batu bata merah, (b) potongan buah-buahan dan (c) bola emas

Coba perhatikan susunan batu bata merah, potongan buah-buahan, dan bola emas pada gambar 4.1.

Batu bata merah, potongan buah-buahan, dan bola emas tersebut disusun dengan rapi dan membentuk kubus atau balok, bagian luarnya terbentuk bidang-bidang yang merupakan bidang sisi balok.

Dapatkan kalian menghitung luas bidang sisinya? Ada berapa batu bata yang digunakan? Perhatikan perpotongan antar bidang sisinya. Dapatkan kalian menjelaskan apakah yang terjadi? Coba amati, adakah tiga rusuk yang berpotongan di satu titik? Jika ada, sebutkan dan berapa banyaknya?

Untuk mengetahui lebih jauh tentang bidang sisi, rusuk dan titik sudut pada kubus dan balok lakukan kegiatan berikut.

Guru mengajak siswa untuk memperhatikan susunan batu bata merah, buah-buahan dan bola emas pada Gambar 4.1.

- Batu bata merah, buah-buahan dan bola emas tersebut disusun dengan rapi dan membentuk kubus atau balok, bagian luarnya terbentuk bidang-bidang yang merupakan bidang sisi balok.
- Bidang sisi pada gambar di atas berbentuk bidang datar yang terdiri dari 6 bidang sisi. Banyak batu bata yang digunakan mewakili volume bentuk balok tersebut, begitu juga banyak buah-buahan dan banyak bola emas. Perpotongan bidang sisi dengan bidang sisi akan membentuk suatu garis yang disebut dengan rusuk. Tiga rusuk yang berpotongan pada satu titik disebut dengan titik sudut. Titik sudut pada kubus atau balok sebanyak 8 titik sudut.
- Berilah kesempatan kepada siswa untuk mengartikan apa yang disebut dengan bidang sisi, rusuk, dan titik sudut.



Membelajarkan 4.1

Menentukan Luas Permukaan Kubus dan Balok

Sebelum Pelaksanaan Pembelajaran

Kegiatan 4.1 *Menentukan Luas Permukaan Kubus dan Balok*

Masalah 4.1

Perhatikan gambar berikut ini atau ambillah dua kotak kue atau kardus kecil yang berbentuk kubus dan balok (kotak kue atau kardus kecil yang diambil harus berbeda dengan kelompok yang lain), kemudian amatilah.

Sumber: indonetwork.co.id
(a)

Sumber: itaminingsih.wordpress.com
(b)

Gambar 4.2 Kotak kue dan kardus

- 1) Irislah beberapa rusuk pada bangun yang berbentuk Balok sehingga apabila dibuka dan direbahkan pada bidang datar akan membentuk bangun datar, sehingga akan didapat apa yang disebut jaring-jaring balok.
- 2) Selanjutnya irislah beberapa rusuk dengan pola irisan yang berbeda pada bangun yang berbentuk Kubus sehingga apabila dibuka dan direbahkan pada bidang datar akan membentuk bangun datar, maka akan didapat apa yang disebut jaring-jaring Kubus.
- 3) Bandingkan kedua bentuk jaring-jaring tersebut, kemudian ukurlah dan hitunglah luasnya.

Alternatif Pemecahan Masalah

Salah satu jawaban dari pertanyaan pada masalah 4.1 di atas adalah sebagai berikut:

MATEMATIKA 93

1. Sediakan beberapa (secukupnya) kotak kue atau kardus kecil yang berbentuk kubus dan balok
2. Sediakan juga alat-alat pemotong seperti gunting, katter, atau lainnya
3. Siapkan beberapa macam kerangka bangun ruang kubus dan balok
4. Siswa dibentuk kelompok kecil siswa (sebanyak 4 – 5 orang) yang memungkinkan belajar secara efektif
5. Siapkan beberapa contoh model jaring-jaring balok dan kubus, kemudian tanyakan kepada siswa: “bisakah kalian membuat model jaring-jaring balok atau kubus sebanyak 21 model jaring-jaring?”
6. Sediakan juga kerangka bangun prisma segitiga, segi empat, dan segi lainnya kalau memungkinkan sertakan juga beberapa bentuk jaring-jaringnya.

- Ajaklah siswa untuk memperhatikan dan memahami Masalah 4.1
- Bagikan kotak kue atau kardus kecil kepada kelompok siswa baik yang berbentuk balok maupun kubus, bagikan pula alat-alat pemotong seperti gunting atau katter atau lainnya
- Fokus pengamatan adalah akan melakukan suatu kegiatan pembuktian langsung terhadap kotak kue atau kardus kecil untuk mengetahui luas seluruh permukaannya



Ayo Kita Amati

- Ajaklah siswa untuk mengamati langkah-langkah penyelesaian Masalah 4.1
- Kemudian siswa ditugaskan untuk menggambar sendiri pada text box dengan petunjuk nomor 2 pada Gambar 4.2
- Motivasilah siswa agar membuat kesimpulan dari hasil kegiatan yang telah di amati.



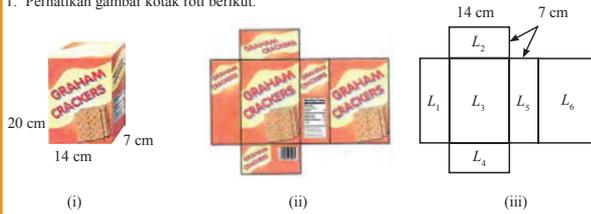
Alternatif Jawaban

Perhatikan kembali gambar kotak kue berikut: mengiris irishlah beberapa rusuk dengan pola irisan yang berbeda kotak roti tersebut dan gambarlah juga jaring-jaringnya serta ukurlah kotak kue tersebut dan kemudian ditentukan luasnya.



Ayo Kita Amati

1. Perhatikan gambar kotak roti berikut:



Gambar 4.3 Kotak roti dan jaring-jaringnya

Gambar 4.3 di atas merupakan gambar kotak roti yang digunting (diiris) pada tiga buah rusuk alas dan atasnya serta satu buah rusuk tegaknya, yang direbahkan pada bidang datar sehingga membentuk jaring-jaring kotak roti.

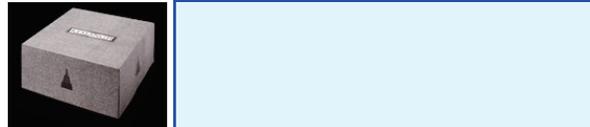
Pada gambar (iii) di dapat sebagai berikut:

$$L_1 = L_3, L_2 = L_4, \text{ dan } L_5 = L_6$$

$$\begin{aligned} \text{Sehingga luas seluruh permukaan kotak roti} &= L_1 + L_2 + L_3 + L_4 + L_5 + L_6 \\ &= (L_1 + L_3) + (L_2 + L_4) + (L_5 + L_6) \\ &= (2 \times L_1) + (2 \times L_2) + (2 \times L_3) \\ &= (2 \times 7 \times 20) + (2 \times 7 \times 14) + (2 \times 14 \times 20) \\ &= (280) + (196) + (560) \\ &= 1.036 \end{aligned}$$

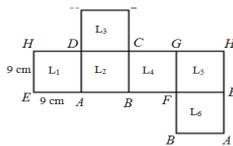
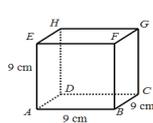
Jadi, luas seluruh permukaan kotak roti adalah 1.036 cm².

2. Perhatikan gambar kotak kue berikut: Lakukanlah langkah-langkah seperti Gambar 4.3.



Gambar 4.4 Kotak Kue

Gambar 4.4 merupakan kotak kue yang berbentuk kubus. Coba kalian gambar sendiri pada kotak persegi panjang di atas dengan petunjuk nomor 2. Gambar 4.2, yakni irishlah beberapa rusuk dengan pola irisan yang berbeda kotak kue tersebut dan gambarlah juga jaring-jaringnya serta ukurlah kotak kue tersebut dan tentukan luasnya.



Pada Gambar 4.4, di dapat sebagai berikut: $L_1 = L_2 = L_3 = L_4 = L_5 = L_6$
 Sehingga luas seluruh permukaan kotak roti $= L_1 + L_2 + L_3 + L_4 + L_5 + L_6$
 $= 6 \times L_1$
 $= 6 \times (9 \times 9)$
 $= 6 \times (81)$
 $= 486 \text{ cm}^2$

Jika suatu kotak roti yang berbentuk balok diiris pada tiga buah rusuk alasnya dan atasnya, serta satu buah rusuk tegaknya, kemudian direbahkan sehingga terjadi bangun datar, maka bangun datar itu dinamakan **jaring-jaring balok**.

Demikian juga pada kotak kue yang berbentuk kubus, apabila diiris pada rusuk-rusuk tertentu dan direbahkan pada bangun datar, maka bangun datar itu dinamakan **jaring-jaring kubus**.

Kesimpulan apa yang dapat kalian ambil dari pengamatan di atas?

Ayo Kita Menanya

Jika kamu ingin membuat kotak pernik-pernik berbentuk kubus dari kertas karton, dimana kotak pernik-pernik tersebut memiliki panjang rusuk 12 cm, maka buatlah pertanyaan yang memuat kata-kata berikut:

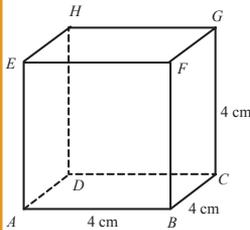
1. "Kubus" dan "panjang rusuk 12 cm"
2. "kubus" dan "kertas karton"
3. "banyak" dan "pernik-pernik"

Tulislah pertanyaan kalian di lembar kerja/buku tulis.

Sedikit Informasi

Luas permukaan balok adalah jumlah seluruh luas sisi balok tersebut. Ada dua luas sisi yang berhadapan sama. Sedangkan luas permukaan kubus sama halnya dengan luas permukaan balok, akan tetapi kalau kubus luas setiap sisi-sisinya adalah sama, sehingga karena sisi balok ada 6, maka luas permukaan kubus adalah luas satu sisinya dikalikan 6.

Contoh 4.1



Gambar 4.5 Kubus ABCD.EFGH

Hitunglah luas permukaan kubus ABCD.EFGH pada Gambar 4.5 di samping.

Penyelesaian

$$\begin{aligned} \text{Luas permukaan kubus} &= 6s^2 \\ &= 6 \times 4^2 \\ &= 6 \times 16 \\ &= 96 \end{aligned}$$

Jadi, luas permukaan bangun yang bentuk kubus adalah 96 cm^2

Ayo Kita Menanya

Jelaskan tugas berikutnya, yaitu membuat pertanyaan (questioning); pada kegiatan ini siswa membuat pertanyaan yang akan diajukan kepada guru apabila ingin membuat pernik-pernik berbentuk kubus dari karton. Contoh: bagaimana cara membuat kubus dengan ukuran 12 cm? Seberapa banyak pernik-pernik yang dibutuhkan?

Sedikit Informasi

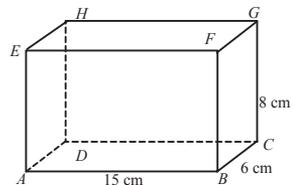
Kemudian ajaklah siswa untuk memahami sedikit informasi yang sudah disediakan dalam buku tersebut

Contoh 4.2

Hitunglah luas permukaan balok pada Gambar 4.6.

Penyelesaian

$$\begin{aligned}\text{Luas permukaan balok} &= 2(pl + pt + lt) \\ &= 2(15 \times 6 + 15 \times 8 + 6 \times 8) \\ &= 2(90 + 120 + 48) \\ &= 2(258) \\ &= 516\end{aligned}$$



Gambar 4.6 Balok ABCD.EFGH

Jadi, luas permukaan bangun yang bentuk balok adalah 516 cm².

Contoh 4.3

Sebuah balok memiliki sisi-sisi yang luasnya 24 cm², 32 cm², dan 48 cm². Berapakah jumlah panjang semua rusuk balok tersebut?

Penyelesaian

Perhatikan gambar berikut:

Menurut informasi dari soal, maka di dapat $pl = 48$, $pt = 32$, dan $lt = 24$.

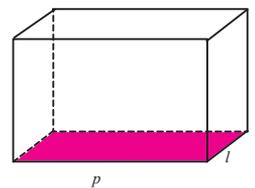
Dengan menyelesaikan sistem persamaan yang ada, maka di peroleh sebagai berikut:

$$\sqrt{\frac{pl \times pt}{lt}} = \sqrt{\frac{48 \times 32}{24}} = 8$$

$$\sqrt{\frac{pl \times lt}{pt}} = \sqrt{\frac{48 \times 24}{32}} = 6$$

$$\sqrt{\frac{pt \times lt}{pl}} = \sqrt{\frac{32 \times 24}{48}} = 4$$

Sehingga jumlah panjang semua rusuk balok $= 4(p + l + t) = 4(8 + 6 + 4) = 4(18) = 72$ cm.



Setelah Pelaksanaan Pembelajaran

1. Periksalah apakah semua kelompok sudah mencatat hal-hal yang penting pada kegiatan kali ini
2. Berikan penilaian terhadap proses dan hasil karya siswa dengan menggunakan rubrik penilaian
3. Jika dipandang perlu, berilah siswa soal latihan 4.1 untuk dikerjakan di rumah



Ayo Kita Menggali Informasi

Coba temukan pada buku tertentu, di internet, atau membuat sendiri jika diketahui luas permukaan balok adalah 108 cm^2 . Bagaimana cara menemukan ukuran panjang, lebar, dan tinggi balok tersebut? Berapa banyak kemungkinan ukuran-ukuran yang kalian temukan?



Ayo Kita Menalar

Sebuah karton berukuran $0,5 \text{ m} \times 1 \text{ m}$. Karton tersebut akan dibuat untuk membungkus kado yang berukuran $2 \text{ cm} \times 3 \text{ cm} \times 5 \text{ cm}$. Jika kado yang akan dibuat sebanyak 500 buah, maka berapa banyak minimal karton yang dibutuhkan?



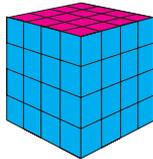
Ayo Kita Berbagi

Setelah selesai menjawab, tukarkan hasil jawaban kalian dengan kelompok yang lain. Kemudian bandingkan hasil jawabannya, diskusikan dengan kelompok tersebut. Tulislah kesimpulan kalian pada lembar kerja/buku tulis yang sudah kalian sediakan.



Latihan 4.1

- Akan dibuat model kerangka balok dari kawat yang panjangnya 10 m. Jika ukuran panjang lebar dan tingginya adalah $30 \text{ cm} \times 20 \text{ cm} \times 10 \text{ cm}$.
 - hitunglah banyak kerangka balok yang dapat dibuat.
 - Berapakah sisa kawat dari yang telah digunakan untuk membuat balok
- Sebuah Aula berbentuk balok dengan ukuran panjang 9 meter, lebar 7 meter, dan tingginya 4 meter. Dinding bagian dalamnya akan dicat dengan biaya Rp.50.000,00- per meter persegi. Tentukan seluruh biaya pengecatan Aula tersebut.
- Perbandingan panjang, lebar dan tinggi sebuah balok adalah $4 : 3 : 2$. Jika luas alas balok tersebut adalah 108 cm^2 , maka hitunglah luas permukaan balok tersebut.
- Diketahui luas suatu jaring-jaring balok adalah 484 cm^2 . Bagaimana cara menemukan ukuran balok tersebut?
- Perhatikan gambar kubus di samping. Jika sisi atas dan sisi bawah kubus tersebut dicat dengan warna merah, sedang sisi lain dicat dengan warna biru, kemudian kubus dipotong-potong menjadi 64 kubus satuan. Tentukan banyak kubus satuan yang memiliki warna biru saja.
- Diketahui pada setiap sisi kubus dituliskan sebuah bilangan asli. Setiap titik sudutnya diberi nilai yang merupakan hasil kali dari tiga bilangan pada tiga sisi yang berpotongan di titik sudut tersebut. Jika jumlah semua bilangan pada titik-titik sudut tersebut sama dengan 231, tentukan jumlah semua bilangan yang dituliskan pada sisi-sisi kubus tersebut.



Menggali Informasi

Setelah memahami sedikit informasi dirasa sudah cukup, informasikan kegiatan selanjutnya, yaitu menggali informasi (pada pojok pustaka atau di perpustakaan) tentang permasalahan yang sudah disediakan pada buku siswa



Ayo Kita Menalar

Selanjutnya ajaklah siswa untuk bernalar dengan menggunakan rumus luas permukaan Balok atau Kubus yang sudah di ketahui



Alternatif Pemecahan Masalah

$$\begin{aligned} \text{Luas karton} &= 0,5 \text{ m} \times 1 \text{ m} \\ &= 50 \text{ cm} \times 100 \text{ cm} \\ &= 5000 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Luas kado} &= 2(2 \times 3 + 2 \times 5 + 3 \times 5) \\ &= 2(6 + 10 + 15) \\ &= 2(31) \\ &= 62 \text{ cm}^2 \end{aligned}$$

Akan dibuat sebanyak 500 buah, sehingga

$$500 \times 62 = 31.000 \text{ cm}^2$$

Dengan demikian Banyak minimal karton yang dibutuhkan adalah $\frac{31.000}{5.000} = 6,2$ karena hasil baginya berupa pecahan desimal, maka dibulatkan menjadi 7 karton



Membelajarkan 4.2

Menentukan Luas Permukaan Prisma

Sebelum Pelaksanaan Pembelajaran

1. Sediakan beberapa kerangka prisma lengkap dengan jaring-jaringnya
2. Sediakan kertas HVS secukupnya
3. Siswa dibentuk kelompok kecil siswa (sebanyak 4 – 5 orang) yang memungkinkan belajar secara efektif

Kegiatan 4.2

Menentukan Luas Permukaan Prisma

Pernahkah kalian menjumpai bagian atap gubuk dan tenda perkemahan seperti gambar berikut? Dimanakah kalian menjumpainya?

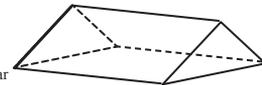


Sumber: matematohir.wordpress.com

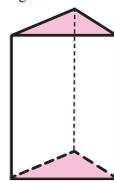
Sumber: smkwikrama.net

Gambar 4.7 Gubuk dan tenda

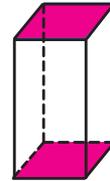
Pada bagian atas gubuk dan tenda dapat digambar sebagai berikut. Dalam matematika Gambar 4.7 di atas disebut dengan prisma. Perhatikan prisma pada gambar di samping. Pada gambar tersebut dibatasi oleh dua sisi yang berbentuk segitiga yang kongruen dan sejajar, serta tiga sisinya yang berbentuk persegi panjang. Perhatikan model prisma pada gambar di bawah ini.



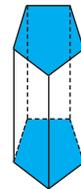
Gambar 4.8 Prisma



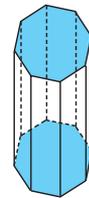
Prisma Segitiga



Prisma Segi empat



Prisma Segi lima



Prisma Segi delapan

Gambar 4.9 Model-model Prisma

Untuk lebih jelasnya ikutilah langkah-langkah kegiatan belajar berikut ini.

Masalah 4.2

Perhatikan kembali gambar 4.9 di atas. Pada model-model prisma tersebut ada dua sisi yang saling berhadapan luasnya adalah sama. Dua sisi yang luasnya sama masing-masing dinamakan **sisi alas** dan **sisi atas**. Sedangkan sisi lain yang berbentuk persegi panjang atau jajar genjang disebut **sisi tegak**. Masalahnya sekarang, bagaimanakah langkah-langkah mencari luas permukaan prisma tersebut? Hal-hal apa saja yang harus diperhatikan pada prisma tersebut?

Apersepsi

Guru memberikan gambaran awal tentang bangun prisma yang terdapat pada kehidupan nyata, kemudian dirunjukkan beberapa macam bentuk prisma, yaitu prisma segitiga, prisma segi empat, prisma segi lima dan prisma segi delapan

Alternatif Pemecahan Masalah



Berikut gambar prisma segitiga, segiempat, dan segienam beraturan dilengkapi dengan jaring-jaringnya

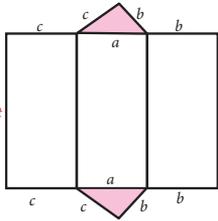
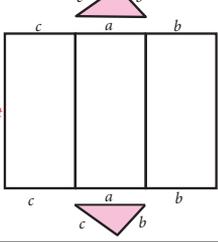
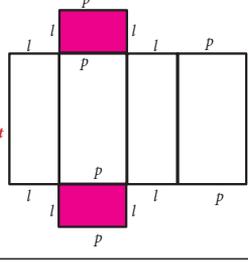
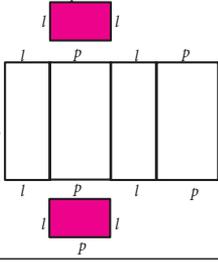
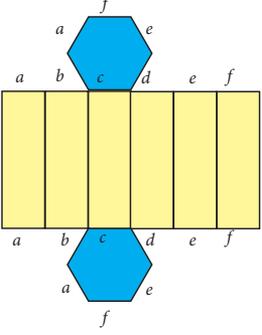
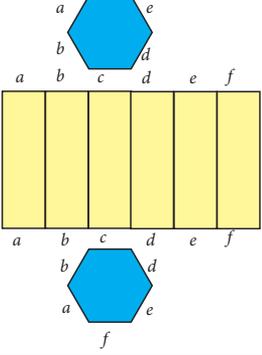
Tabel 4.1a Jaring-jaring prisma

No.	Prisma	Jaring-jaring
1		
2		
3		



- Ajaklah siswa untuk memperhatikan dan memahami Masalah 4.2
- Informasikan tugas yang akan mereka kerjakan, yaitu akan mengamati kerangka bangun prisma dan jaring-jaringnya pada Tabel 4.1a
- Fokus pengamatan yang pertama adalah memperhatikan dengan teliti pada model-model prisma dan jaring-jaringnya pada Tabel 4.1a

Tabel 4.1b Luas permukaan prisma

No.	Jaring-jaring Prisma	Potongan jaring-jaring prisma
1		
2		
3		



Ayo Kita Amati

- Fokus pengamatan adalah memperhatikan dengan teliti pada model-model prisma dan jaring-jaringnya pada Tabel 4.1a
- Fokus pengamatan yang kedua adalah memperhatikan dengan teliti pada model-model jaring-jaringn prisma dan potongan-potongan jaring-jaringnya pada Tabel 4.1b

Kesimpulan apa yang dapat kalian ambil dari pengamatan di atas?



Ayo Kita Menanya

Berdasarkan hasil pengamatan kalian, coba buatlah pertanyaan yang memuat kata-kata berikut:

1. "dua sisi yang saling berhadapan" dan "sisi alas"
2. "sisi alas" dan "sisi atas"
3. "keliling" dan "bidang tegak"

Tuliskan pertanyaan kalian di lembar kerja/buku tulis.



Sedikit Informasi

Balok juga dapat dikatakan prisma segi empat, sehingga luas permukaan prisma bisa didapat dari luas permukaan balok. Akan tetapi pada luas permukaan prisma yang ditekankan adalah luas alas, keliling alas, dan tinggi.

Perhatikan gambar 4.10 di samping ini, untuk luas permukaan prisma segi empat sama dengan luas permukaan balok, yaitu

$$L = 2(pl + pt + lt)$$

$$L = 2pl + 2pt + 2lt$$

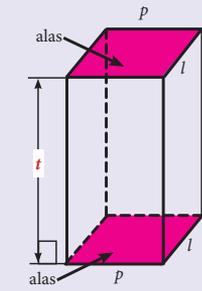
$$L = 2pl + (2p + 2l)t$$

$$L = 2 \times \text{Luas alas} + (2p + 2l)t$$

$$L = 2 \times \text{Luas alas} + \text{Keliling alas} \times \text{tinggi}$$

Sehingga luas prisma secara umum adalah

$$L = 2 \times \text{Luas alas} + \text{Keliling alas} \times \text{tinggi}$$



Gambar 4.10 Prisma segi empat



Contoh 4.4

Gambar 4.11 merupakan prisma tegak segitiga siku-siku. Tentukan luas permukaan prisma tersebut.



Penyelesaian

Untuk mencari luas permukaan prisma segitiga tersebut, terlebih dulu kita cari panjang semua alasnya, yaitu

$$AB = \sqrt{AC^2 + BC^2} = \sqrt{4^2 + 3^2} = \sqrt{16 + 9} = \sqrt{25} = 5$$

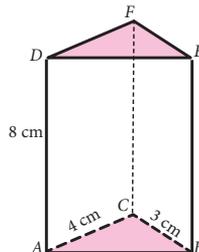
Sehingga

$$L = 2 \times \text{Luas alas} + \text{Keliling alas} \times \text{tinggi}$$

$$= 2 \times \frac{1}{2} \times 3 \times 4 + (3 + 4 + 5) \times 8$$

$$= 12 + (12) \times 8 = 12 + 96 = 108$$

Jadi, luas permukaan prisma tegak segitiga siku-siku adalah 108 cm².



Gambar 4.11 Prisma segitiga siku-siku



Ayo Kita Menanya

- Jelaskan tugas berikutnya, yaitu membuat pertanyaan; pada kegiatan ini siswa membuat pertanyaan tentang model-model prisma dan jaring-jaringnya serta potongan-potongannya. Contoh kenapa dua sisi yang saling berhadapan dianggap sebagai alas? Bukankah kalau suatu bangun ruang itu ada alasnya juga ada tutupnya?



Sedikit Informasi

- Kemudian ajaklah siswa untuk memahami sedikit informasi yang sudah disediakan dalam buku siswa, jika dimungkinkan ada pertanyaan tentang informasi tersebut, bahaslah bersama-sama dengan siswa yang lainnya sehingga siswa benar-benar paham tentang informasi tersebut



Ayo Kita Menalar

Selanjutnya ajaklah siswa untuk bernalar dengan mencari syarat minimal apa suatu limas sehingga luas permukaannya bisa dihitung.

Petunjuk Jawaban

Syarat minimal yang diketahui:

- 1) Perhatikan gambar alas segi enam di samping.
- 2) Kemudian carilah luas segitiga yang panjang sisi-sisinya 10 cm.
- 3) Luas segitiga dikalikan enam, sehingga diperoleh luas alas segi enam.
- 4) Selanjutnya gunakan rumus luas permukaan prisma, yakni $L = 2 \times \text{Luas alas} + \text{Keliling alas} \times \text{tinggi}$.



Ayo Kita Kita Selidiki

Ajaklah siswa untuk menerapkan hasil diskusinya pada beberapa soal yang telah disediakan pada buku siswa



Ayo Kita Berbagi

Informasikan kepada siswa untuk mendiskusikannya secara klasikal, dimana dalam kegiatan ini: Guru menyuruh seluruh kelompok yang ada untuk mempresentasikan hasil penyelesaiannya di depan kelas secara bergantian salah kelompok siswa mempresentasikannya jawaban dari hasil dikusinya



Contoh 4.5

Diketahui luas permukaan prisma segi empat adalah 256 cm^2 . Alas prisma tersebut berbentuk persegi panjang dengan ukuran panjang 5 cm dan lebar 4 cm. Tentukan tinggi prisma tersebut.



Aternatif Penyelesaian

Luas permukaan prisma segi empat = 500 cm^2
Panjang alas 5 cm dan lebar alas 4 cm.

$$\begin{aligned}
 L &= 2 \times \text{Luas alas} + \text{Keliling alas} \times \text{tinggi} \\
 256 &= 2 \times \text{panjang} \times \text{lebar} + 2 \times (\text{panjang} + \text{lebar}) \times \text{tinggi} \\
 &= 2 \times 5 \times 4 + 2 \times (5 + 4) \times \text{tinggi} \\
 &= 40 + 2 \times (9) \times \text{tinggi} \\
 256 &= 40 + 18 \times \text{tinggi} \\
 256 - 40 &= 18 \times \text{tinggi} \\
 216 &= 18 \times \text{tinggi} \\
 \text{tinggi} &= 12
 \end{aligned}$$

Jadi, tinggi prisma tersebut adalah 12 cm^2 .



Ayo Kita Menalar

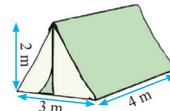
Perhatikan kembali Tabel 4.1a pada nomor 3. Bagaimana caranya kalian menentukan luas permukaannya? Jika $a = 10 \text{ cm}$ dan $t = 40 \text{ cm}$. Jelaskan.



Ayo Kita Selidiki

Coba terapkan hasil penalaran kalian pada soal-soal berikut:

1. Pernahkah kamu berkemah? Berbentuk apakah tenda yang kamu pakai? Bila tenda yang kamu pakai seperti gambar tenda di samping, dapatkan kamu menghitung luas kain terkecil yang diperlukan untuk membuat tenda itu? Coba hitunglah.
2. Sebuah prisma tegak segi enam beraturan $ABCDEF.GHIJKL$ mempunyai panjang rusuk alas 10 cm, panjang rusuk tegak 80 cm.
 - a. Gambarkan bangun prismanya.
 - b. Tentukan luas bidang tegaknya.
 - c. Tentukan luas permukaan prisma.

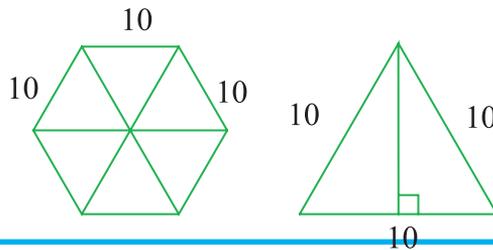


Gambar 4.12 Tenda



Ayo Kita Berbagi

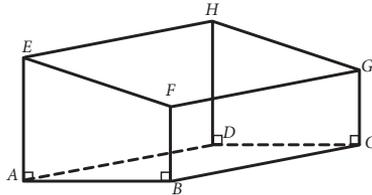
Kemudian lakukan diskusi dalam kelompok kalian untuk menjawab kedua soal tersebut yang dipandu oleh Gurumu sehingga diperoleh pemahaman dan kesimpulan yang sama. Tulislah pemahaman dan kesimpulan yang sudah diperoleh pada buku kalian.



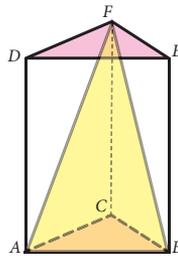


Latihan 4.2

1. Alas sebuah prisma berbentuk segitiga siku-siku dengan panjang sisi 12 cm, 5 cm dan 13 cm. Jika tinggi prisma adalah 20 cm. Hitunglah luas permukaan prisma tersebut.
2. Gambar di bawah adalah prisma $ABCD.EFGH$. Dengan $ABFE$ sejajar $DCGH$. Panjang $AB = 4$ cm, $BC = 6$ cm, $AE = 8$ cm, dan $FB = 5$ cm. Tentukan luas permukaannya.



3. Sebuah prisma alasnya berbentuk belah ketupat dengan panjang diagonal 16 cm dan 12 cm. Tentukan tinggi prisma jika luas permukaannya adalah 672 cm^2 .
4. Diketahui luas permukaan prisma tegak segi empat beraturan 864 cm^2 dan tinggi prisma 12 cm. Tentukan panjang sisi alas prisma tersebut.
5. Perhatikan gambar prisma berikut ini.



Alas prisma tersebut berbentuk segitiga siku-siku dengan panjang $BC = 3$ cm dan $AC = 4$ cm. Jika luas permukaan prisma 108 cm^2 , tentukan tinggi prisma tersebut. Bagaimana cara kalian mencari luas bidang ABF ? Jelaskan.

6. Diketahui luas permukaan prisma segi empat adalah 500 cm^2 dengan tinggi 10 cm. Jika alas prisma tersebut berbentuk persegi panjang, maka tentukan kemungkinan-kemungkinan ukuran panjang dan lebar prisma itu.

Setelah Pelaksanaan Pembelajaran

1. Periksa apakah semua kelompok sudah mencatat hal-hal yang penting pada kegiatan kali ini
2. Berikan penilaian terhadap proses dan hasil karya siswa dengan menggunakan rubrik penilaian
3. Jika dipandang perlu, berilah siswa soal Latihan 4.2 untuk dikerjakan di rumah



Membelajarkan 4.3

Menentukan Luas Permukaan Limas

Apersepsi

Guru memberikan gambaran awal tentang bangun limas yang terdapat pada kehidupan nyata, kemudian dirunjukkan beberapa macam bentuk limas, yaitu limas segitiga, limas segi empat, limas segi lima dan limas segi enam.

Sebelum Pelaksanaan Pembelajaran

1. Sediakan beberapa kerangka limas lengkap dengan jaring-jaringnya
2. Sediakan buku tertentu/pojok pustaka/internet, dll
3. Sediakan kertas HVS secukupnya
4. Siswa dibentuk kelompok kecil siswa (sebanyak 4 – 5 orang) yang memungkinkan belajar secara efektif
5. Mungkin perlu diberikan contoh kritik, komentar, saran, atau pertanyaan terhadap suatu karya agar siswa bisa meniru dan mengembangkan lebih jauh sesuai dengan materinya



Kegiatan 4.3

Menentukan Luas Permukaan Limas

Perhatikan bagian atap bangunan di bawah ini. Berbentuk apakah bagian atap itu?



Sumber: matemahir.wordpress.com

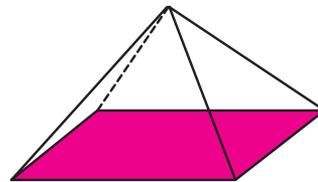


Sumber: gambar-rumah88.blogspot.com

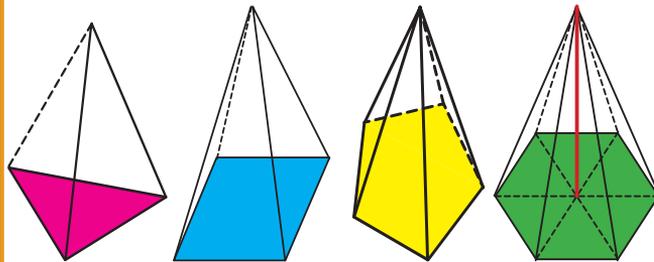
Gambar 4.13 Rumah

Pada bagian atap rumah dapat digambar sebagai berikut.

Dalam matematika gambar disebut dengan limas. Perhatikan limas pada Gambar 4.14 di samping. Pada gambar tersebut dibatasi oleh satu alas yang berbentuk persegi panjang dan empat sisi tegak yang berbentuk segitiga. Perhatikan model limas pada Gambar 4.15 di bawah ini.



Gambar 4.14 Limas beraturan



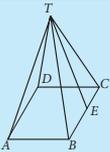
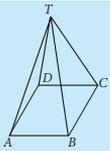
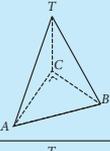
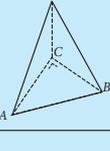
Gambar 4.15 Model-model limas

Untuk lebih jelasnya ikutilah langkah-langkah kegiatan belajar berikut ini.

Masalah 4.3

Tabel 4.2 berikut akan disajikan gambar limas beserta ukuran-ukuran yang diketahui:

Tabel 4.2 Kasus luas permukaan limas

No.	Gambar	Keterangan	Bisa / Tidak Bisa
1		Diketahui alas limas tersebut berbentuk persegi dengan panjang $TE = 5$ cm dan $AB = 6$ cm. Apakah Luas Permukaannya bisa ditentukan?	Bisa
2		Diketahui alas limas tersebut berbentuk persegi dengan panjang $TA = 5$ cm, $TC = 7$ cm dan $AB = 6$ cm. Apakah Luas Permukaannya bisa ditentukan?	Tidak Bisa
3		Sebuah limas alasnya berbentuk segitiga dengan panjang $AC = 3$ cm, $BC = 4$ cm, dan $AB = 5$ cm. Apabila tinggi limas 10 cm. Apakah Luas Permukaannya bisa ditentukan?	Bisa
4		Sebuah limas alasnya berbentuk segitiga dengan panjang $AC = 3$ cm, $BC = 4$ cm, $AB = 5$ cm, $TA = 9$ cm, $TB = 10$ cm dan $TC = 10$ cm. Apakah Luas Permukaannya bisa ditentukan?	Tidak Bisa

MATEMATIKA 105



Ayo Kita Amati

- Informasikan tugas yang akan mereka kerjakan, yaitu akan mengamati alternatif penyelesaian dari Masalah 4.3, maksimal 15 menit dan aturan mainnya sejelas mungkin sebelum mereka mengamati.
- Fokus pengamatan adalah memperhatikan dengan teliti pada bentuk-bentuk soal dan jawabnya tentang luas permukaan limas yang bisa dikerjakan dan tidak bisa dikerjakan.

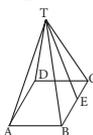
Masalah

Masalah 4.3

Ajakhlah siswa untuk memperhatikan dan memahami Masalah 4.3, kemudian munculkanlah pertanyaan-pertanyaan yang mungkin.

Alternatif Pemecahan Masalah

Ayo Kita Amati



Pada gambar 1:
Diketahui alas limas tersebut berbentuk persegi dengan panjang $TE = 5$ cm dan $AB = 6$ cm. Apakah luas permukaannya bisa ditentukan?

Penyelesaian

Soal tersebut bisa diselesaikan, karena bentuk alasnya persegi dengan ukuran sisi 6 cm dan tinggi bidang tegaknya juga sudah diketahui ukurannya, yaitu 5 cm.

Dengan demikian, selanjutnya tinggal cari

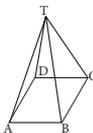
luas permukaannya dengan rumus:

$L = \text{luas alas} + \text{jumlah luas bidang tegak}$

$$L = 6^2 + 4 \times \frac{1}{2} \times 6 \times 5$$

$$L = 36 + 60$$

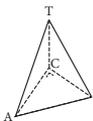
$$L = 96 \text{ cm}^2$$



Pada gambar 2:
Diketahui alas limas tersebut berbentuk persegi dengan panjang $TA = 5$ cm, $TC = 7$ cm, dan $AB = 6$ cm. Apakah luas permukaannya bisa ditentukan?

Penyelesaian

Soal tersebut tidak bisa diselesaikan, karena panjang rusuk tegak TA tidak sama dengan panjang rusuk tegak TC sehingga tidak akan membentuk bangun limas segi empat dan tinggi dari masing-masing bidang tegaknya juga tidak diketahui, walaupun sudah diketahui bahwa alasnya berbentuk persegi dengan ukuran sisi 6 cm.



Penyelesaian

Sebuah limas alasnya berbentuk segitiga dengan panjang $AC = 3$ cm, $BC = 4$ cm, dan $AB = 5$ cm. Apabila tinggi limas 10 cm. Apakah luas permukaannya bisa ditentukan?

Penyelesaian

Soal tersebut bisa diselesaikan, karena alas limas tersebut berbentuk segitiga siku-siku dengan ukuran sudah diketahui. Sudah diketahui juga ukuran tinggi limasnya. Dengan demikian, selanjutnya luas masing-masing bidang, yaitu luas bidang ACB , bidang ACT , bidang BCT , dan bidang ABT . Khusus untuk mencari luas bidang ABT carilah terlebih dulu panjang AT dan BT dengan menggunakan Pythagoras. Coba kalian lanjutkan untuk menentukan luas permukaan limas tersebut.

Ayo Kita Menanya

Jelaskan tugas berikutnya, yaitu membuat pertanyaan; pada kegiatan ini siswa membuat pertanyaan tentang syarat apa yang harus terpenuhi agar suatu limas bisa ditentukan luas permukaannya.
Contoh:
Kenapa gambar nomor 2 dan 4 tidak bisa dihitung?

Menggali Informasi

Ajaklah siswa untuk menggali informasi (pada pojok pustaka atau di perpustakaan, internet atau lainnya) tentang soal-soal yang berkenaan dengan luas permukaan limas

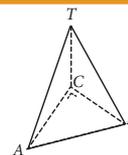
Ayo Kita Menalar

Selanjutnya ajaklah siswa untuk bernalar dengan mencari syarat minimal apa suatu limas sehingga luas permukaannya bisa dihitung.

Syarat minimal yang di ketahui adalah panjang rusuk alas dan pajang rusuk tegak tidak lebih pendek dari tinggi limas

Pada gambar 4:

Sebuah limas alasnya berbentuk segitiga dengan panjang $AC = 3$ cm, $BC = 4$ cm, $AB = 5$ cm, $TA = 9$ cm, $TB = 10$ cm dan $TC = 10$ cm. Apakah Luas Permukaannya bisa ditentukan?



Penyelesaian

Soal tersebut tidak bisa diselesaikan, karena panjang rusuk tegaknya tidak sama, yaitu $TA = 9$ cm, $TB = 10$ cm dan $TC = 10$ cm. walaupun sudah diketahui bahwa alasnya berbentuk segitiga siku-siku dengan ukuran $AC = 3$ cm, $BC = 4$ cm, $AB = 5$ cm.

Ayo Kita Menanya

Berdasarkan hasil pengamatan kalian, coba buatlah pertanyaan yang memuat kata-kata berikut:

1. "syarat diketahui" dan "luas permukaan limas"
2. "sisi alas" dan "rusuk tegak"
3. "bidang tegak" dan "limas"

Tuliskan pertanyaan kalian di lembar kerja/buku tulis.

Menggali Informasi

Coba temukan minimal 10 soal pada buku tertentu, di internet, atau membuat sendiri beserta jawabannya yang berkenaan dengan luas permukaan limas.

Ayo Kita Menalar

Berdasarkan kegiatan menggali informasi yang telah kalian dapatkan. Sekarang coba kalian jelaskan bagaimana cara menentukan ukuran alas suatu limas segiempat beraturan jika diketahui luas permukaan limas tersebut adalah 360 cm^2 dan luas sisi tegaknya adalah 100 cm. Berapa banyak ukuran alas yang kalian temukan?

Ayo Kita Berbagi

Setelah selesai menjawab pertanyaan pada kegiatan bernalar di atas. Kemudian tukarkan hasil kesimpulan kalian dengan kelompok yang lain. Selanjutnya bandingkan hasil kesimpulannya, diskusikan dengan kelompok tersebut.

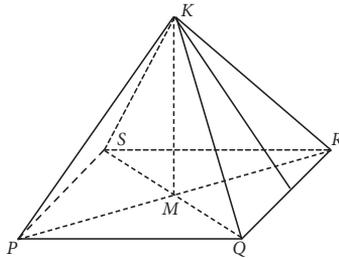
Ayo Kita Berbagi

- Mintalah siswa untuk untuk menukarkan hasil karyanya dengan kelompok yang lain, dan pastikan kelompok tersebut memahami apa yang harus dilakukan
- Pantau bagaimana mereka mengerjakan tugasnya dan pastikan bahwa kalimat-kalimat yang digunakan sudah sesuai dengan kaidah budi pekerti yang baik



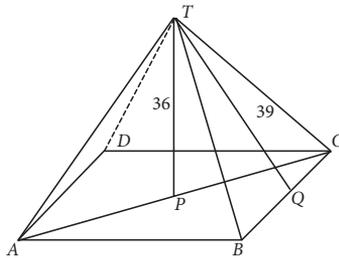
Latihan 4.3

- Perhatikan limas segi empat beraturan $K.PQRS$ di bawah. Sebutkan semua:
 - rusuk
 - bidang sisi tegak
 - tinggi limas

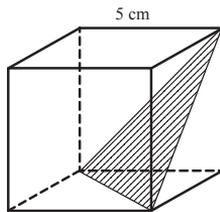


- Kerangka model limas dengan alas berbentuk persegi panjang dengan panjang dan lebarnya masing-masing 16 cm dan 12 cm, sedangkan tinggi limas 24 cm. Tentukan panjang kawat yang diperlukan untuk membuat kerangka model limas tersebut.

- Sebuah limas tingginya 36 cm dan tinggi rusuk tegaknya 39 cm. Jika alasnya berbentuk persegi maka tentukan:
 - keliling persegi
 - luas permukaan limas



- Alas sebuah limas berbentuk persegi dengan panjang sisi 12 cm. Jika jumlah luas sisi limas 384 cm^2 , maka berapakah volume limas tersebut?
- Gambar di bawah menunjukkan sebuah kubus dengan panjang rusuk 5 cm yang dipotong sehingga salah satu bagiannya berbentuk limas segitiga (tetrahedron). Tentukan luas permukaan kedua bangun hasil perpotongannya.



Setelah Pelaksanaan Pembelajaran

- Periksalah apakah semua kelompok sudah mencatat hal-hal yang penting pada kegiatan kali ini
- Berikan penilaian terhadap proses dan hasil karya siswa dengan menggunakan rubrik penilaian
- Tuliskan beberapa kelebihan dan kekurangan dalam proses belajar kali ini
- Jika dipandang perlu, berilah siswa soal latihan 9.3 untuk dikerjakan.



Membelajarkan 4.4

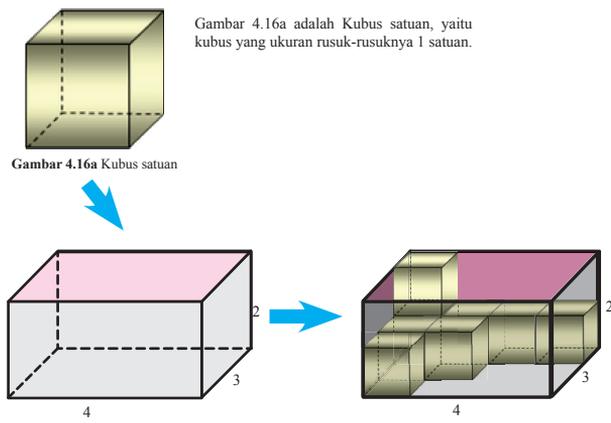
Menentukan Volume Kubus dan Balok

Volume Bangun Ruang Sisi Datar

Kegiatan 4.4 *Menentukan Volume Kubus dan Balok*

Masalah 4.4

Pada kegiatan kali ini kalian akan mempelajari mengenai Volume kubus dan balok. Perhatikan kubus satuan berikut ini.



Gambar 4.16a adalah Kubus satuan, yaitu kubus yang ukuran rusuk-rusuknya 1 satuan.

Gambar 4.16a Kubus satuan

Gambar 4.16b Balok

Balok berukuran $4 \times 3 \times 2$ satuan pada Gambar 4.16b akan dimasukkan kubus dari Gambar 4.16a berukuran 1 satuan.

Berapakah kubus satuan yang dibutuhkan untuk mengisi balok hingga penuh?
Apakah banyak kubus satuan yang memenuhi balok hingga penuh merupakan volume balok?
Bagaimanakah dengan volume kubus pada gambar 1?
Untuk lebih jelasnya ikutilah langkah-langkah kegiatan belajar berikut ini.

MATEMATIKA 109

Sebelum Pelaksanaan Kegiatan

1. Sediakan kerangka kubus, balok, prisma dan limas yang lengkap dengan garis bidang, garis diagonal ruang.
2. Sediakan juga beberapa bangun kubus, balok, prisma dan limas padat.
3. Siswa dibentuk kelompok kecil siswa (sebanyak 4 – 5 orang) yang memungkinkan belajar secara efektif.
4. Siapkan beberapa macam kerangka bangun ruang kubus, balok prisma, dan limas beserta bangun ruang yang padat.
5. Jika memungkinkan sediakan slide PowerPoint gambar seperti pada kegiatan Ayo Kita Menggali Informasi dan Ayo Kita Bernalar.
6. Sediakan juga buku-buku teks lainnya atau ajaklah siswa ke perpustakaan atau kalau memungkinkan ajaklah siswa ke laboratorium komputer ketika kegiatan Ayo Kita Bernalar.

Masalah 4.4.

Guru memberikan gambaran awal tentang volume kubus dan balok yang terdapat pada Masalah 4.4. Siswa diberikan beberapa pertanyaan-pertanyaan tentang menyusun suatu objek disusun dengan susunan yang rapi. Contoh: Berapakah kubus satuan yang dibutuhkan untuk mengisi balok hingga penuh? Apakah banyak kubus satuan yang memenuhi balok hingga penuh merupakan volume balok?

Bagaimanakah dengan volume kubus pada Gambar 4.16b?



Ayo Kita Amati

- Informasikan tugas yang akan siswa Amati, yaitu akan mengamati susunan kubus yang disusun ke atas dan yang disusun mendatar: maksimal 10 menit untuk mengamati tabel tersebut.
- Dorong siswa untuk mengamati model susunan kubus.

Alternatif Pemecahan Masalah



Perhatikan gambar susunan kubus berikut ini. Kemudian amatilah.

Tabel 4.3 Pengertian volume balok

No.	Balok	Banyak kubus satuan	Berukuran ($p \times l \times t$)	Volume (V)
1		Ada 8 kubus	$4 \times 1 \times 2$	$V = 8$ satuan kubik
2		Ada 8 kubus	$4 \times 2 \times 1$	$V = 8$ satuan kubik
3		Ada 16 kubus	$4 \times 2 \times 2$	$V = 16$ satuan kubik
4		Ada kubus	$4 \times 1 \times 3$	$V = \dots$ satuan kubik
5		Ada 12 kubus	$\dots \times \dots \times \dots$	$V = \dots$ satuan kubik
6		Ada kubus	$\dots \times \dots \times \dots$	$V = \dots$ satuan kubik
7		Ada 8 kubus	$2 \times 2 \times 2 = 2^3$	$V = 8$ satuan kubik



Ayo Kita Menanya

Jelaskan tugas berikutnya, yaitu membuat pertanyaan; pada kegiatan ini siswa berperan sebagai orang lain, yaitu mengira-ngira pertanyaan apa yang akan diajukan ketika ia belum tahu cara menentukan pola susunan kubus tersebut

Contoh Pertanyaan

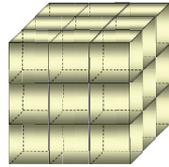
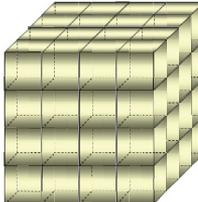
Kenapa volume gambar 1 dan 2 sama, padahal posisinya berbeda? Bagaimana menentukan alasnya dari kedua bangun tersebut?



Menggali Informasi

Kemudian ajaklah siswa untuk menggali informasi tentang susunan kubus-kubus yang terdapat pada gambar di buku siswa

Informasikan kegiatan selanjutnya, yaitu memahami sedikit informasi tentang permasalahan yang sudah disediakan pada buku siswa tersebut, yaitu contoh beserta jawabannya

No.	Balok	Banyak kubus satuan	Berukuran ($p \times l \times t$)	Volume (V)
8		Ada kubus	... × ... × ... = ...	V = ... satuan kubik
9		Ada kubus	... × ... × ... = ...	V = ... satuan kubik

- 1) Perhatikan pola susunan kubus pada tabel di atas.
- 2) Bandingkan banyaknya susunan kubus pada tabel di atas.
- 3) Perhatikan polanya untuk menentukan volume balok dan kubus secara umum.

Kesimpulan apa yang dapat kalian ambil dari pengamatan di atas?



Ayo Kita Menanya

Berdasarkan hasil pengamatan kalian, coba buatlah pertanyaan yang memuat kata-kata berikut:

1. "Volume" dan "gambar 1 dan 2 pada tabel 4.3a"
2. "sisi alas" dan "kubus, balok"
3. "kubus" dan "balok"

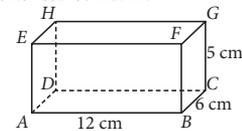
Tulislah pertanyaan kalian di lembar kerja/buku tulis.



Ayo Kita Menggali Informasi

Contoh 4.6

Perhatikan gambar balok di samping. Berapakah volumenya?



Alternatif Penyelesaian

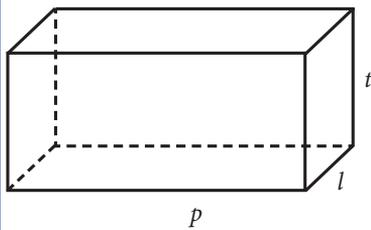
Balok di atas mempunyai $p = 12$ cm, $l = 8$ cm, dan $t = 5$ cm.

$$\begin{aligned} V &= p \times l \times t \\ &= 12 \times 8 \times 5 \\ &= 480 \end{aligned}$$

Jadi, Volume Balok tersebut adalah 480 cm^3

Contoh 4.7

Volume sebuah balok 72 cm^3 . Hitunglah luas permukaan minimal yang dapat dimiliki oleh balok tersebut.



Alternatif Penyelesaian

Perhatikan gambar balok di samping.

Diketahui volume balok $= 72 \text{ cm}^3$,

$$V = p \times l \times t = 72$$

Untuk mendapatkan luas permukaan minimal, maka diperoleh pola penjumlah kebalikan dari ukuran balok

$$\text{tersebut, yaitu: } \frac{1}{p} + \frac{1}{l} + \frac{1}{t} = \frac{pl + pt + lt}{plt}$$

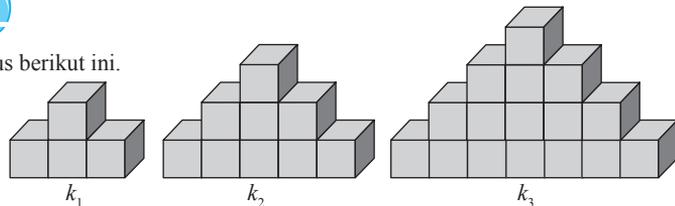
Nilai terkecil dari jumlah kebalikan ukuran balok tersebut diperoleh jika nilai plt terbesar (maksimum) atau nilai-nilai p , l , dan t adalah sama atau mempunyai selisih minimal dari tiga bilangan tersebut dan apabila tiga bilangan tersebut dikalikan sama dengan 72, yaitu $p = 6$, $l = 4$, dan $t = 3$.

Dengan demikian luas permukaannya adalah $L = 2(pl + pt + lt) = 2(6 \times 4 + 6 \times 3 + 4 \times 3) = 108$

Jadi, luas permukaan minimal yang dapat dimiliki oleh balok tersebut adalah 108 cm^2

Contoh 4.8

Perhatikan susunan kubus berikut ini.



Banyaknya susunan kubus pada k_1 , k_2 , k_3 , dan seterusnya semakin bertambah dengan pola susuna seperti pada gambar di atas.

- Berapa banyak susuna kubus pada pola berikutnya (k_4)?
- Berapa banyak susunan kubus pada k_{10}

Alternatif Penyelesaian

Banyak susunan kubus pada k_1 adalah 4 kubus

Banyak susunan kubus pada k_2 adalah 9 kubus

Banyak susunan kubus pada k_3 adalah 16 kubus



Ayo Kita Menalar

- Selanjutnya ajaklah siswa untuk bernalar dengan menggunakan rumus volume kubus untuk mengetahui banyak kubus beton yang diperlukan
- Suruhlah mereka untuk menuliskan jawaban dari hasil penalarannya



Ayo Kita Berbagi

- Informasikan kepada siswa untuk menukarkan hasil pekerjaannya dengan teman sebangkunya, kemudian diskusikanlah
- Periksalah hasil pekerjaan siswa! apakah sudah benar sesuai dengan kaidah matematika? Jika tidak berilah pemahaman konsep yang benar atau jika ada yang sudah benar pada kelompok siswa: mintalah kepada kelompok tersebut untuk mem bahasannya di depan kelas

Perhatikan pola berikut ini.

$k_1 \Rightarrow 4$ kubus : $2 \times 2 \Rightarrow 2^2 = (1 + 1)^2$ kubus
 $k_2 \Rightarrow 9$ kubus : $3 \times 3 \Rightarrow 3^2 = (2 + 1)^2$ kubus
 $k_3 \Rightarrow 16$ kubus : $4 \times 4 \Rightarrow 4^2 = (3 + 1)^2$ kubus
 maka

$k_4 \Rightarrow 25$ kubus : $5 \times 5 \Rightarrow 5^2 = (4 + 1)^2$ kubus

.....

sehingga

$k_n \Rightarrow \dots$ kubus: $\dots \times \dots \Rightarrow \dots^2 = (n + 1)^2$ kubus

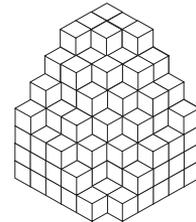
Dengan demikian kita sudah mempunyai bentuk umumnya, yaitu $k_n = (n + 1)^2$ kubus

Jadi untuk:

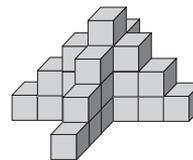
a. k_4 adalah $k_4 = (4 + 1)^2 = 5^2 = 25$ kubus

b. k_{10} adalah $k_{10} = (10 + 1)^2 = 11^2 = 121$ kubus

Sekarang perhatikan kubus-kubus kecil yang disusun seperti tampak pada gambar berikut. Coba kalian tentukan banyaknya susunan kubus kecil tersebut.



Sebuah tugu akan dibangun dengan menumpuk kubus-kubus beton yang rusuknya 10 cm, seperti tampak pada gambar di bawah. Antar sisi-sisi kubus yang berdempetan dan sisi kubus dengan lantai akan direkat dengan semen setebal 1 cm.



Jika tinggi tugu yang diinginkan adalah 21,99 m, berapa banyak kubus beton yang diperlukan?



Setelah selesai menjawab, tukarkan hasil jawaban kalian dengan teman sebangku. Kemudian bandingkan hasil jawabannya. Diskusikan...
Tuliskan kesimpulan kalian pada lembar kerja/buku tulis kalian.

Alternatif Penyelesaian pada Kegiatan Menalar

Pembahasan:

Menurut informasi dari soal, maka dapat dibuat pola sebagai berikut:

Apabila ada 1 kubus, berarti tingginya 1×10 cm \Rightarrow maka lapisan semennya ada 0

Apabila ada 2 kubus, berarti tingginya 2×10 cm \Rightarrow maka lapisan semennya ada 1

Apabila ada 3 kubus, berarti tingginya 3×10 cm \Rightarrow maka lapisan semennya ada 2

Apabila ada 4 kubus, berarti tingginya 4×10 cm \Rightarrow maka lapisan semennya ada 3

Apabila ada 5 kubus, berarti tingginya 5×10 cm \Rightarrow maka lapisan semennya ada 4

.....

Apabila ada n kubus, berarti tingginya $n \times 10$ cm \Rightarrow maka lapisan semennya ada $(n - 1)$

Sehingga suku ke- n adalah $U_n = 10n + (n - 1) \Rightarrow U_n = 11n - 1$

Karena pada pertanyaan yang pertama di ketahui tinggi tugu yang diinginkan adalah 2219

Artinya adalah $U_n = 2219$, dengan demikian dapat ditentukan banyaknya kubus, yaitu:

$$U_n = 11n - 1 \Rightarrow 2199 = 11n - 1$$

$$\Rightarrow 11n = 2200$$

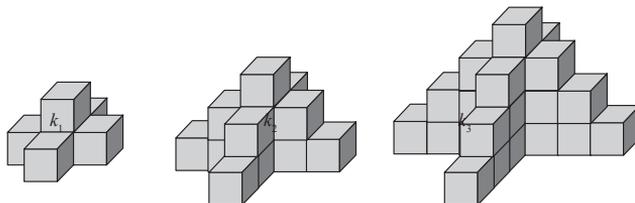
$$\Rightarrow n = 200$$

Jadi, banyak kubus beton yang diperlukan adalah 200



Latihan 4.4

1. Sebuah bak mandi berbentuk kubus memiliki panjang rusuk 1,4 m. Tentukan banyak air yang dibutuhkan untuk mengisi bak mandi tersebut hingga penuh.
2. Sebuah akuarium berbentuk balok memiliki ukuran panjang 74 cm dan tinggi 42 cm. Jika volume air di dalam akuarium tersebut adalah 31.080 cm^3 , tentukan lebar akuarium tersebut.
3. Perbandingan panjang, lebar dan tinggi sebuah balok adalah $p : l : t = 5 : 2 : 1$, jika luas permukaan balok 306 cm^2 , maka tentukan besar volum balok tersebut.
4. Diketahui volume balok 100 cm^3 . Bagaimana cara menemukan ukuran balok tersebut? Berapa banyak kemungkinan ukuran-ukuran yang kalian temukan?
5. Sebuah batang bambu dengan diameter 10 cm dan panjang 4 meter diikat di dasar kolam berbentuk balok dengan ukuran panjang 4,5 m, lebar 55 cm, dan tinggi 40 cm untuk direndam dalam suatu larutan pengawet. Jika diasumsikan ujung-ujung bambu tertutup, berapa liter larutan pengawet harus dimasukkan sampai bak menjadi penuh?
6. Sebuah tangki penampungan minyak tanah berbentuk prisma yang alasnya berupa belah ketupat yang panjang diagonal-diagonalnya 4 m dan 3 m. Tinggi tangki 2,5 m. Pada dasar tangki terdapat kran yang dapat mengalirkan minyak tanah rata-rata 75 liter setiap menit. Berapa lama waktu yang diperlukan untuk mengeluarkan minyak tanah dari tangki itu sampai habis?
7. Perhatikan susunan kubus berikut ini.



Banyaknya susunan kubus pada k_1, k_2, k_3 , dan seterusnya semakin bertambah dengan pola susuna seperti pada gambar di atas.

- a. Berapa banyak susuna kubus pada pola berikutnya (k_4).
- b. Berapa banyak susunan kubus pada k_{10} .

Setelah Pelaksanaan Pembelajaran

1. Periksa apakah semua kelompok sudah mencatat hal-hal yang penting pada kegiatan kali ini
2. Berikan penilaian terhadap proses dan hasil karya siswa dengan menggunakan rubrik penilaian
3. Jika dipandang perlu, berilah siswa soal latihan 9.4 untuk dikerjakan di rumah



Membelajarkan 4.5

Menentukan Volume Prisma

Sebelum Pelaksanaan Kegiatan

1. Sediakan prisma yang lengkap dengan garis bidang, garis diagonal ruang.
2. Sediakan juga beberapa prisma padat.
3. Siswa dibentuk kelompok kecil siswa (sebanyak 4 – 5 orang) yang memungkinkan belajar secara efektif.
4. Sediakan juga buku-buku teks lainnya atau ajaklah siswa ke perpustakaan atau kalau memungkinkan ajalah siswa ke laboratorium komputer ketika kegiatan Ayo Kita Bernalar.

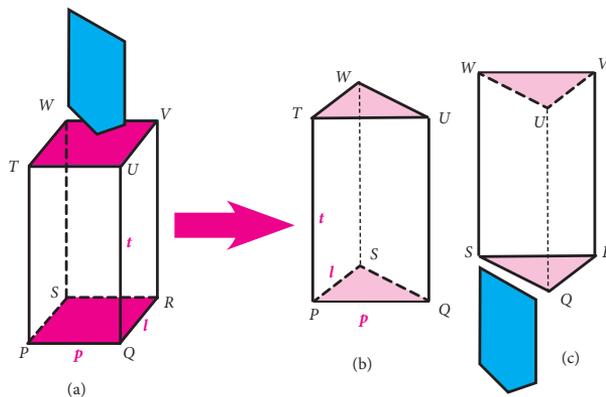
Kegiatan 4.5

Menentukan Volume Prisma

Pada Kegiatan 4.2 kalian sudah mempelajari tentang luas permukaan prisma. Pada kegiatan 5 ini kalian akan mempelajari tentang volume prisma. Coba kita ingat kembali tentang volume balok pada kegiatan 4. Volume balok juga dapat dikatakan sebagai volume prisma segi empat, mengapa demikian?

Masalah 4.5

Coba perhatikan balok pada Gambar 4.17 di bawah yang diiris menjadi dua prisma segitiga tegak. Prisma-prisma segitiga tegak (b) dan (c) sama bentuk dan ukurannya, sehingga jumlah volume kedua prisma segitiga tegak itu sama dengan volume balok.



Gambar 4.17 Balok dan Prisma

Jelas bahwa Volume masing-masing Prisma segitiga itu sama, yaitu setengah Volume Balok.

Untuk lebih jelasnya ikutilah langkah-langkah kegiatan belajar berikut ini.

1. Bagaimana hubungan antara luas alas prisma dengan tingginya?
2. Bagaimana prosedur memperoleh volume prisma yang bermula dari volume balok?

Masalah 4.5

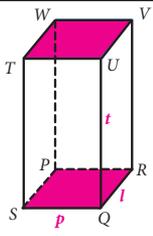
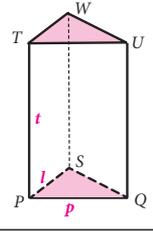
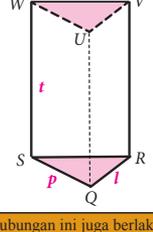
- Guru memberikan gambaran awal tentang volume prisma yang terdapat pada Masalah 4.5. Siswa diberikan beberapa pertanyaan-pertanyaan tentang menemukan rumus luas permukaan prisma Contoh:
Coba kita ingat kembali tentang volume balok pada kegiatan 4! Volume balok juga dapat dikatakan sebagai volume prisma segi empat, mengapa demikian?

Alternatif Pemecahan Masalah



Perhatikan gambar prisma yang diiris menjadi dua prisma segitiga tegak berikut ini. Kemudian amatilah.

Tabel 4.4 Pengertian volume prisma

No.	Prisma	Luas alas (L_a)	Ukuran tinggi (t)	Volume (V)
1		$L_a = p \times l$	t	$V = p \times l \times t$ $= (p \times l) \times t$ $= L_a \times t$
2		$L_a = p \times l$	t	$V = \frac{1}{2} (p \times l \times t)$ $= \frac{1}{2} (p \times l) \times t$ $= L_a \times t$
3		$L_a = p \times l$	t	$V = \frac{1}{2} (p \times l \times t)$ $= \frac{1}{2} (p \times l) \times t$ $= L_a \times t$

Hubungan ini juga berlaku untuk setiap Prisma, bahwa Volume Prisma adalah
Volume = Luas alas x Tinggi



Ayo Kita Amati

- Informasikan tugas yang akan mereka kerjakan, yaitu akan mengamati kerangka bangun prisma.
- Fokus pengamatan kegiatan ini adalah memperhatikan dengan teliti pada bangun prisma beserta luas, tinggi dan volumenya pada Tabel 4.4



Ayo Kita Menanya

Jelaskan tugas berikutnya, yaitu membuat pertanyaan dari hasil pengamatannya

Contoh Pertanyaan
Kenapa volume prisma dapat diperoleh dari volume balok? Bisakah dengan cara lain?



Menggal Informasi

Informasikan kegiatan selanjutnya, yaitu memahami sedikit informasi yang terangkum dalam contoh soal beserta penyelesaiannya. Kemudian siswa diajak untuk menggal informasi tentang permasalahan yang sudah disediakan pada buku siswa



Ayo Kita Menanya

Berdasarkan hasil pengamatan kalian, coba buatlah pertanyaan yang memuat kata-kata berikut:

1. "balok, prisma" dan "volume"
2. "sisi alas" dan "balok, prisma"

Tulislah pertanyaan kalian di lembar kerja/buku tulis.



Ayo Kita Menggal Informasi

Sebelum menggal informasi, sebaiknya kalian perhatikan contoh soal berikut ini:



Contoh 4.9

Sebuah Prisma alasnya berbentuk segitiga dengan panjang sisi-sisinya 3 cm, 4 cm, dan 5 cm. Apabila tinggi prisma 10 cm, berapakah volum prisma?



Alternatif Penyelesaian

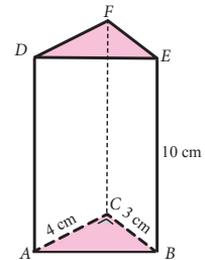
Volume = Luas alas \times Tinggi

$$= \left(\frac{1}{2} \times 3 \times 4\right) \times 10$$

$$= 6 \times 10$$

$$= 60$$

Jadi, volume prisma tersebut adalah 60 cm³



Contoh 4.10

Sebuah kaleng berbentuk balok berukuran 10 dm \times 8 dm \times 6 dm berisi air penuh. Bila air itu dituangkan pada kaleng lain berbentuk prisma yang luas alasnya 96 dm² dan sudah terisi air setinggi 12 cm. Berapa literkah air pada kaleng berbentuk prisma sekarang?



Alternatif Penyelesaian

Menurut informasi dari soal, bahwa untuk mengetahui berapa liter tinggi air setelah ketambahan air dari kaleng Balok, maka dicari terlebih dahulu volume ketinggian air pada kaleng Prisma, baru setelah itu bisa ditemukan berapakah volume air pada kaleng Prisma, yaitu

$$\begin{aligned} \text{Volume air pada kaleng Balok} &= \text{Volume ketinggian air pada kaleng Prisma} \\ \text{Ukuran kaleng Balok} &= \text{Luas alas kaleng Prisma} \times \text{Ketinggian air} \\ 10 \times 8 \times 6 &= 96 \times \text{Ketinggian air} \\ \text{Ketinggian air} &= 5 \text{ dm} \end{aligned}$$

Kaleng Prisma sudah terisi air setinggi 12 cm = 1,2 dm

Dengan demikian dapat ditemukan volume air pada kaleng Prisma sekarang:

$$\begin{aligned} \text{Volume air pada Kaleng Prisma sekarang} &= \text{Luas alas Prisma} \times \text{Tinggi air sekarang} \\ &= 96 \times (1,2 + 5) \\ &= 96 \times 6,5 \\ &= 624 \end{aligned}$$

Jadi, banyaknya air air pada kaleng berbentuk prisma sekarang adalah $624 \text{ dm}^3 = 624 \text{ liter}$.

Sekarang coba buat masalah sendiri jika diketahui alas sebuah prisma berbentuk persegi. Misal

panjang sisi 12 cm dan tinggi prisma adalah 15 cm. Jika sisi-sisi alasnya diperkecil $\frac{3}{4}$ kali, tentukan perbandingan volume prisma sebelum dan sesudah diperkecil.



Coba gunakan penalaran kalian pada kasus berikut.

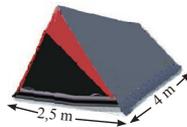
Diketahui volume prisma tegak segitiga siku-siku adalah 64 cm^3 . Bagaimana cara menemukan ukuran alas dan tinggi prisma tersebut? Berapa banyak kemungkinan ukuran-ukuran yang kalian temukan?



Coba terapkan hasil penalaran kalian pada soal-soal berikut:

1. Ada dua prisma segitiga siku-siku, yaitu prisma *A* dan prisma *B*. Tinggi kedua prisma sama panjang. Jika panjang sisi siku-siku terpendek prisma *A* sama dengan tiga kali panjang sisi siku-siku terpendek prisma *B*, dan sisi siku-siku yang lain sama panjang maka tentukan perbandingan volume prisma *A* dan prisma *B*.

2. Sebuah tenda pramuka berbentuk prisma tegak segitiga. Panjang tenda 4 m, sedagkan lebarnya 2,5 m. Jika volume tenda 10 m^3 , maka tentukan tinggi tenda tersebut.



Sumber: Kemdikbud
Gambar 4.18 Tenda



Kemudian presentasikan hasil jawaban dalam kelompok kalian di depan kelas. Sedangkan kelompok yang lain menyemaknya dan memberi tanggapan yang sopan santun.

Tuliskan hasil pembahasan yang sudah didiskusikan pada lembar kerja/buku tulis kalian.



Ayo Kita Menalar

- Selanjutnya ajaklah siswa untuk bernalar dengan menggunakan rumus volume prisma untuk mengetahui cara menemukan ukuran alas dan tinggi prisma, jika volumenya diketahui
- Mintalah siswa untuk menuliskan jawaban dari hasil penalarannya



Ayo Kita Berbagi

Informasikan kepada siswa untuk mendiskusikannya secara klasikal, dimana dalam kegiatan ini: Guru meminta salah satu kelompok yang ada untuk mempresentasikan hasil penyelesaiannya di depan kelas secara bergantian salah kelompok siswa mempresentasikannya jawaban dari hasil dikusinya



Penyelesaian

Alternatif penyelesaian

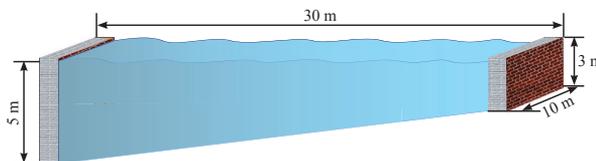
$$\text{Luas Prisma} = \text{luas alas} \times \text{tinggi} = 64 \text{ cm}^3$$

Prisma ke-	Ukuran alas prisma	Tinggi
1		
2		
3		
4		
5		



Latihan 4.5

1. Hitunglah volume air dalam kolam renang yang panjangnya 30 m, lebarnya 10 m, kedalaman air pada ujung dangkal 3 m terus melandai hingga pada ujung dalam 5 m.



2. Alas sebuah prisma berbentuk segitiga siku-siku dengan panjang 12 cm, 16 cm dan 20 cm. Jika tinggi prisma 30 cm, hitunglah volume prisma tersebut!
3. Suatu prisma tegak yang alasnya merupakan segitiga dengan panjang sisi-sisinya 3 cm, 4 cm, dan 5 cm. Jika panjang rusuk tegaknya 6 cm, maka berapakah volume prisma tersebut?
4. Sebuah prisma dengan alas berbentuk belah ketupat mempunyai keliling 52 cm dan panjang salah satu diagonal alasnya 10 cm. Jika luas selubung prisma 1.040 cm², maka volum prisma tersebut adalah...
5. Sebuah kaleng berbentuk balok berukuran 10 dm × 8 dm × 6 dm berisi air penuh. Bila air itu dituangkan pada kaleng lain berbentuk prisma yang luas alasnya 96 dm² dan tingginya 9 dm. Berapa dm tinggi air pada kaleng berbentuk prisma?
6. Volum sebuah prisma 540 dm³. Bila alas prisma berbentuk segitiga dengan panjang rusuk masing-masing 5 dm, 12 dm, dan 13 dm, maka tentukan luas permukaan prisma tersebut.
7. Kalian ditugaskan untuk prisma yang volumenya 120 cm³. Ada berapa rancangan yang dapat kalian buat? Berapa ukuran prisma yang kalian buat? Sebutkan.
8. Alas sebuah prisma berbentuk persegi dengan panjang sisi 12 cm. Tinggi prisma adalah 15 cm. Jika sisi-sisi alasnya diperkecil $\frac{3}{4}$ kali, tentukan perbandingan volume prisma sebelum dan sesudah diperkecil.



Ayo Kita Selidiki

Ajaklah siswa untuk menerapkan hasil diskusinya pada beberapa soal yang telah disediakan pada buku siswa

Setelah Pelaksanaan Pembelajaran

1. Periksa apakah semua kelompok sudah mencatat hal-hal yang penting pada kegiatan kali ini
2. Berikan penilaian terhadap proses dan hasil karya siswa dengan menggunakan rubrik penilaian
3. Jika dipandang perlu, berilah siswa soal Latihan 4.5 untuk dikerjakan di rumah



Membelajarkan 4.6

Menentukan Volume Limas

Sebelum Pelaksanaan Pembelajaran

1. Sediakan kerangka limas limas padat
2. Siswa dibentuk kelompok kecil siswa (sebanyak 4 – 5 orang) yang memungkinkan belajar secara efektif
3. Sediakan juga buku-buku teks lainnya atau ajaklah siswa ke perpustakaan atau kalau memungkinkan ajalah siswa ke laboratorium komputer ketika kegiatan Ayo Kita Bernalar

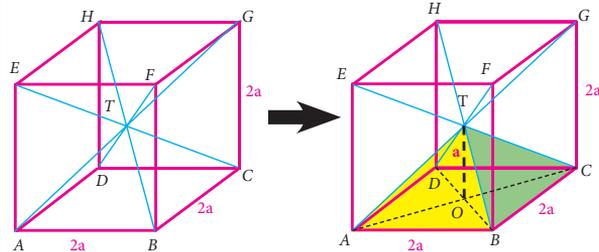
Kegiatan 4.6

Menentukan Volume Limas

Pada kegiatan 4.3 kalian telah membahas tentang luas permukaan limas. Pada kegiatan 4.4 juga kalian sudah membahas tentang volume kubus. Pada kegiatan 4.6 ini kalian diajak untuk berfikir lebih jauh bagaimana caranya menemukan volume limas yang di dapat dari volume kubus.

Masalah 4.6

Coba perhatikan kubus pada gambar di bawah yang keempat diagonal ruangnya saling berpotongan pada satu titik. Terbentuk bangun apakah antar sisi dengan perpotongan diagonal ruang kubus? Bangun yang terbentuk adalah limas yang terdiri dari 6 buah limas yang berukuran sama. Masing-masing limas beraturan sisi kubus dan tinggi masing-masing limas sama dengan setengah rusuk kubus. satu limas yang terbentuk yaitu $T.ABCD$.



Dikarena luas masing masing limas sama dan limas yang terbentuk ada 6 buah, maka volume 6 buah limas tersebut sama dengan volume kubus atau volume limas sama dengan $\frac{1}{6}$ volume kubus

Untuk lebih jelasnya ikutilah langkah-langkah kegiatan belajar berikut ini.

1. Bagaimana hubungan volume kubus dengan volume limas
2. Bagaimana prosedur memperoleh volume limas yang bermula dari volume kubus?

Masalah

Masalah 4.6

- Guru memberikan gambaran awal tentang volume limas yang terdapat pada Masalah 4.6. Siswa diberikan beberapa pertanyaan-pertanyaan tentang menemukan rumus luas permukaan prisma
- Contoh:
Coba perhatikan kubus pada gambar berikut yang keempat diagonal ruangnya saling berpotongan pada satu titik! Terbentuk bangun apakah antar sisi dengan perpotongan diagonal ruang kubus?

Alternatif Pemecahan Masalah



Perhatikan gambar kubus dan limas yang terbentuk berikut ini. Kemudian amatilah.

Tabel 4.5 Pengertian volume limas

No.	Kubus $ABCD EFGH$	Luas alas (L_a)	Ukuran tinggi (t)	Volume (V_k)
1		$L_a = AB \times BC$	$t = CG$	$V_k = AB^3$ $= AB \times BC \times CG$ $= (AB \times BC) \times CG$ $= L_a \times t$
2		$L_a = 2a \times 2a$	$t = 2a$	$V_k = (2a)^3$ $= 2a \times 2a \times 2a$ $= (2a \times 2a) \times 2a$ $= L_a \times 2a$
No.	Limas $ABCDT$	Luas alas (L_a)	Ukuran tinggi (t)	Volume (V_l)
3		$L_a = 2a \times 2a$	$t = a$	$V_l = \frac{1}{6} (2a)^3$ $= \frac{1}{6} (2a \times 2a) \times 2a$ $= \frac{1}{3} L_a \times a$ $= \frac{1}{3} L_a \times t$
Hubungan ini juga berlaku untuk setiap limas, bahwa volume limas adalah $\text{Volume} = \frac{1}{3} \text{Luas alas} \times \text{Tinggi}$				



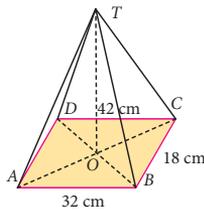
- Informasikan tugas yang akan mereka kerjakan, yaitu akan mengamati kerangka bangun kubus, bangun kubus yang dilengkapi dengan diagonal-diagonal ruang
- Fokus pengamatan kegiatan ini adalah memperhatikan dengan teliti pada bangun kubus, diagonal kubus beserta bangun limas yang terbentuk beserta luas alas kubus, tinggi dan penurunan volumenya pada Tabel 4.5

Ayo Kita Menanya

Berdasarkan hasil pengamatan kalian, tuliskan pertanyaan-pertanyaan yang ingin kalian ketahui jawabannya pada lembar kerja/buku tulis kalian.

Ayo Kita Menggali Informasi

sebelum menggali informasi, sebaiknya kalian perhatikan contoh soal berikut ini:



Contoh 4.11

Sebuah limas tegak alasnya berbentuk persegi panjang yang sisi-sisinya 18 cm dan 32 cm. Puncak limas tepat berada di atas pusat alas dan tingginya 42 cm. Hitunglah volume limas.

Alternatif Penyelesaian

$$\begin{aligned} \text{Volume} &= \frac{1}{3} \times \text{Luas alas} \times \text{Tinggi} = \frac{1}{3} \times (18 \times 32) \times 42 \\ &= 192 \times 42 = 8.064 \\ \text{Jadi, volume limas tersebut adalah } &8.064 \text{ cm}^3 \end{aligned}$$

Contoh 4.12

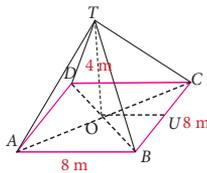
Sebuah atap rumah yang berbentuk limas dengan alas berbentuk persegi dengan panjang sisi 8 m dan tinggi 4 m hendak ditutupi dengan genteng yang berukuran 40 cm × 20 cm. Hitunglah banyak genteng yang diperlukan.



Alternatif Penyelesaian

Perhatikan ilustrasi gambar disamping. Permukaan atap terdiri dari 4 segitiga sama kaki. Luas permukaan atap = 4 × segitiga sama kaki

$$\begin{aligned} &= 4 \times \frac{1}{2} \times \text{alas segitiga} \times \text{tinggi segitiga} \\ &= 2 \times BC \times TU \\ &= 2 \times BC \times \sqrt{TO^2 + OU^2} \\ &= 2 \times 8 \sqrt{4^2 + 4^2} \\ &= 16\sqrt{2} \text{ m}^2 \end{aligned}$$



Ayo Kita Menanya

Jelaskan tugas berikutnya, yaitu membuat pertanyaan dari hasil pengamatannya

Contoh Pertanyaan:

Kenapa volume limas dapat diperoleh dari volume kubus? Bisakah dengan cara lain?

Menggali Informasi

Informasikan kegiatan selanjutnya, yaitu memahami sedikit informasi yang terangkum dalam contoh soal beserta penyelesaiannya. Kemudian ajaklah siswa untuk menggali informasi tentang permasalahan yang sudah disediakan pada buku siswa



Ayo Kita Menalar

Selanjutnya ajaklah siswa untuk bernalar dengan menggunakan rumus volume limas untuk mengetahui cara menemukan volume bangun baru pada kubus yang salah satu bagian sudutnya dipotong membentuk limas.

Mintalah siswa untuk menuliskan jawaban dari hasil penalarannya.



Ayo Kita Selidiki

Ajaklah siswa untuk menerapkan hasil diskusinya pada beberapa soal yang telah disediakan pada buku siswa.

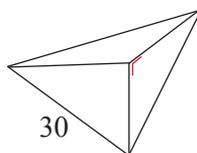


Alternatif Jawaban

Diketahui Volume Kubus $= (30)^3 = 27000$ perhatikan potongan

$$\begin{aligned} \text{Volume Limas} &= \frac{1}{3} \times \text{luas alas} \times t \\ &= \frac{1}{3} \times \left(\frac{1}{2} \cdot 30 \cdot 30 \right) \times 30 \\ &= 5 \times 30 \times 30 \\ &= 4500 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Volume bangun baru} &= \text{Volume Kubus} - \text{Volume limas} \\ &= 27000 - 4500 \\ \text{volume bangun baru} &= 22500 \\ \text{jadi, volume bangun baru} & \text{ adalah } 22500 \end{aligned}$$



Diketahui ukuran genteng $= 40 \times 20 = 800 \text{ cm}^2 = 0,08 \text{ m}^2$
dan luas permukaan atap $= 16\sqrt{2} \text{ m}^2$

$$\begin{aligned} \text{Banyak genteng yang di butuhkan} &= \frac{\text{Luas permukaan atap}}{\text{ukuran genteng}} = \frac{16\sqrt{2}}{0,08} \\ &= 200\sqrt{2} \\ &= 282,843 \\ &\approx 283 \end{aligned}$$

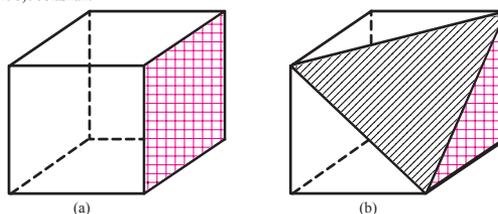
Jadi, banyak genteng yang diperlukan adalah 283 buah.

Sekarang coba temukan pada buku tertentu, di internet, atau membuat sendiri jika diketahui Sebuah limas segiempat beraturan akan dimasukkan pada kubus yang mempunyai panjang rusuk 12 cm. Berapakah besar volume maksimal limas itu agar dapat masuk pada kubus tersebut? Jelaskan.



Ayo Kita Bernalar

Berdasarkan informasi yang kalian dapatkan. Coba nalarkan pada kasus berikut: Perhatikan Gambar 4.19a sebagai kubus sempurna dan Gambar 4.19b merupakan kubus yang sama dengan Gambar 4.19a dengan salah satu bagian sudut dipotong dengan potongan berbentuk limas. Jika panjang rusuk kubus 30 cm, maka bagaimana kalian menentukan volume bangun baru (Gambar 4.19b)? Jelaskan.



Gambar 4.19 (a) Kubus (b) Kubus yang salah satu bagian sudut dipotong

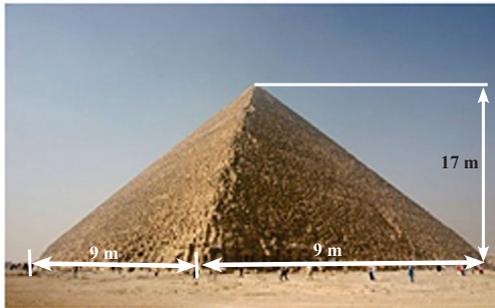


Ayo Kita Selidiki

Coba terapkan hasil penalaran kalian pada soal-soal berikut:

1. Gambar berikut menunjukkan piramida berbentuk limas dengan alas berbentuk persegi yang panjang sisi-sisinya 9 m, dan tingginya 17 m.

2. Alas sebuah limas berbentuk belah ketupat dengan panjang diagonal-diagonalnya 10 cm dan 15 cm. Tinggi limas adalah 18 cm. Jika diagonal-diagonal alas maupun tingginya diperbesar 3 kali, maka tentukan perbandingan volume limas sebelum dan sesudah diperbesar.



Sumber: matematohir.wordpress.com

Gambar 4.20 Piramida



Tukarkan hasil penyelesaian kalian kepada teman dalam satu kelompok. Diskusikan dengan cara santun dan lemah lembut.

Tulislah pemahaman dan kesimpulan yang sudah diperoleh pada lembar kerja/buku tulis kalian.



Latihan 4.6

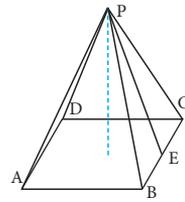
1. Kerangka model limas dengan alas berbentuk persegi panjang dengan panjang dan lebarnya masing-masing 16 cm dan 12 cm, sedangkan tinggi limas 24 cm. Berapa panjang kawat yang diperlukan untuk membuat kerangka model limas tersebut?
2. Sebuah limas tegak alasnya berbentuk persegi panjang yang sisi-sisinya 18 cm dan 32 cm. Puncak limas tepat berada di atas pusat alas dan tingginya 42 cm. Hitunglah volume limas.
3. Suatu limas alasnya berbentuk persegi dengan panjang sisi 6 cm dan volumenya 60 cm^3 . Hitunglah tinggi limas tersebut.
4. Sebuah limas dengan alas berbentuk persegi mempunyai luas alas 81 cm^2 dan volume limas 162 cm^3 . Tentukan luas seluruh sisi tegak limas tersebut.



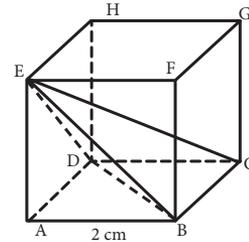
Ayo Kita Berbagi

- Informasikan kepada siswa untuk mendiskusikannya dalam kelompoknya masing-masing,
- Pantau bagaimana mereka mengerjakan tugasnya dan pastikan bahwa kalimat-kalimat yang digunakan sudah sesuai dengan kaidah budi pekerti yang baik

5. Volume limas $PABCD$ di samping ini 48.000 m^3 . Jika alasnya berbentuk persegi dengan panjang sisi 60 m , maka berapakah panjang garis PE ?

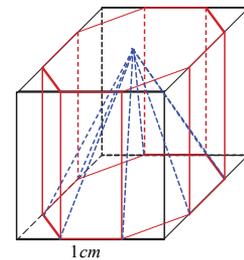


6. Perhatikan kubus $ABCD.EFGH$ dengan panjang rusuk 2 cm . Tentukan volume limas $E.ABCD$.



7. Atap sebuah rumah berbentuk limas dengan alas berupa persegi panjang berukuran $25 \text{ m} \times 15 \text{ m}$. Tinggi atap itu (tinggi limas) adalah 7 m . Volume udara yang terdapat dalam ruang atap itu adalah.....

8. Sebuah limas dan prisma segidelapan beraturan berada di dalam kubus yang alasnya saling berimpitan, seperti terlihat pada gambar di samping. Jika panjang rusuk kubus 1 cm , maka volume Prisma di luar limas adalah...



9. Alas sebuah limas berbentuk persegi panjang dengan ukuran panjang 10 cm dan lebar 8 cm . Tinggi limas adalah 15 cm . Jika sisi-sisi alasnya diperbesar $1\frac{1}{2}$ kali, tentukan besar perubahan volume limas tersebut.

Sesudah Kegiatan Belajar Selesai

1. Periksa apakah semua kelompok sudah mencatat hal-hal yang penting pada kegiatan kali ini
2. Berikan penilaian terhadap proses dan hasil karya siswa dengan menggunakan rubrik penilaian
3. Jika dipandang perlu, berilah siswa soal latihan 9.6 untuk dikerjakan di rumah



Membelajarkan 4.7

Menaksir Luas Permukaan dan Volume Bangun Ruang Sisi Datar Tidak Beraturan

Apersepsi

- Guru memberikan gambaran awal tentang bangun ruang tidak beraturan yang ada kaitannya dalam kehidupan nyata. Siswa diberikan beberapa pertanyaan-pertanyaan tentang menyusun suatu objek disusun dengan susunan yang rapi.

Bangun Ruang Tidak Beraturan

Kegiatan 4.7

Menaksir Luas Permukaan dan Volume Bangun Ruang Sisi Datar Tidak Beraturan

Bangun ruang tak beraturan merupakan benda-benda nyata yang ada dalam kehidupan sehari-hari, seperti batu, wadah air kemasan, toples, tahu, lapet, teko dan lain-lain. Benda-benda tersebut dapat diketahui luas permukaannya dan volumenya dengan menggunakan konsep mencari luas dan volume pada bangun ruang sisi datar. Contohnya adalah kasus pada berikut ini:

Masalah 4.7

Sebuah kaleng berbentuk balok yang sudah berisi air dengan volume 75 ml. Kemudian kaleng tersebut akan dimasukkan batu yang bentuknya tidak beraturan. Setelah kaleng tersebut dimasukkan benda padat, maka volume airnya berubah menjadi 95 ml.

Gambar 4.21 Balok dan batu

Sekarang kita bisa mengetahui bahwa volume air berubah menjadi tambah banyak setelah dimasukkan batu. Apa perubahan volume airnya pertanda volume batu tersebut? Apa memang benar seperti itu? Kenapa demikian? Coba jelaskan.

Ayo Kita Amati

Diketahui: Volume air mula-mula, $V_1 = 75$ ml
Volume batu = b
Volume air setelah ketambahan batu, $V_2 = 95$ ml

Alternatif Penyelesaian

Volume air mula-mula + volume batu = volume air setelah dimasuki batu

$$V_1 + b = V_2$$

$$75 + b = 95$$

$$b = 95 - 75, b = 20. \text{ Jadi, Volume batu adalah } 20 \text{ ml.}$$

126 Kelas VIII SMP/MTs
Semester 2

Sebelum Pelaksanaan Pembelajaran

1. Sediakan gambar atau benda nyata yaitu: Batu, Toples, Piramida, dan Lapet
2. Amati dan kenali terlebih dahulu bagian-bagian dari sekolah yang berbentuk bangun datar sisi datar tidak beraturan
3. Pikirkan kelompok-kelompok kecil siswa (4 – 5 orang) yang memungkinkan belajar secara efektif
4. Siapkan contoh-contoh pertanyaan, misalnya “bagaimana kita menghitung volume jeruk?”
5. Identifikasi pula bentuk bantuan apa yang perlu diberikan agar siswa akhirnya produktif membuat pertanyaan

Masalah 4.8



Gambar 4.22 Batu, toples, piramida, dan kue lapet

Memilih mana dari bangun kubus, balok, prisma, dan limas yang lebih mudah digunakan untuk menaksir luas permukaan dan volume batu? Toples? Piramida? dan Lapet?

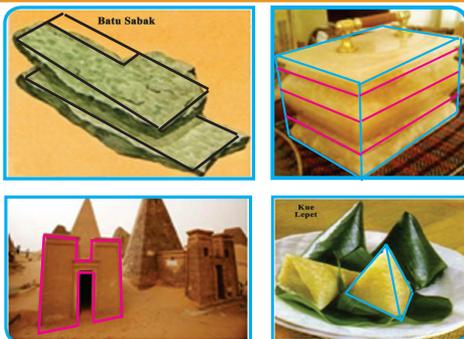
Adakah bangun-bangun ruang tersebut yang memiliki luas permukaan sama? Termasuk juga volumenya? Mana yang lebih tepat digunakan untuk menaksir luas permukaan dan volume dari keempat gambar tersebut?

Alternatif Pemecahan Masalah



Menentukan luas permukaan atau volume bangun ruang sisi datar tidak beraturan adalah menaksirkan luas permukaan atau volume bangun ruang tersebut dengan cara menentukan bangun ruang tersebut termasuk mendekati bangun ruang yang mana, sehingga nantinya apabila dihitung luas permukaan atau volumenya mempunyai selisih pengukuran yang paling sedikit.

Ilustrasi:



Ayo Kita Menanya

Berdasarkan hasil pengamatan kalian, coba buatlah pertanyaan yang memuat kata-kata berikut:

1. "volume batu" dan "cara"
2. "luas permukaan" dan "toples"
3. "volume maksimum, minimum" dan "lapet"

Tulislah pertanyaan kalian di lembar kerja/buku tulis.

Menggali Informasi

Coba temukan benda-benda di lingkungan sekitarmu. Misalkan yang kamu temukan adalah wadah air minum kemasan, sudah tertera kapasitas isi airnya yaitu 250 ml. Bagaimana caranya kamu menentukan luas permukaan dari wadah kemasan air minum tersebut dengan terlebih dulu menghitung volume tabung lingkaran terkecil dengan volume tabung lingkaran yang paling besar?

Ayo Kita Menalar

Kemudian tuliskanlah 3 contoh yang ada dalam kehidupan sehari yang ada hubungannya dengan materi yang telah kalian diskusikan.

Diskusikan dalam kelompok bagaimana cara menjawabnya serta temukan jawabannya bersama-sama. Tuliskan jawaban tersebut sebagai karya kelompok.

Ayo Kita Berbagi

Setelah selesai menjawab dari kegiatan bernalar, kirimkan karya tersebut ke kelompok lain. Usahakan satu atau dua orang menemani karya itu, dan menjelaskan maksud dari karya itu ke kelompok lain. Tulislah kesimpulan yang sudah diperoleh pada lembar kerja/buku tulis kalian.

128

Kelas VIII SMP/MTs

Semester 2



Ayo Kita Menanya

Jelaskan tugas berikutnya, yaitu membuat pertanyaan (*questioning*) ... kalau perlu modelkan salah satu pertanyaan

Sepakati satu atau dua pertanyaan dan tuliskan di papan, Suruh siswa menjalankan rencana yang telah disepakati, Contoh

Pertanyaan

Bagaimana cara menentukan luas permukaan pada toples tersebut?



Menggali Informasi

- Ajaklah siswa untuk menemukan benda-benda disekitarnya, misalnya wadah air kemasan. Kemudian suruhlah untuk mencari luas permukaan dan volumenya berdasarkan kegiatan Sedikit Informasi



Ayo Kita Berbagi

Setelah selesai menemukan 3 contoh, kirimkan 3 contoh tersebut yang kalian dapatkan ke kelompok lain. Usahakan satu atau dua orang menemani karya itu, dan menjelaskan maksud dari karya itu ke kelompok lain.



Ayo Kita Menalar

Siswa disuruh untuk mencari / menemukan /membuat 3 contoh yang ada dalam kehidupan sehari-hari tentang bangun ruang.



Tugas Projek

Sehubungan dengan kegiatan Projek pada buku siswa, maka hal-hal yang perlu dilakukan oleh Guru adalah sebagai berikut:



Merangkum

Dari uraian di atas, dapat disimpulkan bahwa Luas Permukaan Bangun Ruang Sisi datar adalah jumlah dari seluruh luas sisi Bangun Ruang tersebut. Sedangkan Banyaknya susunan Kubus yang membentuk balok dapat dipandang sebagai volume Balok.



Latihan 4.7

Ambillah enam benda-benda nyata yang ada di sekitar kalian, kemudian ukurlah dan perkirakan luas permukaan dan volumenya.

Contoh:



Gelas



Penghapus



Batu



Pensil



Stabilo



Telur



Tugas Projek 4

Pada kegiatan akhir bab ini kalian akan melakukan suatu projek. Projeknya adalah membuat bangun tertentu hasil kreasi dari bahan kardus.

Gunakan pengetahuan kalian tentang materi Bangun Ruang Sisi Datar dan materi lainnya pada kegiatan projek ini. Kemudian coba pikirkan dan tuliskan di tempat yang disediakan berikut jawaban dari pertanyaan-pertanyaan ini:

1. Supaya rencana mengkreasi bahan kardus ini baik dan unik, kira-kira apa yang harus kita perbuat? (bahan kardus apa yang harus kita sediakan?. Alat-alat apa yang harus kita siapkan? Langkah-langkah mengkreasi bahan dari kardus bagaimana? Berapa biaya yang dibutuhkan untuk mengkreasi bahan kardus ini? dll)
2. Agar tugas kalian ini mendapatkan hasil yang memuaskan, kira-kira strategi apa yang harus kalian perbuat? Bagaimana bentuk strateginya? Apalagi yang harus diperbuat? dll
3. Apakah pelajaran kita saat ini (tentang bentuk-bentuk bangun datar) bisa kalian manfaatkan? Yang mana? Mengapa?



Merangkum 4

Pengalaman belajar tentang Bangun Ruang Sisi Datar telah kalian lalui. Sekarang, cobalah tuliskan hal-hal penting yang menurut kalian sangat berharga dan kira-kira akan bermanfaat bagi kalian untuk belajar lebih jauh dengan menjawab pertanyaan berikut:

1. Berbentuk bangun apakah jaring-jaring kubus dan balok?
2. Apakah yang dimaksud dengan bangun kubus, balok, prisma dan limas?
3. Tuliskan rumus luas permukaan kubus, balok, prisma, dan limas dilengkapi dengan keterangannya.
4. Tuliskan rumus volume bangun ruang sisi datar dilengkapi dengan keterangannya.

Setelah Pelaksanaan Pembelajaran

1. Ajak mereka melakukan refleksi terhadap kegiatan belajar yang sudah dilalui
2. Berikan penilaian terhadap proses dan hasil karya siswa dengan menggunakan rubrik penilaian
3. Tempelkan karya siswa pada papan pajangan
4. Jika dipandang perlu, berilah siswa soal latihan 9.7 untuk dikerjakan di rumah



Merangkum

Contoh Rangkuman

- Luas Permukaan Bangun Ruang Sisi Datar:
- Jaring-jaring Kubus** atau **Balok** adalah bangun datar yang jika dilipat pada rujuk-rusaknya akan membentuk bangun ruang kubus atau balok
 - Rumus Luas Permukaan Balok** adalah:
$$L = 2(p \times t) + 2(p \times l) + 2(l \times t)$$
, dengan p panjang balok, l lebar balok dan t tinggi balok
 - Rumus Permukaan Kubus** adalah:
$$L = 6s^2$$
, dengan s adalah panjang rusuk
 - Rumus Permukaan Prisma** adalah:
$$L = 2 \times L_a + (K_a \times t)$$
, dengan L_a Luas alas, K_a = Keliling alas, dan t = tinggi Prisma.
 - Rumus Permukaan Limas** adalah:
$$L = L_a + \sum L_s$$
, dengan L_a Luas alas dan $\sum L_s$ = Jumlah Luas Sisi-sisinya
- Volume Bangun Ruang Sisi Datar:
- Rumus Volume Balok** adalah $V = p \times l \times t$, dengan p panjang balok, l lebar balok dan t tinggi balok
 - Rumus Volume Kubus** adalah $V = s \times s \times s = s^3$, dengan s adalah panjang rusuk
 - Rumus Volume Prisma** adalah $L = L_a \times t$, dengan L_a Luas alas dan t tinggi Prisma
 - Rumus Volume Limas** adalah $L = \frac{1}{3} \times L_a \times t$, dengan L_a Luas alas dan t tinggi Limas

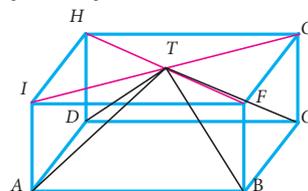


Uji Kompetensi 4

1. Disediakan kawat yang panjangnya 6 m, akan dibuat kerangka balok berukuran $13 \text{ cm} \times 9 \text{ cm} \times 8 \text{ cm}$. Berapakah banyak kerangka balok yang dapat dibuat dari kawat tersebut?
2. Sebuah balok berukuran panjang $= (3x + 2) \text{ cm}$, lebar $= (x + 5) \text{ cm}$, dan tinggi $= (2x - 4) \text{ cm}$. Jika jumlah panjang rusuknya 156 cm, maka:
 - a. Susunlah persamaan dalam x
 - b. Tentukan nilai x
3. Alas sebuah prisma berbentuk segitiga siku-siku dengan panjang sisi 12 cm, 5 cm dan 13 cm. Jika tinggi prisma adalah 20 cm. Hitunglah luas permukaan prisma tersebut.
4. Sebuah balok $ABCD.EFGH$ di samping, panjang, lebar dan tingginya berturut-turut adalah 8 cm, 6 cm, dan 3 cm.

Tentukan:

 - a. Volume limas $T.ABCD$
 - b. Volume balok di luar limas $T.ABCD$



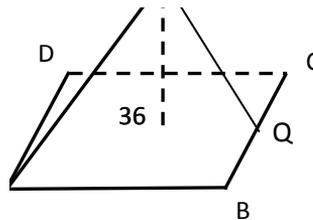
Uji Kompetensi

Guru memberikan uji kompetensi pada siswa. Guru menyuruh siswa mengerjakan soal yang sudah disediakan pada buku siswa



Soal Pengayaan

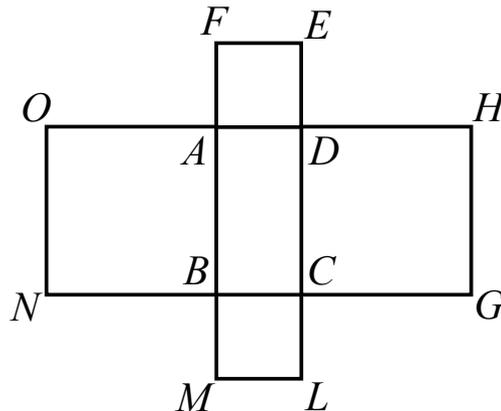
1. Hitunglah luas permukaan :
 - a) Kubus yang panjang rusuknya 7 cm
 - b) Balok dengan $p = 8$ cm, $l = 5$ cm, $t = 6$ cm
2. Sebuah limas tingginya 36 cm dan tinggi rusuk tegaknya 39 cm. Jika alasnya berbentuk persegi maka tentukan:
 - a. keliling persegi
 - b. luas permukaan limas



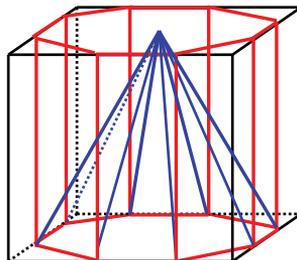
3. Luas suatu jaring-jaring balok adalah 484 cm^2 . Jika jaring-jaring tersebut dibuat menjadi balok dengan panjang 10 cm dan lebar 9 cm, tentukan tinggi balok tersebut.
4. Alas sebuah prisma berbentuk segitiga siku-siku dengan panjang 12 cm, 16 cm dan 20 cm. Jika tinggi prisma 30 cm, hitunglah volume prisma tersebut.
5. Sebuah akuarium berbentuk balok memiliki ukuran panjang 74 cm dan tinggi 42 cm. Jika volume air di dalam akuarium tersebut adalah 31.080 cm^3 , tentukan lebar akuarium tersebut.
6. Sebuah prisma alasnya berbentuk segitiga siku-siku dengan sisi miring 26 cm dan salah satu sisi penyikunya 10 cm. Jika Luas permukaan prisma 960 cm^2 , maka tentukan Volume prisma tersebut.
7. Perbandingan panjang, lebar dan tinggi sebuah balok adalah $p : l : t = 5 : 2 : 1$, jika luas permukaan balok 306 cm^2 , maka tentukan:
 - a. ukuran panjang, lebar dan tinggi balok
 - b. besar volume balok tersebut.

8. Sebuah kubus memiliki panjang rusuk 5 cm. kemudian rusuk-rusuk diperpanjang menjadi 10 cm, tentukan besar perubahan volume kubus tersebut.
9. Sebuah kubus mempunyai volume 729 cm^3 . Jika panjang rusuk kubus diperbesar menjadi 3 kali panjang rusuk semula, tentukan volume kubus yang baru.
10. Sebuah balok mempunyai ukuran panjang 10 cm, lebar 4 cm, dan tinggi 6 cm. Jika panjang balok diperpanjang $\frac{6}{5}$ kali, dan tinggi balok diperkecil $\frac{5}{6}$ kali, maka hitunglah besar perubahan volume balok tersebut.
11. Alas sebuah prisma berbentuk segitiga siku-siku dengan panjang sisi masing-masing 6 cm, 8 cm dan 10 cm. Tinggi prisma adalah 12 cm. Jika sisi-sisi alasnya diperbesar menjadi 12 cm dan 16 cm, dan 20 cm, tentukan besar perubahan volume prisma!
12. Alas sebuah limas berbentuk persegi panjang dengan ukuran panjang 10 cm dan lebar 8 cm. Tinggi limas adalah 15 cm. Jika sisi-sisi alasnya diperbesar $1\frac{1}{2}$ kali, tentukan besar perubahan volume limas tersebut.
13. Alas sebuah limas berbentuk belah ketupat dengan panjang diagonal-diagonalnya 10 cm dan 15 cm. Tinggi limas adalah 18 cm. Jika diagonal-diagonal alas maupun tingginya diperbesar 3 kali, maka tentukan perbandingan volume limas sebelum dan sesudah diperbesar.
14. Sebuah akuarium berbentuk balok memiliki ukuran panjang, lebar, dan tinggi berturut-turut 60 cm, 36 cm, dan 45 cm. Jika akuarium tersebut diisi air sebanyak $\frac{3}{4}$ bagian, maka tentukan volume air tersebut.
15. Sebuah bak mandi berbentuk balok dengan ukuran bagian dalamnya 50 cm x 50 cm x 100 cm. Jika bak itu diisi air yang mengalir dengan debit 4 liter/menit, maka tentukan waktu yang diperlukan untuk mengisi bak hingga penuh.
16. Eka membuat model balok padat yang terbuat dari bahan Gypsum dengan luas alas 200 cm^2 dan tingginya 9 cm. Harga Gypsum per liter adalah Rp15.000,00. Berapa rupiah minimal uang Eka yang harus dikeluarkan untuk membuat model balok?

17. Sebuah kaleng berbentuk balok berukuran 10 dm x 8 dm x 6 dm berisi air penuh. Bila air itu dituangkan pada kaleng lain berbentuk prisma yang luas alasnya 96 dm^2 dan tingginya 9 dm. Berapa dm tinggi air pada kaleng berbentuk prisma?
18. Diketahui sebuah bak berbentuk balok yang terisi penuh dengan air. Bak tersebut akan dikosongkan dengan menggunakan pompa yang mampu menyedot air 0,7 liter per detik. Dalam waktu 30 menit bak dapat dikosongkan tanpa sisa. Jika luas alas bak adalah 10.500 cm^2 . Berapa tinggi bak tersebut?
19. $A B C D E F G H M L O N$ Diketahui sebuah persegi panjang ABCD dan empat buah persegi ADEF, CDHG, BCLM, ABNO seperti pada gambar. Jika keliling ABCD adalah 24 cm dan total luas keempat persegi ini adalah 180 cm^2 . Berapakah luas persegi panjang ABCD?



20. Sebuah limas dan prisma segidelapan beraturan berada di dalam kubus yang alasnya saling berimpitan, seperti terlihat pada gambar berikut. Jika panjang rusuk kubus 1 satuan, maka tentukan volume prisma di luar limas.





Pedoman Penilaian

No	Aspek Penilaian	Capaian	Keterangan
1	Keterselesaian Buku Siswa	B-	Bila Buku Siswa terselesaikan dengan baik
		<B-	Bila ada bagian dari Buku Siswa yang tidak terselesaikan
2	Portofolio: a) Uji Kompetensi b) Soal dari tempat lain	A	Bila memilih soal dari Uji Kompetensi dengan kategori Sangat Sulit dan mampu menyelesaikannya dengan baik
		A-	Bila memilih soal dari Uji Kompetensi dengan kategori Sulit dan mampu menyelesaikannya dengan baik
		B+	Bila memilih soal dari Uji Kompetensi dengan kategori Sedang dan mampu menyelesaikannya dengan baik
		B	Bila memilih soal dari Uji Kompetensi dengan kategori Mudah dan mampu menyelesaikannya dengan baik
		B-	Bila memilih soal dari Uji Kompetensi dengan kategori Sangat Sulit dan kurang mampu menyelesaikannya dengan baik
		B, B-	Bila memilih soal dari Uji Kompetensi dengan kategori Sulit dan kurang mampu menyelesaikannya dengan baik
		B ⁺ , B, B-	Bila memilih soal dari Uji Kompetensi dengan kategori Sedang dan kurang mampu menyelesaikannya dengan baik
		A-, B ⁺ , B, B-	Bila memilih soal dari Uji Kompetensi dengan kategori Mudah dan kurang mampu menyelesaikannya dengan baik
	Tugas Proyek	A	Bila Proyek terselesaikan dan mampu mempresentasikan dengan Baik
		A-, B ⁺ , B	Bila ada bagian dari Proyek yang tidak terselesaikan atau kurang mampu mempresentasikan
B-		Bila Proyek tidak terselesaikan samasekali	

Keterangan: - Nilai KKM = B-

- Aspek penilaian Nomor 1 adalah syarat nilai yang harus terpenuhi, sedangkan Aspek penilaian Nomor 2 adalah penambahan nilai.



Bab 5

Perbandingan



Kata Kunci

- Perbandingan senilai
- perbandingan berbalik nilai



Kompetensi Dasar

1. Memahami konsep perbandingan dengan menggunakan tabel, grafik, dan persamaan.
2. Menggunakan konsep perbandingan untuk menyelesaikan masalah nyata dengan menggunakan tabel, grafik, dan persamaan.
3. Menyelesaikan permasalahan dengan menaksir besaran yang tidak diketahui menggunakan grafik, aljabar, dan aritmetika.



Hubungan antara ukuran dari gigi dengan secepatannya adalah perbandingan berbalik nilai. Dari gambar di atas, gir A memiliki gigi dua kali lipat dari gigi yang dimiliki oleh gir B. Sehingga, jika gir A berputar satu kali, gir B akan berputar dua kali.

Misalkan gir A memiliki gigi tiga kali dari gir B, maka jika A berputar satu putaran, maka gir B berputar tiga putaran. Jika gir A memiliki gigi empat kali lebih banyak dari gir B, maka A akan berputar satu kali apabila B berputar empat kali.

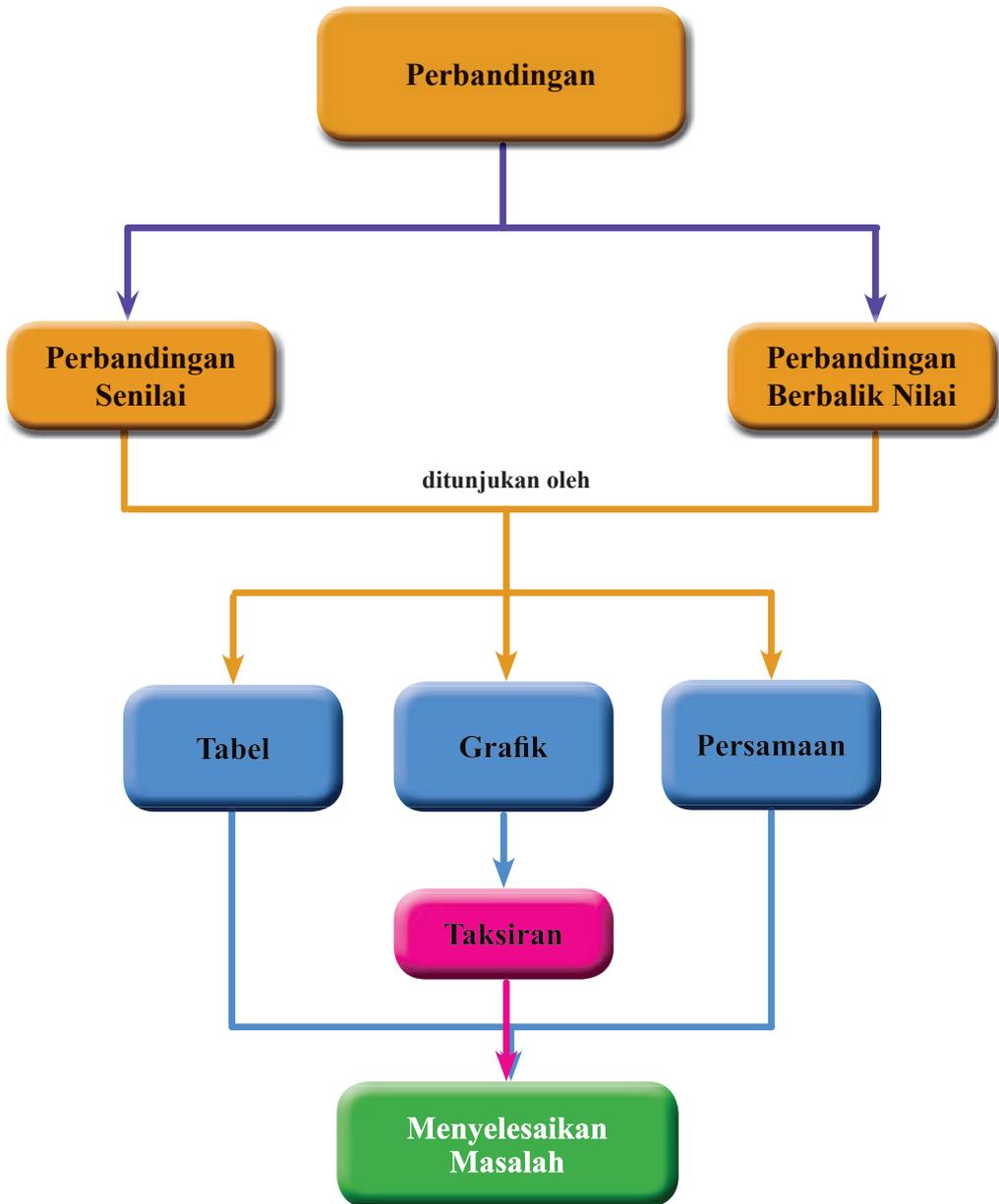
Nah, dua fakta di atas merupakan contoh dari situasi perbandingan yang sering kita jumpai. Nilai pi (π) pada permasalahan lingkaran dan gir pada sepeda.

Materi pada bab ini, kalian akan mengetahui penggunaan tabel, grafik, dan persamaan dalam menyelesaikan permasalahan perbandingan senilai maupun berbalik nilai.



Pengalaman Belajar

1. Menggunakan tabel, grafik, dan persamaan untuk memahami konsep perbandingan senilai dan berbalik nilai.
2. Menyelesaikan masalah perbandingan dengan menggunakan tabel, grafik, dan persamaan.
3. Menaksir besaran yang belum diketahui dengan menggunakan grafik, aljabar, dan aritmetika.





Georg Simon Ohm
(16 Maret 1789 – 6 Juli 1854)

Perbandingan Dalam Hukum Ohm

Georg Simon Ohm (16 Maret 1789 – 6 Juli 1854) adalah seorang fisikawan Jerman yang banyak mengemukakan teori di bidang elektrisitas. Karyanya yang paling dikenal adalah teori mengenai hubungan antara aliran listrik, tegangan, dan tahanan konduktor di dalam sirkuit, yang umum disebut Hukum Ohm.

Hukum Ohm adalah suatu pernyataan bahwa besar arus listrik yang mengalir melalui sebuah penghantar selalu berbanding lurus dengan beda potensial yang diterapkan kepadanya. Sebuah benda penghantar dikatakan mematuhi hukum Ohm apabila nilai resistansinya tidak bergantung terhadap besar beda potensial yang dikenakan kepadanya.

Secara matematis hukum Ohm diekspresikan dengan persamaan:

$$V = I \times R$$

Persamaan di atas terlihat jelas bahwa hubungan tegangan (V) dan kuat arus (I) adalah perbandingan senilai. Semakin besar kuat arus yang mengalir pada suatu rangkaian, maka semakin besar pula beda potensial pada rangkaian tersebut.

Hukum ini oleh Georg Simon Ohm, pada tahun 1825 dipublikasikan pada sebuah paper yang berjudul *The Galvanic Circuit Investigated Mathematically* pada tahun 1827. (Sumber: www.id.wikipedia.org)

Apa hikmah yang dapat kita ambil dari biografi Ohm?

1. Orang yang ingin memahami sains harus memahami matematika, sehingga akan dapat menjabarkan pemahamannya dalam bentuk matematis yang memudahkan. Apa gunanya kita bisa matematika tetapi tidak memahami keteraturan alam?
2. Matematika memang bisa berjalan sendiri tanpa sains, tetapi tanpa sains, matematik akan kehilangan tujuan selain dari kesenangan untuk mengolah logika dan pikiran. Matematika akan menjadi bermakna ketika matematika dapat menjadi alat bantu untuk mengutarakan konsep-konsep dan keteraturan alam ini.
3. Sains tidak mungkin berjalan tanpa matematika, karena konsep tentang alam ini tidak akan bisa diutarakan dan dimanfaatkan dengan baik tanpa matematika.



Membelajarkan 5.1

Memahami Perbandingan Senilai

Apersepsi

Ajak siswa untuk mengamati cerita Tukang Bangunan sebagai apersepsi. Suruh siswa menyelesaikan masalah yang ada dalam cerita. Ingatkan kembali materi perbandingan yang dipelajari di kelas VII.

Sebelum Pelaksanaan Pembelajaran

1. Amati dan kenali terlebih dahulu beberapa contoh konsep perbandingan senilai dan perbandingan berbalik nilai dalam kehidupan nyata, seperti hubungan jarak tempuh dan banyak pertamax yang dibutuhkan.
2. Buat siswa menjadi kelompok berpasangan untuk mempermudah pengamatan guru
3. Identifikasi pula bentuk bantuan apa yang perlu diberikan agar siswa akhirnya mampu bernalar
4. Sediakan lembar kertas HVS untuk hasil kerja siswa (proyek) dan milimeter block (kertas berpetak) untuk membuat grafik
5. Siapkan Buku matematika atau buku mata pelajaran lainnya dan sumber-sumber dari internet.



Perbandingan Senilai dan Berbalik Nilai

Tukang Bangunan



Sumber: www.hargahargabahanbangunan.blogspot.com

Gambar 5.1 Tukang Bangunan Sedang Membangun Rumah

Pak Fatkhur adalah seorang penyedia jasa tukang bangunan (kuli bangunan). Beliau berpengalaman dalam proyek-proyek pembangunan rumah tinggal, karena beliau sendiri juga seorang tukang bangunan. Beliau menjelaskan bahwa dalam menyelesaikan sebuah rumah yang berukuran $12,5 \text{ m} \times 7 \text{ m}$ diselesaikan oleh 5 tukang, termasuk pak Fatkhur sendiri, selama 2 bulan sampai selesai. Untuk mempercepat penyelesaian bangunan, Pak Fatkhur sanggup menyediakan tukang tambahan sesuai dengan permintaan pelanggan. Pak Fatkhur dan 9 temannya pernah membangun rumah selama 1 bulan.

Nah, sekarang coba kalian duga, berapa lama yang dibutuhkan oleh Pak Fatkhur dan 5 orang temannya untuk menyelesaikan sebuah rumah yang ukurannya sama seperti yang dijelaskan di atas?

Jika pelanggan Pak Fatkhur ingin memiliki rumah yang bisa diselesaikan selama 25 hari, berapa pekerja yang dibutuhkan untuk menyelesaikan pembangunan rumah?

bagaimana strategi untuk menyelesaikannya? Yuk pelajari selengkapnya di Bab 5 ini.



Ayo Kita Amati

Ajak siswa untuk mengamati masalah yang disajikan dalam bentuk Tabel 5.1. Suruh siswa untuk memperhatikan masing-masing kolom pada Tabel 5.1. Minta siswa mengamati Tabel 5.1 yang menunjukkan banyak pertamax dan jarak yang ditempuh. Minta siswa untuk memberikan contoh perbandingan senilai lainnya.



Kegiatan 5.1

Perbandingan Senilai



Ayo Kita Amati



Masalah 5.1

Andi memiliki sepeda motor matic baru berkapasitas 125 cc. Dia tahu bahwa sepeda motor matic 125 cc memerlukan 1 liter pertamax untuk menempuh jarak 43 km.

Tabel berikut ini menunjukkan banyak pertamax (liter) dan jarak tempuh.

Tabel 5.1 Banyak pertamax (liter) dan Jarak tempuh

Banyak Pertamax (dalam liter), x	1	2	3	4
Jarak yang ditempuh (dalam km), y	43	86	129	172

Andi ingin melakukan perjalanan dari Kota Surabaya ke Banyuwangi yang berjarak sekitar 387 km dan ingin mengetahui banyak pertamax yang dibutuhkan. Dari tabel yang dibuatnya, Andi mengetahui bahwa jarak yang ditempuh dan banyak pertamax yang dibutuhkan adalah **perbandingan senilai**. Sehingga, jika Andi dapat menentukan hubungan keduanya, dia juga dapat menentukan banyak pertamax yang dibutuhkan untuk menempuh jarak sejauh 387 km.



Ayo Kita Menanya

Hubungan apakah antara banyak pertamax dan jarak yang ditempuh? Untuk menjawab pertanyaan di atas, kita gali informasi dari tabel di atas.



Ayo Kita Menggali Informasi



Contoh 5.1

Tentukan berapa banyak pertamax yang akan dibutuhkan sepeda motor Andi?



Alternatif Penyelesaian

Andi menyelesaikan dengan memperhatikan data dari tabel yang telah dia buat seperti berikut.

$$\frac{y}{x} = \frac{43}{1} = 43 \quad \frac{y}{x} = \frac{86}{2} = \frac{43}{1} = 43 \quad \frac{y}{x} = \frac{129}{3} = \frac{43}{1} = 43 \quad \frac{y}{x} = \frac{172}{4} = \frac{43}{1} = 43$$



Ayo Kita Menanya

Minta siswa untuk menjawab pertanyaan yang diberikan pada buku siswa.

Ajak siswa untuk membuat pertanyaan yang mungkin ingin ditanyakan. Pertanyaan yang mungkin muncul, misalnya “Berapakah uang yang dikeluarkan jika membeli 14 liter pertamax?” Tanyakan kepada siswa tentang rasio setiap kolom pada Tabel 5.1.



Menggali Informasi

Ajak siswa untuk mengetahui lebih jauh tentang hubungan banyaknya pertamax dan jarak yang ditempuh dan perbandingan senilai.



Ayo Kita Menalar

Ajak siswa untuk menalar dengan menjawab pertanyaan yang disediakan.

1. Pernyataan yang tidak berkaitan dengan perbandingan senilai adalah c). Berdasarkan tabel pertamax dengan jarak tempuh motor dapat diketahui bahwa hasil kali banyak pertamax dan jarak tempuh setiap kolom berbeda.
2. Senilai yang dimaksud dalam perbandingan senilai adalah rasio nilai variabel yang satu dengan variabel yang lain memiliki nilai yang sama, yakni menghasilkan suatu konstanta.
3. rasio kedua variabel pada perbandingan senilai adalah sama.

Ajak siswa memperhatikan contoh untuk penerapan perbandingan senilai.

Andi telah mengetahui bahwa perbandingan jarak perjalanan yang ditempuh dan banyak pertamax yang dibutuhkan adalah 43.

43 adalah konstanta perbandingan.

$$\frac{y}{x} = \frac{43}{1} \text{ atau } y = 43x \text{ (menggunakan perkalian silang)}$$

Dari persamaan yang dibentuk, kita tahu bahwa y berbanding lurus dengan x . Hubungan tersebut dapat ditunjukkan oleh persamaan, $\frac{y}{x} = k$ atau $y = kx$, k adalah konstanta perbandingan.

Jadi, dapat disimpulkan bahwa

$$\begin{aligned} (\text{Jarak yang ditempuh}) &= 43 \text{ (banyak pertamax)} \\ y &= 43x \end{aligned}$$

Persamaan di atas menyatakan hubungan antar dua variabel.

$$387 = 43 \times x$$

$$387 \div 43 = x$$

$$9 = x$$

Jadi, untuk menempuh perjalanan selama 387 km dibutuhkan 9 liter pertamax.



Andi menggunakan persamaan untuk memperkirakan banyak pertamax yang diperlukan untuk menempuh perjalanan sejauh 387 km. Andi mengganti jarak yang ditempuh (y) dengan 387 dan menyelesaikan persamaan untuk menentukan banyak pertamax (x).



Ayo Kita Menalar

Setelah kalian mengamati, menanya, dan menggali informasi dari Masalah 5.1. Tuliskan jawaban pertanyaan berikut pada buku catatan kalian dan diskusikan dengan temanmu.

1. Manakah di antara pernyataan berikut yang tidak berkaitan perbandingan senilai? Jelaskan alasan kalian.
 - a. y berbanding lurus terhadap x .
 - b. y kelipatan x .
 - c. Hasil kali y dan x adalah konstan.
2. Jelaskan apa yang kalian ketahui tentang "senilai" dalam perbandingan senilai?
3. Bagaimanakah perbandingan kedua variabel pada perbandingan senilai?

Untuk membantu menjawab pertanyaan-pertanyaan di atas, perhatikan Contoh 5.2 berikut.

Ajak siswa untuk mengamati penerapan perbandingan senilai dengan menggunakan persamaan. Ingatkan siswa tentang persamaan garis lurus.

Contoh 5.2

Tentukan apakah nilai-nilai pada tabel berikut menunjukkan perbandingan senilai. Jika iya, tentukan konstanta perbandingannya.

x	3	4	5
y	6	8	10

Alternatif Penyelesaian

$\frac{y}{x} = \frac{6}{3} = 2$ $\frac{y}{x} = \frac{8}{4} = 2$ $\frac{y}{x} = \frac{10}{5} = 2$ dan y menunjukkan perbandingan senilai dengan konstantanya adalah 2.

Dapat kita ketahui bahwa $\frac{y}{x}$ adalah konstanta. Jadi, perbandingan nilai-nilai x



Sumber: www.klinikhevan.com
Gambar 5.1 Anjing

Contoh 5.3

Binatang Peliharaan

Sebagian besar binatang peliharaan memiliki perbandingan umur yang berbeda-beda dengan pemiliknya. Misalkan, seekor anjing yang berusia 3 tahun sama halnya seperti manusia yang berumur 21 tahun.

Berdasarkan informasi di atas, asumsikan bahwa umur anjing berbanding lurus dengan usia manusia. Berapakah usia manusia seekor anjing yang berumur 6 tahun?

Alternatif Penyelesaian

Tuliskan persamaan perbandingan senilaianya. Misal x menyatakan umur anjing dan y menyatakan umur yang setara dengan manusia.

$y = kx$
 $21 = k(3)$
 $7 = k$
 $y = 7x$
gunakan persamaan untuk menentukan y jika $x = 6$
 $y = 7x$
 $y = 7(6)$
 $y = 42$

Jadi, umur anjing berumur 6 tahun setara dengan manusia berumur 42 tahun.

Ayo Kita Menanya

Persamaan yang dibentuk oleh perbandingan senilai adalah persamaan linear. Bagaimanakah bentuk grafik yang dibentuk dari perbandingan senilai? Untuk menjawab pertanyaan ini, perhatikan Contoh 5.4 berikut.

Ayo Kita Menanya

Minta siswa untuk memasukan pertanyaan terkait tentang perbandingan senilai

Ayo Kita Menggali Informasi

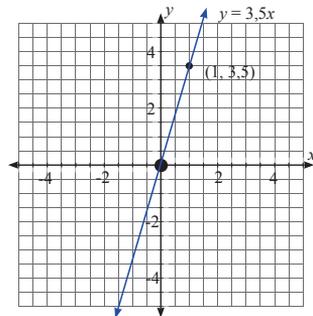
Contoh 5.4

Menggambar grafik persamaan perbandingan senilai.

Misal y berbanding lurus terhadap x , dengan konstanta perbandingan $k = 3,5$. Gambarlah grafik persamaan perbandingannya.

Alternatif Penyelesaian

Persamaan perbandingan yang diminta adalah $y = 3,5x$, seperti gambar di samping. Grafik yang terbentuk memiliki kemiringan 3,5.



Gambar 5.2 Grafik $y = 3,5x$

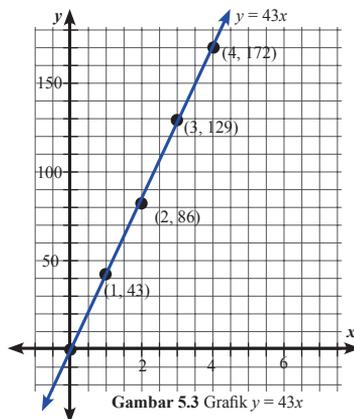
Contoh 5.5

Berdasarkan Masalah 5.1, jarak yang ditempuh untuk sepeda motor *matic* adalah 43 km tiap liter pertamax. Gambarlah grafik persamaan yang menyatakan perbandingan antara banyak liter pertamax dan jarak yang ditempuh.

Alternatif Penyelesaian

Kita tahu bahwa persamaan yang terbentuk adalah $y = 43x$. y adalah jarak yang ditempuh dan x adalah banyak pertamax. Kemiringan garis dari grafik yang dibentuk adalah 43. Dengan membuat tabel seperti yang telah Andi lakukan di Masalah 5.1, kita bisa dengan mudah membuat grafik persamaan dengan menentukan titik-titik pasangan berurutan.

Perhatikan bahwa grafik persamaan perbandingan senilai selalu melalui titik asal $(0, 0)$.



Gambar 5.3 Grafik $y = 43x$



Menggali Informasi

Ajak siswa melukis grafik perbandingan senilai. Suruh siswa memperhatikan bagaimana cara menentukan grafik perbandingan senilai berdasarkan masalah yang diketahui.



Latihan 5.1

1. Tentukan diantara keempat tabel berikut yang menunjukkan perbandingan senilai, perbandingan berbalik nilai, atau bukan keduanya. Jelaskan bagaimana kalian menentukannya. Tentukan juga bentuk persamaan keempat tabel jika menunjukkan perbandingan senilai dan perbandingan berbalik nilai.

a.

x	2	3	8
y	8	12	24

b.

x	6	10	14
y	18	30	42

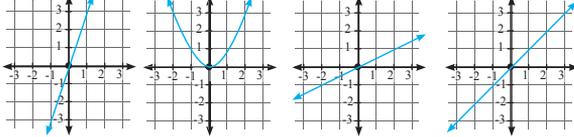
c.

x	2	4	6
y	12	24	36

d.

x	1	3	4
y	1	9	16

2. Manakah grafik berikut ini yang bukan menunjukkan grafik perbandingan senilai? Jelaskan alasannya.

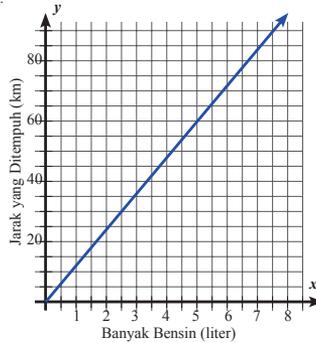


3. Tabel berikut menunjukkan waktu yang ditempuh Andi dalam perjalanan, x , dan jarak yang ditempuhnya, y . Asumsikan Andi berkendara dengan kecepatan konstan. Tentukan kecepatan sepeda motor yang dia kendari dalam kilometer per jam (km/jam).

Waktu (jam), x	1	2	3
Jarak (km), y	40	80	120

4. Pardi memperoleh Rp12.500,00 tiap lembar untuk laporan yang dia ketik. Tentukan persamaan yang terbentuk dan gambarkan grafiknya.

5. Sebuah mobil memerlukan 1 liter bensin untuk menempuh jarak 12 km. Hubungan antara banyak bensin yang dibutuhkan dengan jarak yang ditempuh digambarkan seperti pada grafik berikut.
Dengan menggunakan grafik di samping, dapatkan kalian menentukan persamaan yang terbentuk? Berapakah banyak liter bensin yang dibutuhkan mobil untuk menempuh jarak 72 km? Berapakah jarak yang ditempuh mobil jika bensin yang dibutuhkan sebanyak 6,5 liter? (Anggaplah perjalanan yang ditempuh lancar, tanpa hambatan dan kemacetan)



Latihan

Sebagai tugas tambahan yang wajib dikerjakan siswa, soal Latihan 5.1 ini bisa dijadikan pekerjaan rumah atau sebagai tugas akhir pekan.

Latihan 5.1 ini terdapat masalah-masalah yang menggunakan pola.

Setelah Pelaksanaan Pembelajaran

1. Periksalah apakah semua siswa sudah memahami persamaan dan grafik yang dibentuk oleh perbandingan senilai
2. Periksa jawaban siswa atas soal latihan yang dikerjakan.
3. Berikan penilaian terhadap proses dan hasil penalaran siswa dengan menggunakan rubrik penilaian
4. Mintalah siswa untuk melakukan refleksi dan menuliskan hal penting dari yang dipelajarinya



Membelajarkan 5.2

Memahami Perbandingan Berbalik Nilai

Sebelum Pelaksanaan Pembelajaran

1. Amati dan kenali terlebih dahulu beberapa contoh konsep perbandingan berbalik nilai dalam kehidupan nyata, seperti: seperti hubungan waktu dan kecepatan, banyak pekerja dan waktu penyelesaian, dan sebagainya.
2. Buat siswa menjadi kelompok berpasangan untuk mempermudah pengamatan guru.

Ajak siswa untuk mengamati masalah perbandingan berbalik nilai yang disajikan dalam bentuk Tabel 5.3. Minta siswa untuk memperhatikan masing-masing kolom pada tabel. Minta siswa mengamati Tabel 5.3 yang menunjukkan kecepatan dan waktu yang ditempuh. Minta siswa untuk memberikan contoh perbandingan senilai lainnya.

Kegiatan 3.2

Perbandingan Berbalik Nilai

Dalam Kegiatan 1, kalian telah mempelajari perbandingan senilai dengan rasio kedua variabel adalah konstan. Hubungan lain antar dua variabel adalah **perbandingan berbalik nilai**. Perbandingan berbalik nilai adalah hubungan antar dua variabel yang hasil kali keduanya menghasilkan bilangan yang sama, atau konstan.



Ayo Kita Amati



Masalah 5.2

Kecepatan dan waktu tempuh

Alan mengendarai sepeda motor dan menempuh jarak 480 km ketika mudik. Setiap kali mudik, dia mencoba dengan kecepatan rata-rata yang berbeda dan mencatat lama perjalanan. Tabel 5.3 di bawah ini menunjukkan kecepatan rata-rata motor dan waktu yang ditempuh.

Tabel 5.3 Kecepatan rata-rata motor dan waktu yang ditempuh

Kecepatan Rata-rata (x) (km/jam)	80	75	60	40
Waktu (y) (jam)	6	6,4	8	12

Alan menguji tabel yang dibuatnya untuk mengetahui hubungan antara kecepatan dan waktu selama perjalanan yang berjarak 480 km.



Ayo Kita Menanya

Hubungan apakah antara kecepatan dan waktu yang ditempuh selama perjalanan yang berjarak 480 km? Untuk menjawab pertanyaan di atas, kita gali informasi dari Tabel 5.3 di atas.



Ayo Kita Menggali Informasi



Contoh 5.6

Alan ingin mengetahui lama perjalanan yang ditempuh jika dia mengendarai sepeda motor dengan kecepatan rata-rata 50 km/jam.



Ayo Kita Menanya

Minta siswa untuk menjawab pertanyaan yang diberikan pada buku siswa.

Ajak siswa untuk membuat pertanyaan yang mungkin ingin ditanyakan. Pertanyaan yang mungkin muncul, misalnya “Berapakah waktu yang ditempuh jika kecepatan rata-rata pengendara adalah 50 km/jam?” Tanyakan kepada siswa tentang hasil kali setiap kolom pada tabel.



Menggali Informasi

Ajak siswa untuk mengetahui lebih jauh tentang hubungan banyaknya pertamax dan jarak yang ditempuh dan perbandingan berbalik nilai.



Alternatif Penyelesaian

Alan menyelesaikannya seperti berikut.

$$80 \times 6 = 480$$

$$75 \times 6,4 = 480$$

$$60 \times 8 = 480$$

$$40 \times 12 = 480$$

480 merupakan konstanta perbandingan.

$$xy = 480, \text{ atau } y = \frac{480}{x}$$

$$y = \frac{480}{x} \text{ menyatakan hubungan antara dua variabel.}$$

$$\text{Waktu yang ditempuh} = \frac{480}{\text{kecepatan rata-rata sepeda motor yang dikendarai}}$$

$$y = \frac{480}{x}$$

$$y = \frac{480}{50}$$

$$y = 9,6$$

Jadi, lama perjalanan yang ditempuh Alan jika mengendarai sepeda motor dengan kecepatan 50 km/jam adalah 9,6 jam.

Kali ini, perbandingan (rasio) $\frac{y}{x}$ tidak selalu sama. Sedangkan hasil kalinya, $x \times y$ adalah konstan, yang selalu sama. Karena hasil kali dua variabel adalah konstan, kondisi ini dikatakan perbandingan berbalik nilai. y berbanding terbalik terhadap x . Hubungan ini dapat ditunjukkan oleh persamaan $xy = k$, atau $y = \frac{k}{x}$. k adalah konstanta.

Alan menggunakan persamaan untuk menentukan waktu yang ditempuh dengan kecepatan 50 km/jam. Dengan mensubstitusi 50 km/jam untuk nilai x , dapat ditentukan nilai y , waktu yang ditempuh.



Ayo Kita Menalar

Setelah kalian mengamati, menanya, dan menggali informasi dari Masalah 5.2. Tuliskan jawaban pertanyaan berikut pada buku catatan kalian dan diskusikan dengan temanmu.

1. Untuk persamaan $y = \frac{k}{x}$, bagaimanakah nilai y jika nilai x mengalami kenaikan?
2. Bagaimanakah nilai x jika nilai y mengalami kenaikan?
3. Dari persamaan perbandingan berbalik nilai, bagaimanakah bentuk grafiknya? Apakah melalui titik asal (0, 0), apakah memotong sumbu koordinat?



Contoh 5.7

Berdasarkan Masalah 5.2, gambarlah grafik persamaan yang menyatakan perbandingan antara kecepatan rata-rata dan waktu yang ditempuh.



Ayo Kita Menalar

Ajak siswa untuk menalar dengan menjawab per pertanyaan yang disediakan.

1. Nilai akan semakin menurun jika nilai mengalami kenaikan. Dengan syarat nilai, dan adalah bilangan bulat asli.
2. Nilai akan semakin menurun jika nilai mengalami kenaikan.
3. Grafik yang terbentuk dari perbandingan berbalik nilai berupa kurva lengkung yang tidak melalui titik asal dan tidak memotong sumbu koordinat.

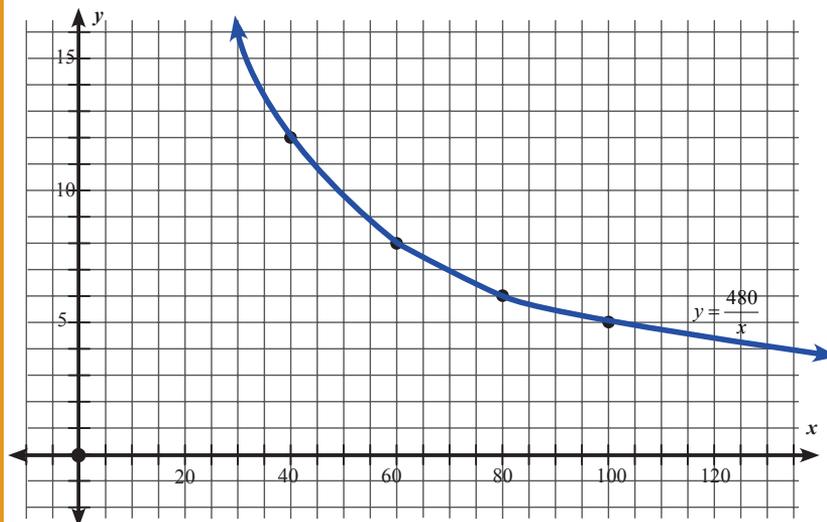
Untuk lebih jelasnya, ajak siswa memperhatikan contoh penerapannya.

Kita tahu bahwa persamaan yang terbentuk adalah $y = \frac{480}{x}$. y adalah waktu yang ditempuh dan x adalah kecepatan rata-rata. Dengan menggunakan tabel berikut, kita dapat membuat grafik yang terbentuk.

Tabel 5.4 Pasangan terurut kecepatan rata-rata dan waktu

Kecepatan Rata-rata (x) (km/jam)	80	75	60	40
Waktu (y) (jam)	6	6,4	8	12
Pasangan terurut (x, y)	(80, 6)	(75, 6,4)	(60, 8)	(40, 12)

Grafik yang terbentuk adalah sebagai berikut.

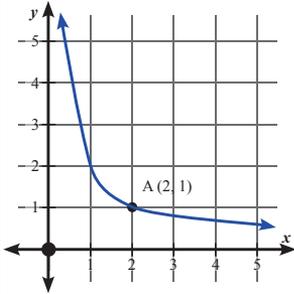


Gambar 5.4 Grafik $y = \frac{480}{x}$

Perhatikan bahwa grafik yang terbentuk dari persamaan perbandingan berbalik nilai tidak melewati titik asal $(0, 0)$ dan tidak memotong sumbu koordinat.

Ajak siswa untuk mengamati dan memahami Tabel 5.4 mengenai grafik perbandingan berbalik nilai

Contoh 5.7



Grafik di samping, x dan y menunjukkan perbandingan berbalik nilai. Manakah persamaan berikut yang menyatakan hubungan x dan y ?

- a. $y = -\frac{2}{x}$
- b. $y = \frac{2}{x}$
- c. $y = -2x$
- d. $y = 2x$

Penyelesaian

Grafik tersebut melalui (2, 1). Substitusi nilai x dan y untuk memperoleh nilai k .

$y = \frac{k}{x}$ tulis persamaan perbandingan berbalik nilai

$1 = \frac{k}{2}$ substitusi 2 untuk x dan 1 untuk y

$2 = k$

Jadi, persamaan grafik yang dimaksud adalah $y = \frac{2}{x}$. Jawaban yang benar adalah **b**.

Contoh 5.8

Sebuah perusahaan komputer memproduksi *Personal Computer* (PC). Perusahaan tersebut telah menentukan banyaknya komputer yang dijual per bulan, s , berbanding terbalik dengan harga setiap komputer, P . Dua ribu komputer terjual setiap bulan saat harganya Rp6.000.000,00 per set. Berapakah banyak komputer yang terjual setiap bulan jika harga komputer menurun menjadi Rp5.000.000,00 per set?

Alternatif Penyelesaian

$s = \frac{k}{P}$ tulis persamaan perbandingan berbalik nilai

2000 = $\frac{k}{6.000.000}$ substitusi 2000 untuk s dan 6.000.000 untuk P

12.000.000 = k selesaikan nilai k dengan mengalikan kedua ruas dengan 6.000.000. konstanta perbandingannya adalah 12.000.000.000

$s = \frac{12.000.000.000}{P}$ tulis persamaan perbandingan berbalik nilai

$s = \frac{12.000.000.000}{5.000.000}$ substitusi nilai $P = 5.000.000$

$s = 2400$

jadi, saat harga komputer Rp5.000.000,00 per set, 2400 komputer dapat terjual per bulan.

Ajak siswa untuk mengamati dan memahami Contoh 5.7 dan 5.8 terkait aplikasi perbandingan terbalik nilai dan penyelesaian nya dengan menggunakan persamaan



LATIHAN 5.2

1. Tentukan apakah tiap tabel berikut menunjukkan perbandingan berbalik nilai. Jika iya, jelaskan.

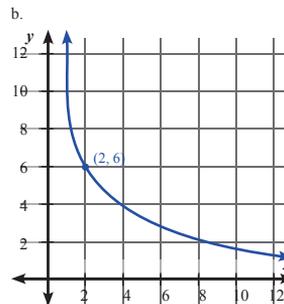
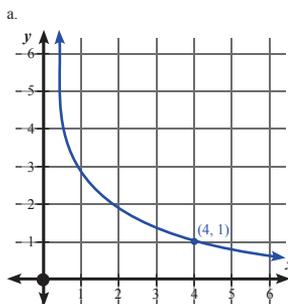
x	2	6	8
y	8	14	32

x	3	6	5
y	12	24	32

x	2	3	1
y	8	6	16

x	2	1	4
y	6	12	3

2. Tentukan persamaan dari grafik berikut.



3. Andrea mengatakan bahwa persamaan $\frac{y}{2} = \frac{8}{x}$ bukanlah persamaan perbandingan berbalik nilai karena bentuknya tidak $y = \frac{k}{x}$. Jelaskan dan perbaiki kesalahan yang disampaikan oleh Andrea.

4. Pak Fatkhur adalah seorang penyedia jasa tukang bangunan (kuli bangunan). Beliau berpengalaman dalam proyek-proyek pembangunan rumah tinggal, karena beliau sendiri juga seorang tukang bangunan. Beliau menjelaskan bahwa dalam menyelesaikan sebuah rumah dapat diselesaikan oleh 5 tukang, termasuk pak Fatkhur sendiri, selama 2 bulan sampai selesai *finishing*. Untuk mempercepat penyelesaian bangunan, Pak Fatkhur sanggup menyediakan tukang tambahan sesuai dengan permintaan pelanggan. Pak Fatkhur dan 9 temannya pernah membangun rumah selama 1 bulan. Nah, sekarang coba kalian duga, berapa lama yang dibutuhkan oleh Pak Fatkhur dan 5 orang temannya untuk menyelesaikan sebuah rumah yang ukurannya sama seperti yang dijelaskan di atas? Jika pelanggan Pak Fatkhur ingin memiliki rumah yang bisa diselesaikan selama 25 hari, berapa pekerja yang dibutuhkan untuk menyelesaikan pembangunan rumah?

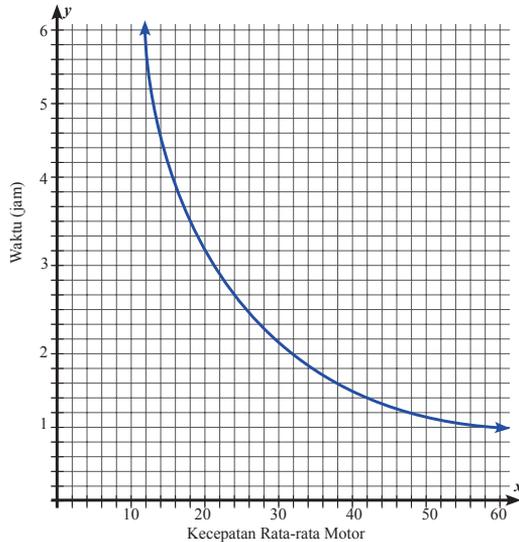


Latihan

Sebagai tugas tambahan yang wajib dikerjakan siswa, soal Latihan 5.2 ini bisa dijadikan pekerjaan rumah atau sebagai tugas akhir pekan.

Latihan 5.2 ini terdapat masalah-masalah yang menggunakan pola.

5. Jarak kota P ke kota Q adalah 60 km. Grafik di bawah ini menunjukkan hubungan antara kecepatan sepeda motor (km/jam) dan waktu yang diperlukan (jam).



- Dengan menggunakan grafik di atas, tentukan kecepatan kendaraan bila waktu yang dibutuhkan untuk menempuh perjalanan dari kota P ke Q adalah 1,5 jam. Jelaskan bagaimana kalian memperoleh jawaban.
- Dapatkah kalian menentukan persamaan grafik di atas? Jelaskan.
- Pertanyaan terbuka**
Dapatkah kalian menentukan kecepatan yang dibutuhkan pengendara untuk menempuh total lama perjalanan pergi dan perjalanan pulang selama 3 jam? Bagaimana kalian menentukannya.

Dalam Latihan 5.2 soal No.5 terdapat soal terbuka (open solution) minta siswa supaya lebih menggali informasi yang di sajikan grafik. Sehingga siswa dapat menemukan jawaban lebih dari satu

Setelah Pelaksanaan Pembelajaran

- Periksalah apakah semua siswa sudah memahami persamaan dan grafik yang dibentuk oleh perbandingan berbalik nilai.
- Periksa jawaban siswa atas soal latihan yang dikerjakan.
- Berikan penilaian terhadap proses dan hasil penalaran siswa dengan menggunakan rubrik penilaian
- Mintalah siswa untuk melakukan refleksi dan menuliskan hal penting dari yang dipelajarinya



Tugas Projek

1. Identifikasi pula bentuk bantuan apa yang perlu diberikan agar siswa akhirnya mampu menyelesaikan Tugas Projek 5.
2. Sediakan buku matematika, buku mata pelajaran lainnya, atau internet untuk memper lancar penyelesaian Tugas Projek 5 siswa.
3. Bimbing siswa dalam menyiapkan Tugas Projek 5, cek alat dan bahan yang harus disiapkan siswa. Bacakan petunjuk seperlunya untuk memper jelas tugas yang perlu dilakukan siswa dalam menyelesaikan Tugas Projek 5.



Tugas Projek 5

Percobaan Pantulan Bola

Dalam percobaan ini, kalian akan menyelidiki bagaimana tinggi bola dijatuhkan berkaitan dengan tinggi pantulan. Bacalah petunjuk dengan seksama sebelum dimulai. Bersiaplah untuk menjelaskan temuan kalian di depan teman sekelasmu.

Alat dan Bahan:

Alat ukur: Mistar kayu atau rol meter (mistar yang bisa ditegakkan)
Bola bekel/ bola tenis/ bola pingpong (bola yang bisa memantul)



Petunjuk:

Bagilah pekerjaan di antara anggota kelompok kalian.

1. Buatlah tabel dengan kolom untuk mencatat ketinggian bola saat jatuh dan tinggi pantulan.
2. Pegang mistar kayu tegak lurus pada permukaan datar, seperti lantai tak berkarpet atau meja.
3. Pilih dan catat ketinggian saat bola akan dijatuhkan pertama kali. Pegang bola sehingga kalian bisa menentukan bagian atas bola atau bagian bawah bola adalah ketinggian awal.
4. Jatuhkan bola dan catat ketinggian pantulan pertama. Jika bagian atas bola adalah sebagai ketinggian awal, cari ketinggian bagian atas bola ketika pantulan pertama. Jika bagian bawah bola sebagai ketinggian awal, tentukan ketinggian bagian bawah bola. (Kalian mungkin harus melakukan ini beberapa kali sebelum merasa yakin bahwa kalian telah memperkirakan ketinggian pantulan dengan baik.)
5. Ulangi Langkah 4 untuk beberapa ketinggian yang berbeda.

Setelah kalian selesai melakukan percobaan, tuliskan laporan yang meliputi:

- a. Grafik pada bidang koordinat dari data yang kalian kumpulkan
- b. Pejelasan variabel yang kalian selidiki dalam percobaan ini dan penjelasan hubungan antar variabel
- c. Daftar yang menunjukkan dugaan kalian untuk
 - tinggi pantulan untuk ketinggian saat dijatuhkan dari 2 meter
 - tinggi yang diperlukan untuk menjatuhkan bola supaya ketinggian pantulan bola menjadi 2 meter
- d. Penjelasan tentang bagaimana kalian membuat dugaan, apakah kalian menggunakan tabel, grafik, atau metode lain, dan petunjuk dalam data yang membantu kalian membuat dugaan
- e. Penjelasan tentang ketinggian pantulan bola yang kalian harapkan saat bola dijatuhkan dari 0 cm dan dimana kalian bisa menemukan ini pada grafik
- f. Penjelasan tentang variabel lain selain ketinggian bola saat dijatuhkan, yang dapat mempengaruhi ketinggian bola memantul.



Merangkum 5

Jawablah pertanyaan-pertanyaan berikut untuk menuntun kamu menyimpulkan pengalaman belajar yang telah kamu lakukan.

1. Kapan dua besaran dikatakan berbanding lurus (perbandingan senilai)?
2. Kapan dua besaran dikatakan berbanding terbalik (perbandingan berbalik nilai)?
3. Tentukan apakah pernyataan berikut benar atau salah.
 - Dalam persamaan perbandingan senilai $y = kx$, jika x meningkat, maka y meningkat.
 - Dalam persamaan perbandingan berbalik nilai $y = \frac{k}{x}$, jika x meningkat, maka y meningkat.
 - Jika x berbanding terbalik terhadap y , ketika x dilipatgandakan, maka y berlipatganda juga.
 - Jika a berbanding lurus terhadap b (perbandingan senilai), maka b konstan.
4. Apakah grafik setiap persamaan perbandingan senilai berupa garis lurus? Apakah grafik setiap grafik garis lurus menunjukkan persamaan perbandingan senilai?
5. Apakah kamu sudah menemukan bahwa perbandingan senilai maupun berbalik nilai sangat dekat dengan kehidupanmu sehari-hari?
6. Sebutkan apa saja masalah nyata yang berhubungan dengan perbandingan senilai dan perbandingan berbalik nilai, selain masalah-masalah yang sudah ada di bab ini.
7. Bandingkan perbandingan senilai dan perbandingan berbalik nilai secara numerik dan secara grafis. Jelaskan perbedaan antara keduanya.



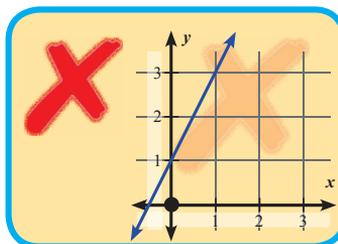
Merangkum

Minta siswa untuk menjawab pertanyaan-pertanyaan untuk merangkum bab ini. Beri penguatan kepada siswa tentang pembelajaran yang dilakukan sebelumnya.

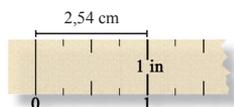
Uji Kompetensi 5

1. Jelaskan dan perbaiki kesalahan berikut.

Grafik di samping menunjukkan grafik persamaan perbandingan senilai.



2. Tuliskan persamaan perbandingan senilai yang berhubungan dengan x inci ke y centimeter.



3. Jika kamu ingin pergi melancong atau melanjutkan studi ke luar negeri, kamu akan membutuhkan pengetahuan tentang sistem penukaran uang. Lengkapi tabel berikut untuk menunjukkan beberapa kurs mata uang sehingga mengungkapkan berapa banyak uang yang dibutuhkan untuk menukarkan ke Rupiah.

Kurs Penukaran Mata Uang

Negara	Mata Uang	Kurs (Rupiah)
Arab Saudi	Real	3.170,23
Thailand	Baht	369,57
Italia	Euro	16.091,76
Jepang	Yen	115,36
Korea Selatan	Won	11,21
Australia	Dolar Australia	10.807,10
Amerika Serikat (U.S.A)	Dolar AS	11.889,00
Inggris Raya (U.K)	Pound	19.444,46

Sumber: Bank Indonesia, Kurs Penukaran per tanggal 3 Desember 2013



Uji Kompetensi

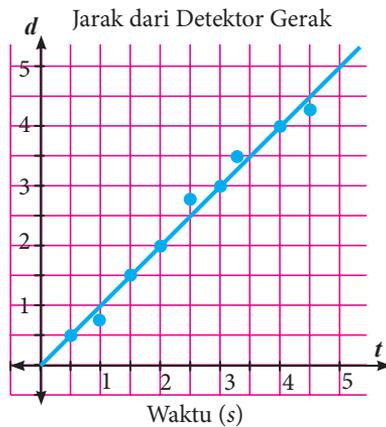
Gunakan Uji Kompetensi 5 untuk menilai kemampuan siswa pada pembelajaran sebelumnya. Suruh siswa untuk melihat kembali pelajaran sebelumnya.

- a. Negara manakah yang ingin kamu kunjungi di antara kedelapan negara tersebut?
 - b. Buatlah tabel yang menunjukkan kurs mata uang Indonesia (Rupiah) dengan mata uang Negara yang ingin kamu kunjungi, sedikitnya 5 penukaran mata uang.
 - c. Jelaskan bagaimana kamu mengkonversi mata uang Jepang ke Inggris Raya.
4. Jika kamu berjalan dengan kecepatan konstan, jarak yang kamu tempuh berbanding lurus terhadap waktu yang dibutuhkan. Misalnya kamu berjalan 6 km dalam waktu 1,5 jam.
 - a. Seberapa jauh kamu berjalan selama 1 jam dan 2 jam?
 - b. Berapa lama waktu yang dibutuhkan untuk menempuh perjalanan 12 km?
 - c. Tunjukkan situasi ini dengan grafik.
 - d. Berpakah konstanta perbandingan dalam situasi ini, dan menunjukkan apa?
 - e. Tentukan variabel dan tulislah persamaan yang berhubungan dengan jarak dan waktu yang ditempuh.

5. Masalah Terbuka

Berikut ini sebaran plot dari titik yang menunjukkan jarak (d) terhadap waktu (t). Variabel d dalam satuan meter dan variabel t dalam satuan detik. Grafik tersebut menjelaskan seseorang berjalan dari detektor gerakan.

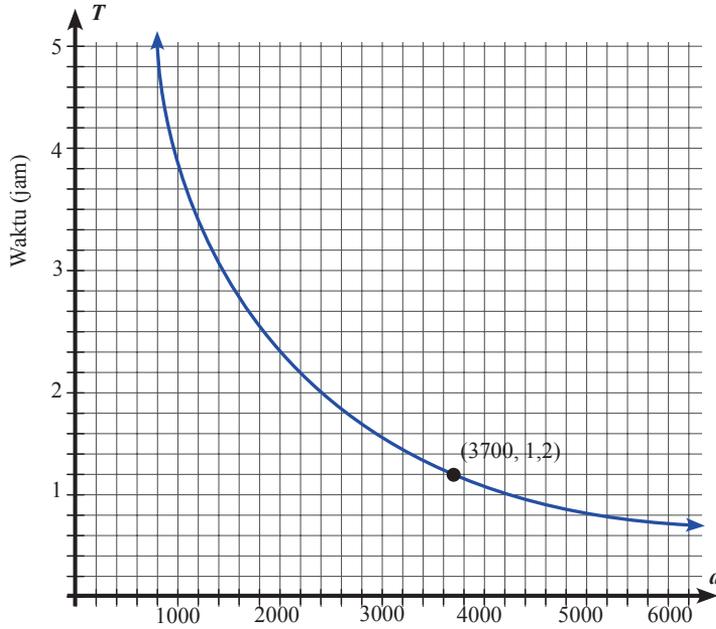
- a. Taksir seberapa cepat orang ini bergerak. Jelaskan bagaimana kamu mengetahuinya.
- b. Buatlah tabel yang taksirannya sama dengan grafik di samping.
- c. Apakah sebaran plot ini menunjukkan perbandingan senilai atau berbalik nilai? Jelaskan.



6. Suhu Lautan

Grafik di bawah menunjukkan suhu air di Samudera Pasifik. Asumsikan suhu dan kedalaman laut berbanding terbalik pada kedalaman yang lebih dari 900 meter.

- Tentukan persamaan yang berhubungan dengan suhu T dan kedalaman laut d .
- Tentukan suhu pada kedalaman 5000 meter.



7. Berjalan



- d. Tentukan persamaan dari perbandingan jarak terhadap waktu berdasarkan grafik di bawah.

Gambar di atas menunjukkan jejak kaki seorang pria yang berjalan. Panjang langkah P adalah jarak antara dua ujung belakang jejak kaki yang berurutan.

Untuk pria, rumus $\frac{n}{P} = 140$ menunjukkan hubungan antara n dan P dimana

n menunjukkan banyak langkah per menit, dan

P menunjukkan panjang langkah dalam satuan meter.

- Jika rumus di atas menunjukkan langkah kaki Heri dan Heri berjalan 70 langkah per menit, berapakah panjang langkah Heri? Tunjukkan bagaimana kalian menentukannya.
- Beni mengetahui bahwa panjang langkah kakinya adalah 0,80 meter. Jika rumus tersebut menunjukkan langkah kaki Beni, hitung kecepatan Beni berjalan dalam meter per menit dan dalam kilometer per jam. Tunjukkan strategi kalian menyelesaikannya.

8. Soal PISA

Mei Ling dari Singapura sedang mempersiapkan untuk kepergiannya ke Afrika Selatan selama 3 bulan dalam pertukaran pelajar. Dia harus menukar uang Dolar Singapura (SGD) miliknya menjadi Rand Afrika Selatan (ZAR).

- Mei Ling mengecek nilai tukar uang asing antara Dolar Singapura dan Rand Afrika Selatan, yakni $1 \text{ SGD} = 4,2 \text{ ZAR}$.

Mei Ling menukar 3000 dolar Singapura menjadi Rand Afrika Selatan sesuai nilai tukar tersebut.

Berapakah uang yang diperoleh Mei Ling dalam Rand Afrika Selatan ?

- Ketia kembali ke Singapura selama 3 bulan, uang Mei Ling bersisa 3.900 ZAR. Dia menukarkannya menjadi Dolar Singapura, perhatikan bahwa nilai tukar kedua mata uang tersebut telah berubah menjadi $1 \text{ SGD} = 4,0 \text{ ZAR}$.

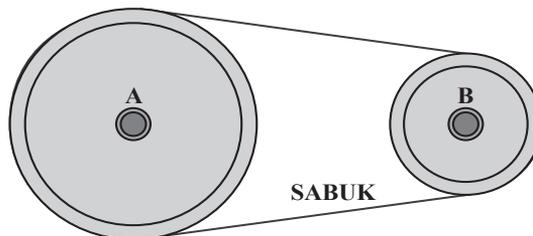
Berapakah uang yang didapatkan Mei Ling setelah ditukarkan menjadi Dolar Singapura?

- Selama 3 bulan nilai tukar mata uang asing telah berubah mulai 4,2 menjadi 4,0 ZAR per SGD.

Apakah hal ini keberuntungan yang didapatkan Mei Ling bahwa nilai tukar sekarang yang sebelumnya 4,0 menjadi 4,2 ZAR, ketika dia menukar ZARnya menjadi SGD? Berikan penjelasan untuk mendukung jawabanmu.

9. Katrol

Hubungan antara ukuran katrol dan kecepatan berputar berbanding terbalik.





Soal Pengayaan

1. Ahmad membeli 7 liter bensin dan ia harus membayar Rp31.500,00. Berapa liter bensin yang didapat seandainya ia membayar Rp58.500,00
2. Sebuah gedung panjangnya 325 m dan lebarnya 175 m akan di gambar di atas kertas berukuran $140 \text{ cm} \times 26 \text{ cm}$. Berapakah skala maksimum yang diperlukan?
3. Setiap anak menghabiskan 3 buah permen dalam 6 menit. berapa banyak waktu yang dibutuhkan 100 anak untuk menghabiskan 100 buah permen?
4. Dua kodi baju harganya Rp3.000.000,00, maka harga 1 lusin baju adalah...
5. Seorang kontraktor dapat menyelesaikan sebuah gedung dalam waktu 4 bulan dengan pekerja yang berjumlah 90 orang. Jika kontraktor itu ingin pekerjaan itu selesai dalam waktu 3 bulan, berapa orang pekerja lagi yang diperlukan?
6. Dalam suatu lomba balap sepeda, seorang peserta dapat mencapai *finis* dengan kecepatan 15 km/jam dalam waktu $7\frac{1}{2}$ jam. Setelah 3 jam berjalan ia istirahat selama 45 menit. Berapa kecepatan rata-rata yang harus ia perlukan agar dapat sampai di *finish* sesuai waktu yang ditentukan?
7. Dalam suatu gerak jalan, seorang peserta berjalan dengan kecepatan 6 km/jam agar ke garis *finish* dalam waktu 5 jam. Setelah 2 jam berjalan, ia berhenti selama 30 menit karena mengalami kejang otot. Agar ia sampai di garis *finish* sesuai rencana semula, berapakah kecepatannya yang diperlukan?
8. Suatu hari Tono memperkirakan persediaan makanan untuk 60 ekor ayam akan habis dalam 12 hari. Bila hari itu ia membeli lagi 20 ekor ayam, berapa lama persediaan makanan tersebut akan habis?

9. Tujuh orang tukang kayu dalam waktu 5 jam menghasilkan 6 papan tulis. Dalam waktu 1 jam papan tulis yang dihasilkan oleh seorang tukang kayu adalah ...

10. Lengkapi tabel berikut

x	-30	-25	-20	-10							
y											

- Lukiskan grafik dari tabel di atas dengan menggunakan skala 1 cm mewakili 5 satuan pada masing-masing koordinat.
 - Tentukan persamaan yang dari tabel tersebut.
11. Upah seorang buruh, w , berbanding lurus terhadap jumlah jam lama dia bekerja, h . Jika Rp820.000,00 yang dia peroleh selama 8 jam, berapakah upah yang dia peroleh jika bekerja selama 30 jam?
12. Untuk mengisi bak air, jika hanya menggunakan pipa K memerlukan waktu 40 menit, pipa L saja 60 menit, dan jika menggunakan pipa K, L, dan M sekaligus memerlukan waktu 18 menit. Berapakah waktu yang diperlukan jika hanya menggunakan pipa M saja?
13. Persediaan 96 kg beras cukup untuk 96 orang selama 16 hari. Berapakah kg beras yang diperlukan untuk 12 orang selama 24 hari?
14. Pada hari Minggu, jumlah uang Tora dan Ani berbanding 3 : 1. Pada hari Senin, tora memberi uang sejumlah Rp50.000,00 kepada Ani. Sekarang perbandingan jumlah uang Tora dan Ani menjadi 1 : 2. Jumlah uang Tora dan uang Ani pada hari Minggu adalah



Pedoman Penilaian

No	Aspek Penilaian	Capaian	Keterangan	
1	Keterselesaian Buku Siswa	B-	Bila Buku Siswa terselesaikan dengan baik	
		<B-	Bila ada bagian dari Buku Siswa yang tidak terselesaikan	
2	Portofolio: a) Uji Kompetensi b) Soal dari tempat lain	A	Bila memilih soal dari Uji Kompetensi dengan kategori Sangat Sulit dan mampu menyelesaikannya dengan baik	
		A-	Bila memilih soal dari Uji Kompetensi dengan kategori Sulit dan mampu menyelesaikannya dengan baik	
		B+	Bila memilih soal dari Uji Kompetensi dengan kategori Sedang dan mampu menyelesaikannya dengan baik	
		B	Bila memilih soal dari Uji Kompetensi dengan kategori Mudah dan mampu menyelesaikannya dengan baik	
		B-	Bila memilih soal dari Uji Kompetensi dengan kategori Sangat Sulit dan kurang mampu menyelesaikannya dengan baik	
		B, B-	Bila memilih soal dari Uji Kompetensi dengan kategori Sulit dan kurang mampu menyelesaikannya dengan baik	
		B+, B, B-	Bila memilih soal dari Uji Kompetensi dengan kategori Sedang dan kurang mampu menyelesaikannya dengan baik	
		A-, B+, B, B-	Bila memilih soal dari Uji Kompetensi dengan kategori Mudah dan kurang mampu menyelesaikannya dengan baik	
		Tugas Proyek	A	Bila Proyek terselesaikan dan mampu mempresentasikan dengan Baik
			A-, B+, B	Bila ada bagian dari Proyek yang tidak terselesaikan atau kurang mampu mempresentasikan
B-	Bila Proyek tidak terselesaikan samasekali			

Keterangan: - Nilai KKM = B-

- Aspek penilaian Nomor 1 adalah syarat nilai yang harus terpenuhi, sedangkan Aspek penilaian Nomor 2 adalah penambahan nilai.



Bab 6

Peluang



Kata Kunci

- Peluang
- Kejadian
- Ruang sampel



Kompetensi Dasar

1. Menemukan peluang empirik dan teoretik dari data luaran (output) yang mungkin diperoleh berdasarkan sekelompok data.
2. Melakukan percobaan untuk menemukan peluang empirik dari masalah nyata serta membandingkannya dengan peluang teoretik.



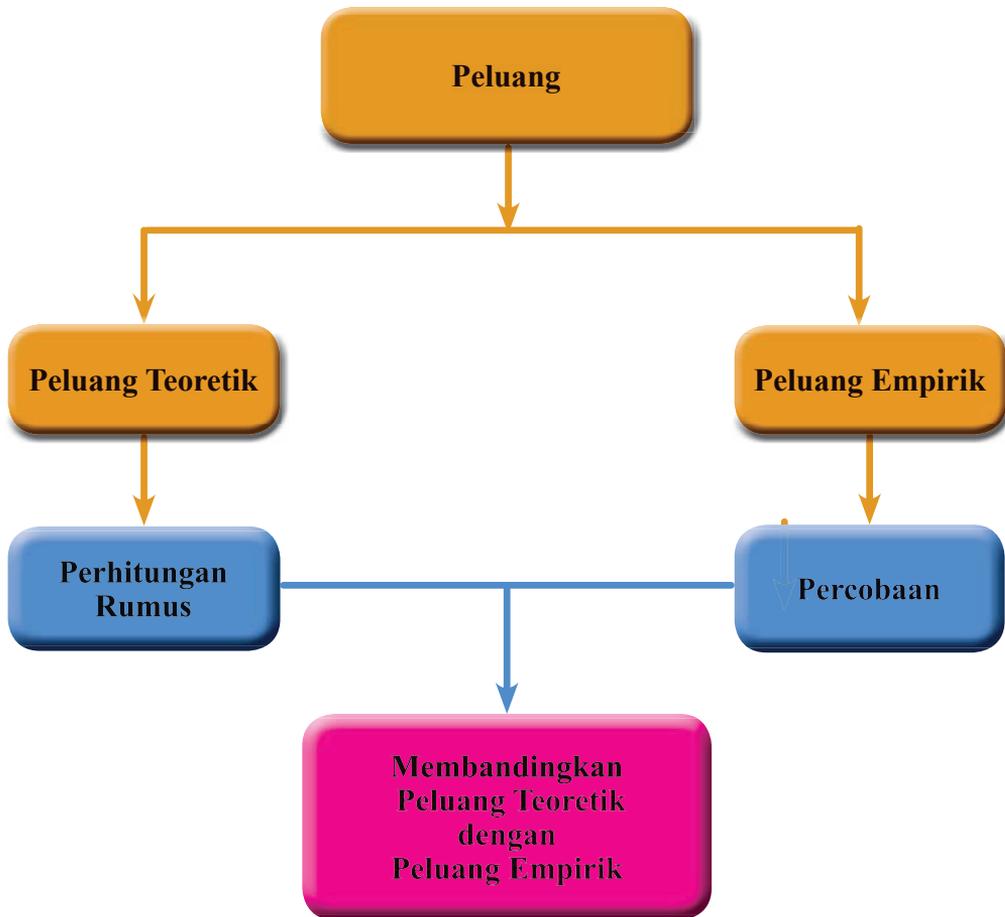
Pengalaman Belajar

1. Memahami peluang teoretik dari data luaran (output) yang mungkin diperoleh dari sekelompok data.
2. Melakukan percobaan untuk mengetahui peluang empirik dari suatu kejadian.
3. Membandingkan peluang empirik suatu percobaan dengan peluang teoretiknya.



Teori peluang awalnya lahir dari masalah peluang memenangkan permainan judi. Dalam perkembangannya teori peluang menjadi cabang dari ilmu matematika yang digunakan secara luas. Teori peluang banyak digunakan dalam dunia bisnis, meteorologi, sains, industri, politik, dan lain-lain.

Perusahaan asuransi jiwa menggunakan peluang untuk menaksir berapa lama seseorang mungkin hidup. Dokter menggunakan peluang untuk memprediksi besar-kecilnya kesuksesan suatu metode pengobatan. Ahli meteorologi menggunakan peluang untuk memperkirakan kondisi cuaca. Dalam dunia politik teori peluang juga digunakan untuk memprediksi hasil-hasil sebelum pemilihan umum. Peluang juga digunakan PLN untuk merencanakan pengembangan sistem pembangkit listrik dalam menghadapi perkembangan beban listrik di masa depan.





Blaise Pascal
(1623-1662 M)

Blaise Pascal lahir pada tanggal 19 Juni 1623 di Perancis. Dia lahir di keluarga kaya raya. Ayahnya adalah penasihat kerajaan yang kemudian diangkat sebagai presiden organisasi the Court of Aids di kota Clermont. Sejak usia empat tahun Pascal telah kehilangan ibunya. Pascal dikenal sebagai seorang anak yang cerdas walaupun ia tidak menempuh pendidikan di sekolah formal. Di usia 12 tahun, ia sudah bisa menciptakan sebuah mesin penghitung untuk membantu pekerjaan ayahnya. Karya-karyanya terus bertambah mulai dari merancang bangunan segienam (*hexagram*), menemukan prinsip kerja barometer, sistem kerja arloji, hingga ikut terlibat dalam pembuatan sistem

transportasi bawah tanah kota Paris.

Blaise Pascal banyak menuliskan karya di bidang matematika, diantaranya adalah teori peluang. Teori peluang awalnya diinspirasi oleh masalah perjudian. Pada tahun 1654, seorang penjudi yang bernama *Chevalier de Mere* menemukan masalah tentang perjudian. Ketika *Chevalier* kalah dalam berjudi dia meminta *Pascal* untuk menganalisis masalah kekalahan perjudiannya. Pascal menemukan bahwa sistem perjudian tidak akan pernah berpihak kepada pemain judi. Artinya peluang seorang pemain judi untuk kalah jauh lebih besar daripada peluang menang. Dia juga mendiskusikan masalah peluang dengan matematikawan terkenal yang lain yaitu *Pierre de Fermat* (1601-1665). Mereka berdiskusi pada tahun 1654 antara bulan Juni dan Oktober melalui 7 buah surat yang ditulis oleh Blaise Pascal dan *Pierre de Fermat* yang membentuk asal kejadian dari teori peluang.

Dari sedikit cerita di atas dapat kita ambil beberapa pelajaran diantaranya :

1. Dimanapun kita dilahirkan, baik dalam keluarga sederhana maupun kaya, harus tetap giat belajar.
2. Di dalam kehidupan masyarakat terkadang kita menemui hal-hal yang dipandang negatif dan bahkan dilarang dalam agama. Sebagai generasi penerus bangsa tidak ada salahnya jika kita mencoba menguak penyebabnya. Dengan mengamati dan mempelajarinya secara mendalam seperti halnya Pascal, akhirnya kita akan tahu mengapa permainan judi adalah tidak baik.



Membelajarkan 6.1

Memahami Peluang Teoretik

Sebelum Pelaksanaan Pembelajaran

Ajak siswa untuk menyimak pengenalan materi peluang yang disajikan dalam buku siswa.

Tujuan dari bacaan tersebut untuk mengenalkan tentang peluang subjektif serta peluang teoretik.

Berikut asumsi untuk peluang teoretik.

1. Titik sampelnya saling bebas (*mutually exclusive*) artinya terjadinya hasil suatu titik sampel tunggal tidak berpengaruh terhadap titik sampel tunggal lainnya.
2. Asas keadilan (*equally likely*) artinya setiap titik sampel mempunyai peluang yang sama untuk terjadi. Misal pada suatu koin, setiap sisi mempunyai peluang sama untuk terjadi yaitu $\frac{1}{2}$, sedangkan pada dadu masing-masing sisinya mempunyai peluang sama yaitu $\frac{1}{6}$.
3. Eksperimen acak (*random experiment*) artinya eksperimen dilakukan untuk mendapatkan hasil yang bukan tertentu. Misal dalam pengetosan koin, tidak boleh disengaja untuk mendapat hasil Angka, dengan kata lain peluang hasil A dan G sama.



Memahami Peluang Teoretik

Memahami Peluang Teoretik



Kegiatan 6.1



Masalah 6.1

Dalam kegiatan sehari-hari kita sering mendengar istilah peluang. Antara lain dalam bidang sepak bola dan dalam pemilihan calon ketua OSIS. Cermati uraian berikut.

Pertandingan Sepak Bola

» Pada suatu pertandingan sepak bola antara Timnas Indonesia U-19 melawan Malaysia U-19 terjadi saling serang antar kedua tim. Meskipun begitu, hingga menit 90 belum ada satu pun gol tercipta, sehingga skor masih 0 - 0. Timnas Indonesia berpeluang memenangkan pertandingan ketika mendapatkan hadiah tendangan penalti pada saat menit perpanjangan. Tendangan tersebut diambil oleh Ilham, yang merasa siap untuk menendang penalti tersebut. Namun ternyata tendangan Ilham tidak membuahkan *goal*. Akhirnya skor akhir masih imbang tanpa gol antara Indonesia dan Malaysia. Setelah pertandingan tersebut banyak pendukung timnas Indonesia antar lain Made dan Boaz. Berikut percakapan antara Made dengan Boaz yang kecewa dengan hasil akhir tersebut.

 Made : Saya yakin kalau Evan Dimas yang menendang tendangan penalti tersebut pasti *goal*. Bagaimana menurutmu Boaz?

 Boaz : Iya, saya yakin peluang terjadinya *goal* besar kalau Evan Dimas yang menendang. Saya yakin 100% *goal*.

 Made : Wah, bukan 100% aja Boaz, menurut saya malah 200% *goal* karena tendangannya hebat, dan Indonesia menang.

Pemilihan Calon Ketua Osis

» Suatu ketika, diadakan pemilihan perwakilan dari kelas 8A Sekolah Semangat 45 untuk menjadi calon ketua OSIS. Dari kelas 8A ada dua orang yang mencalonkan diri, yaitu Ernia dan Riko. Ada diskusi dalam kelas tersebut yang mempertimbangkan kelebihan dan kekurangan mereka berdua yang akan diajukan untuk menjadi calon ketua OSIS.

 Udin : Lebih baik Riko saja yang kita ajukan untuk menjadi calon ketua OSIS. Dia mempunyai banyak teman. Pasti peluang terpilih menjadi ketua OSIS lebih besar daripada Ernia.

 Keke : Tidak. Aku tidak sepakat. Ernia yang berpeluang lebih besar. Dia itu baik, rajin, dan didukung banyak guru.

Dari dialog **Pertandingan Sepak Bola** dan **Pemilihan Calon Ketua Osis** tersebut, kita menemukan empat kata yang mengandung kata "peluang". Dalam kedua dialog di atas, kata "peluang" digunakan untuk memperkirakan suatu kejadian akan terjadi atau tidak terjadi. Dari kedua dialog tersebut, meski apa yang dibicarakan antara Made dengan Boaz, serta Udin dengan Keke adalah hal yang sama. Namun mereka punya pendapat berbeda tentang peluang. Made dan

156
Kelas VIII SMP/MTs
Semester 2



**Ayo
Kita Amati**

Minta siswa untuk memahami pengertian dan rumus peluang teoretik, kemudian mengamati Tabel 6.1 tentang contoh peluang teoretik dari eksperimen koin dan eksperimen dadu.

Boaz saling mendukung, namun nilai peluangnya berbeda. Sedangkan Udin dengan Keke saling berlawanan dalam membicarakan peluang terpilihnya Riko dan Ernia untuk menjadi ketua OSIS. Tidak ada kesepakatan dalam menentukan nilai peluang dalam dialog di atas. Hal tersebut karena mereka tidak mempunyai acuan yang sama dalam menentukan nilai peluang. Nilai peluang yang diungkapkan dalam dialog tersebut adalah nilai **peluang subjektif** (*subjective probability*). Oleh karena itu, tiap orang mungkin sama, mungkin juga beda.

Pada Bab ini kita juga akan membahas tentang “peluang”. Dalam hal istilah, memang sama-sama peluang, namun peluang yang dimaksud berbeda makna dengan dialog tersebut. Dalam bahasan ini, kalian akan mempelajari tentang **peluang teoretik** (*theoretical probability*) suatu eksperimen. Peluang teoretik dikenal juga dengan istilah **peluang klasik** (*classical probability*), dalam beberapa bahasan juga disebut peluang saja. Jika terdapat suatu soal yang hanya menyebutkan “peluang”, maka peluang yang dimaksud tersebut adalah peluang teoretik. Peluang teoretik adalah rasio dari hasil yang dimaksud dengan semua hasil yang mungkin pada suatu eksperimen tunggal. Dalam suatu eksperimen, himpunan semua hasil (*outcome*) yang mungkin disebut **ruang sampel** (biasanya disimbolkan dengan S). Sedangkan setiap hasil (*outcome*) tunggal yang mungkin pada ruang sampel disebut **titik sampel**. **Kejadian** adalah bagian dari ruang sampel S . Suatu kejadian A dapat terjadi jika memuat titik sampel pada ruang sampel S . Misalkan $n(A)$ menyatakan banyak titik sampel kejadian A , dan $n(S)$ adalah semua titik sampel pada ruang sampel S . Peluang teoretik kejadian A , yaitu $P(A)$ dirumuskan,

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)}$$

Untuk memahami peluang teoretik suatu kejadian silakan amati Tabel 6.1.



Tabel 6.1 Peluang teoretik kejadian A dari suatu eksperimen

Eksperimen	Ruang sampel S	$n(S)$	Kejadian A	Titik sampel kejadian A	Banyak titik sampel $n(A)$	Peluang teoretik $P(A)$
Pengetosan satu koin	$\{A, G\}$	2	Hasil sisi Angka	$\{A\}$	1	$\frac{1}{2}$
	$\{A, G\}$	2	Hasil sisi Gambar	$\{G\}$	1	$\frac{1}{2}$
Pelantunan satu dadu	$\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$	6	Hasil mata dadu “3”	$\{3\}$	1	$\frac{1}{6}$
	$\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$	6	Hasil mata dadu “7” (dadu)	$\{\}$ kosong	0	$\frac{0}{6}$ atau 0
	$\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$	6	Hasil mata dadu genap (dadu)	$\{2, 4, 6\}$	3	$\frac{3}{6}$ atau $\frac{1}{2}$
	$\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$	6	Hasil mata dadu prima (dadu)	$\{2, 3, 5\}$	3	$\frac{3}{6}$ atau $\frac{1}{2}$



Ayo Kita Menanya

Minta siswa menulis pertanyaan berdasarkan cerita pembukaan dan kegiatan pengamatan Tabel 6.1.

Contoh pertanyaan:

1. Apakah hubungan antara peluang teoretik dengan peluang empirik?
2. Bagaimana peluang teoretik untuk kejadian selain satu koin atau satu dadu?



Meng gali Informasi

Ajak siswa untuk menggali informasi yang diarahkan pada buku siswa tentang menentukan ruang sampel suatu eksperimen.

Ajak siswa untuk memahami cara menentukan ruang sampel dari satu koin dan dua koin dengan cara diagram pohon dan tabel. Sedian koin sebenarnya untuk diperagakan di depan kelas.

Pada Tabel 6.1, kejadian yang hanya memuat satu hasil (titik sampel) disebut kejadian dasar. Sedangkan kejadian yang tidak memuat titik sampel disebut kejadian mustahil, peluangnya sama dengan nol atau dengan kata lain tidak mungkin terjadi.



Ayo Kita Menanya

Dari pemaparan teori tentang peluang teoretik dan pengamatan pada contoh peluang kejadian tersebut, mungkin ada hal yang perlu kalian pertanyakan. Buatlah pertanyaan yang memuat kata “peluang teoretik dan peluang empirik”



Ayo Kita Meng gali Informasi

Ruang sampel.

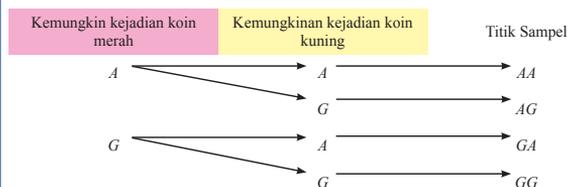
Peluang teoretik suatu kejadian ditentukan oleh banyaknya titik sampel kejadian yang dimaksud dan ruang sampel suatu eksperimen. Oleh karena itu, sebelum kalian menentukan peluang teoretik suatu percobaan, terlebih dahulu penting untuk kalian ketahui cara untuk menentukan ruang sampel suatu eksperimen.

Berikut ini disajikan beberapa ruang sampel percobaan pengetosan koin uang logam yang mempunyai dua sisi, itu *A* (Angka) dan *G* (Gambar).

1. Jika kita mengetos satu koin sebanyak satu kali, kemungkinan hasilnya adalah angka atau gambar ditulis $\{A, G\}$.
2. Jika kita mengetos dua koin (koin merah dan kuning) sebanyak satu kali, maka ada empat kemungkinan hasil: $\{AA, AG, GA, GG\}$.

Diagram pohon berikut menghubungkan kemungkinan hasil pada koin merah dengan koin kuning.

Cara 1 : Diagram pohon



Cara 2 : Tabel

		Kemungkinan kejadian koin Kuning	
		<i>A</i>	<i>G</i>
Kemungkinan kejadian koin merah	<i>A</i>	<i>AA</i>	<i>AG</i>
	<i>G</i>	<i>GA</i>	<i>GG</i>



Angka

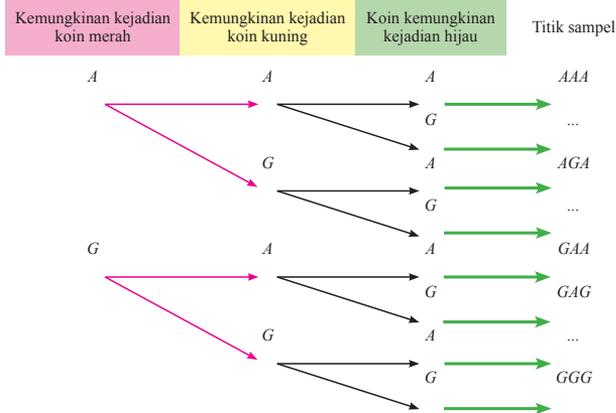


Gambar

- ♦ Titik sampel AA bermakna bahwa kedua koin menghasilkan kejadian sisi Angka.
- ♦ Titik sampel AG bermakna bahwa koin merah menghasilkan kejadian sisi Angka, sedangkan koin kuning menghasilkan kejadian sisi Gambar.
- ♦ Titik sampel GA bermakna bahwa koin merah menghasilkan kejadian sisi Gambar, sedangkan koin kuning menghasilkan kejadian sisi Angka.
- ♦ Titik sampel GG bermakna bahwa kedua koin menghasilkan kejadian sisi Angka.

3. Jika kita melantunkan tiga koin (warna merah, kuning, dan hijau) satu kali, maka ruang sampelnya adalah: $\{AAA, AAG, AGA, AGG, GAA, GAG, GGA, GGG\}$.

Cara 1: Diagram pohon



Cara 2: Tabel

Lengkapi sel yang kosong.

		Kejadian yang mungkin pada koin merah dan kuning (ruang sampel dua koin)			
		AA	AG	GA	GG
Kejadian yang mungkin pada koin hijau	A	AAA	AAG		
	G			GGA	GGG

- ♦ Titik sampel AAA bermakna bahwa ketiga koin menghasilkan kejadian sisi angka.
 - ♦ Titik sampel AGA bermakna bahwa koin merah menghasilkan kejadian sisi angka, koin kuning menghasilkan kejadian sisi gambar, sedangkan koin hijau menghasilkan kejadian sisi angka.
- Jelaskan makna titik sampel yang lain.

Ajak siswa untuk memahami makna titik sampel dari pelemparan dua koin.

Ajak siswa untuk memahami cara menentukan ruang sampel dari tiga koin dengan cara diagram pohon dan cara tabel. Ajak Minta siswa melengkapi bagian pada diagram pohon dan tabel yang masih belum lengkap. Minta siswa untuk menyebutkan makna titik sampel tertentu pada ruang sampel tiga koin.



Ayo Kita Menalar

Minta siswa untuk menjawab pertanyaan-pertanyaan pada kegiatan *Ayo Kita Menalar* pada buku siswa halaman 160



Ayo Kita Berbagi

Berikan kesempatan kepada kelompok yang ingin mempresentasikan hasil jawaban pada kegiatan menalar. Presentasi dilakukan di depan kelas dengan guru sebagai moderator.

Untuk menentukan banyak titik sampel (ruang sampel) eksperimen bisa menggunakan Prinsip Dasar Perhitungan (*fundamental counting principle*). Misal eksperimen tiga koin uang logam. Pada setiap eksperimen pengetosan uang logam, banyak hasil yang mungkin hanya dua, yaitu angka atau gambar, maka banyaknya ruang sampel dapat dihitung sebagai berikut.

Banyak hasil yang mungkin pada objek pertama	×	Banyaknya hasil yang mungkin pada objek kedua	×	Banyaknya hasil yang mungkin pada objek ketiga	=	Total titik sampel (ruang sampel)
2	×	2	×	2	=	8

Ayo Kita Menalar

- Menentukan ruang sampel beberapa eksperimen

Tahukah kalian, selain eksperimen satu koin, dua koin, dan tiga koin uang logam masih banyak eksperimen lain. Misal eksperimen: satu dadu; dua dadu; satu koin dan satu dadu; serta dua koin dan satu dadu. Melalui informasi yang telah kalian dapatkan, temukan ruang sampel masing-masing eksperimen tersebut. Gunakan cara yang menurut kalian efektif untuk menentukan semua titik sampel. Jelaskan.

- Mungkinkah banyaknya titik sampel pada suatu kejadian bisa lebih dari ruang sampelnya? Jelaskan.
- Adakah kejadian yang memiliki peluang sama dengan 1? Jika ada, jelaskan dalam kejadian yang bagaimana.
- Berapakah banyak titik sampel suatu kejadian yang tidak mungkin terjadi?
- Dapatkah kalian menyimpulkan, antara berapa sampai berapa peluang suatu kejadian?



Ayo Kita Berbagi

Buatlah sajian yang menarik dari kegiatan menalar, kemudian presentasikan di depan kelas.

Tugas Projek 6.1

- Tuliskan langkah-langkah kalian dalam menentukan peluang kejadian dalam suatu eksperimen.
- Terapkan langkah-langkah yang kalian buat dalam suatu soal dengan ruang sampel yang cukup besar, misal eksperimen tiga dadu dengan warna berbeda.

- Satu dadu = {1, 2, 3, 4, 5, 6}
Dua dadu (berbeda warna)

	1	2	3	4	5	6
1	1,1	1,2	1,3	1,4	1,5	1,6
2	2,1	2,2	2,3	2,4	2,5	2,6
3	3,1	3,2	3,3	3,4	3,5	3,6
4	4,1	4,2	4,3	4,4	4,5	4,6
5	5,1	5,2	5,3	5,4	5,5	5,6
6	6,1	6,2	6,3	6,4	6,5	6,6

Dua koin (berbeda warna) satu dadu

	1	2	3	4	5	6
AA	AA1	AA2	AA3	AA4	AA5	AA6
AG	AG1	AG2	AG3	AG4	AG5	AG6
GA	GA1	GA2	GA3	GA4	GA5	GA6
GG	GG1	GG2	GG3	GG4	GG5	GG6

- Tidak mungkin, karena Kejadian adalah subset atau bagian dari ruang sampel
- Ada. Ketika kejadiannya memuat semua titik sampel pada ruang sampel.
- 0
- $0 \leq$ Peluang suatu kejadian ≤ 1

Setelah Pelaksanaan Pembelajaran

1. Ajak siswa melakukan refleksi terhadap kegiatan pembelajaran.
2. Ajak siswa untuk memberikan usulan perbaikan pembelajaran.
3. Berikan soal latihan untuk dikerjakan di rumah



Latihan 6.1

1. Sebuah dadu digelindingkan sekali. Berapa peluang kejadian:
 - a. Mata dadu kelipatan tiga.
 - b. Mata dadu bukan kelipatan tiga.
2. Dadu merah dan putih digelindingkan sekali. Berapakah peluang kejadian:
 - a. Mata dadu kembar.
 - b. Jumlah mata dadu 7.
 - c. Jumlah mata dadu kurang dari 7.
3. Dalam suatu ruangan ada suatu komputer yang bisa digunakan oleh Yessi, Ratna, dan Rohim selama 3 jam. Mereka berencana untuk mengundi giliran agar setiap anak bisa menggunakan komputer tersebut masing-masing 1 jam, dengan sebuah dadu. Menurutmu apakah alat yang digunakan untuk mengundi tersebut cocok? Jika tidak, Jelaskan alasanmu. Jika iya, jelaskan caranya.
4. Suatu ketika Saiful dan adiknya yang bernama Antina berebut remote TV. Mereka mempunyai pilihan siaran berbeda di saat yang sama. Saiful mempunyai ide untuk mengundi dengan menggunakan dadu. Jika yang muncul adalah mata dadu 1 maka yang berhak main adalah Antina, jika selain itu maka yang berhak main adalah Saiful. Sedangkan Antina mengusulkan untuk menggunakan dua koin uang logam. Jika yang muncul adalah mata dadu kembar maka yang berhak main adalah Saiful, jika selain itu yang berhak main adalah Antina. Berikan pendapatmu, cara manakah yang menurutmu adil? Jelaskan.
5. Suatu restoran, sebut saja namanya Restoran “Bang Torik” menyediakan menu masakan sebagai berikut.



MENU MASAKAN RESTORAN BANG TORIK

Ikan	Cara masak	Item pelengkap
Tuna	Dipanggang	Sayuran segar
Patin	Digoreng	Kentang panggang
Salmon	Diasap	Kentang tumbuk
Hiu kecil		

Tentukan banyak menu yang bisa dibuat oleh Restoran “Bang Torik” tersebut? Daftarkan semua menunya.



Membelajarkan 6.2

Membandingkan Peluang Empirik dan Teoretik

Sebelum Pelaksanaan Pembelajaran

Sebelum Kegiatan 6.2, perkirakan banyaknya kelompok yang akan dibuat. Banyak anggota kelompok kurang lebih 4-5 siswa (Guru bisa menentukan sendiri sesuai kondisi siswa di kelas). Kemudian, siapkan alat dan bahan yang akan digunakan dalam kegiatan pembelajaran memperkenalkan Peluang empirik.

Alat dan bahannya sebagai berikut:

- a. 1 koin \times banyak kelompok yang akan dibentuk.
- b. 1 dadu \times banyak kelompok yang akan dibentuk. (gunakan dadu yang ditempeli dengan bilangan 1 sampai 6)
- c. 3 kelereng dengan warna kuning, putih, hitam \times banyak kelompok yang akan dibentuk. (Jika tidak ada kelereng bisa diganti dengan benda lain yang seukuran dengan kelereng, kemudia diwarnai sesuai dengan warna kuning, hitang, dan putih).

Catatan :

Agar hasil yang didapat dalam kegiatan percobaan menentukan peluang empirik menghasilkan nilai yang diharapkan (mendekati peluang teoretik), sebaiknya guru lebih dahulu menguji kehomogenan koin, dadu, kelereng, atau benda lain yang akan digunakan dalam percobaan.

 **Memahami
Peluang Empirik**

 **Kegiatan 6.2**

*Membandingkan
Peluang Empirik dan Teoretik*

Setelah kalian melakukan kegiatan 6.1 dan memahami peluang teoretik, pada kegiatan ini kalian akan melakukan kegiatan yang bertujuan untuk memahami peluang empirik suatu percobaan. Setelah kalian melakukan percobaan nanti, harapannya kalian mampu untuk menyimpulkan atau membuat suatu pernyataan tentang hubungan antara peluang empirik dengan peluang teoretik. Untuk memulai, mari mengamati percobaan yang dilakukan oleh Ameliya, Budi, Citra, Dana, Erik, dan Fitri berikut ini.

 **Masalah 6.2**

Suatu ketika Ameliya, Budi, Citra, Dana, Erik, dan Fitri mendapat tugas kelompok dari gurunya untuk menemukan peluang empirik suatu percobaan. Mereka melakukan percobaan dengan menggelindingkan satu dadu sebanyak 120 kali. Mereka membagi tugas untuk mencatat kemunculan dadu hasil penggelindingan.



- Ameliya bertugas mencatat setiap mata dadu "1" yang muncul.
- Budi bertugas mencatat setiap mata dadu "2" yang muncul.
- Citra bertugas mencatat setiap mata dadu "3" yang muncul.
- Dana bertugas mencatat setiap mata dadu "4" yang muncul.
- Erik bertugas mencatat setiap mata dadu "5" yang muncul.
- Fitri bertugas mencatat setiap mata dadu "6" yang muncul.

Setelah menggelindingkan sebanyak 120 kali, mereka merekap catatan mereka dalam suatu tabel. Berikut Tabel 6.2 yang menyajikan hasil percobaan mereka.

 **Ayo
Kita Amati**

Tabel 6.2 Peluang empirik percobaan penggelindingan satu dadu

Yang melakukan percobaan	Mata dadu yang diamati	(A) Banyak kali muncul mata dadu yang diamati (kali)	(B) Banyak percobaan (kali)	Rasio (A) terhadap (B)
Ameliya	1	19	120	$\frac{19}{120}$
Budi	2	20	120	$\frac{20}{120}$
Citra	3	21	120	$\frac{21}{120}$

 **Ayo
Kita Amati**

Minta siswa untuk memahami percobaan pada kegiatan pengamatan serta mengamati Tabel 6.2 pada buku siswa. Tujuan pengamatan adalah siswa mengetahui teori dan contoh peluang empirik.

Jika kita amati Gambar 6.2 nilai peluang empirik mendekati pada suatu garis konstan yang nilainya yaitu $\frac{20}{120}$ atau $\frac{1}{6}$.

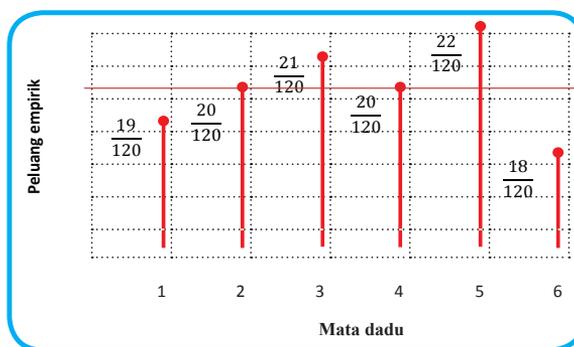
Yang melakukan percobaan	Mata dadu yang diamati	(A) Banyak kali muncul mata dadu yang diamati (kali)	(B) Banyak percobaan (kali)	Rasio (A) terhadap (B)
Dana	4	20	120	$\frac{20}{120}$
Erik	5	22	120	$\frac{22}{120}$
Fitri	6	18	120	$\frac{18}{120}$
Total		120		1

Pada kolom ke-lima Tabel 6.2, nilai Rasio (A) terhadap (B) disebut dengan **frekuensi relatif** atau **peluang empirik**. Secara umum, jika $n(A)$ merepresentasikan banyak kali muncul kejadian A dalam M kali percobaan,

$$f_A = \frac{n(A)}{M}$$

Merepresentasikan peluang empirik terjadinya kejadian A pada M percobaan.

Dari data Tabel 6.2 kita dapat membuat diagram yang menyajikan peluang empirik kejadian A sebagai berikut.



Gambar 6.1 Peluang empirik percobaan penggelindingan dadu sebanyak 120 kali

Jika kita amati Gambar 6.1 nilai peluang empirik mendekati pada suatu garis konstan yang nilainya yaitu ...

Ajak siswa untuk memahami rumus peluang empirik atau frekuensi relatif.

Ajak siswa untuk memahami Gambar 6.1 tentang grafik peluang empirik percobaan penggelindingan dadu. Peluang empirik tersebut mendekati suatu nilai yaitu $\frac{20}{120}$ atau $\frac{1}{6}$.

Ayo Kita Menanya

Berdasarkan hasil pengamatan kalian pada kegiatan **Ayo Kita Amati**, coba tuliskan pertanyaan tentang hal yang ingin kalian ketahui jawabannya. Pertanyaan kalian sebaiknya memuat kata “peluang empirik”.

Menggali Informasi

Setelah kalian mengamati pengertian dari peluang empirik pada kegiatan **Ayo Kita Amati**, perkirakan peluang empirik dari percobaan berikut.

1. Munculnya sisi angka pada percobaan melantunkan satu koin sebanyak 50 kali.
2. Munculnya mata dadu 5 pada percobaan melantunkan 1 dadu sebanyak 120 kali?
3. Terambilnya kelereng kuning pada percobaan mengambil 1 kelereng dari 3 kelereng (warna kuning, putih, hitam) pada suatu kantong sebanyak 90 kali?

Ayo Kita Selidiki

Untuk menguji kebenaran perkiraanmu tersebut, mari melakukan percobaan.

1. Bentuk kelompok terdiri 4 siswa atau sesuai instruksi guru.
 2. Persiapkan perlengkapan untuk percobaan
 - a. Satu koin uang logam
 - b. Satu dadu dengan enam sisi. Tiap sisi tuliskan bilangan 1 hingga 6.
 - c. Tiga kelereng dengan ukuran sama dan kantong berwarna gelap untuk wadah kelereng. Tiap kelereng berwarna kuning, putih, hitam.
 3. Lakukan percobaan
 - a. Pengetosan koin sebanyak 50 kali.
 - b. Penggelindingan dadu sebanyak 120 kali.
 - c. Pengambilan satu kelereng sebanyak 90 kali
- Keterangan:**
- Percobaan dilakukan di tempat datar dan keras. Percobaan dilakukan dengan wajar (tidak dibuat-buat untuk muncul suatu sisi atau tertentu)
 - Kantong tertutup dengan rapi, sehingga pengambil tidak bisa melihat langsung kelereng yang ada di dalam kantong.
4. Catatlah kemunculan pada setiap kali percobaan.
 5. Tuliskan catatanmu pada Tabel berikut.

Ayo Kita Menanya

Minta siswa untuk menuliskan pertanyaan berdasarkan kegiatan mengamati.

Alternatif pertanyaan:

1. Apakah peluang empirik itu?
2. Apa beda antara peluang empirik dengan peluang teoretik?
3. Apa hubungan antara peluang empirik dengan peluang teoretik?

Menggali Informasi

Suruh siswa memberikan dugaannya, dengan menjawab pertanyaan pada buku siswa.

Alternatif jawaban (dugaan yang diharapkan):

1. 25 kali
2. 20 kali
3. 30 kali

Ajak siswa menyelidiki dugaannya dengan melakukan percobaan sesuai panduan yang terdapat pada buku siswa. Tujuan penyelidikan adalah untuk melatih siswa menentukan peluang empirik suatu percobaan.

Jika hasil yang didapat belum terlihat mendekati dengan nilai peluang, ajak siswa untuk melakukan percobaan lebih banyak (dua atau tiga kali dari percobaan awal). Tujuannya agar siswa lebih mudah untuk menentukan hubungan antara peluang teoretik dengan peluang empirik. Jika memang setelah pengulangan masih belum nampak hubungannya, guru mengajak siswa untuk mendiskusikan hasil percobaan tersebut.

Tabel 6.3. Percobaan pengetosan koin 50 kali

	sisi Angka	sisi Gambar
Banyaknya kali muncul (kali)		
Peluang empirik		

Tabel 6.4 Percobaan penggelindingan dadu 120 kali

	1	2	3	4	5	6
Banyaknya muncul (kali)						
Peluang empirik						

Tabel 6.5 Percobaan pengambilan kelereng 90 kali

	Kelereng kuning	Kelereng putih	Kelereng hitam
Banyaknya terambil (kali)			
Peluang empirik			

Dari percobaanmu tersebut, bandingkan peluang empirik data hasil percobaan dengan dugaanmu pada kegiatan **menduga**. Bagaimanakah hubungan antara dugaan kalian dengan percobaan yang kalian lakukan.

	Dugaan	Hasil percobaan	Hubungan
Peluang empirik muncul sisi Angka			
Peluang empirik muncul mata dadu 5			
Peluang empirik terambil kelereng kuning.			

Diskusikan dengan anggota kelompok kalian. Buatlah suatu kesimpulan sementara tentang hubungan secara umum antara peluang empirik hasil percobaan dengan dugaan kalian.

Kalian boleh melakukan percobaan dengan lebih banyak dari yang ditentukan dalam buku ini. Misal dua atau tiga kali lipat dari banyak kali percobaan semula.



1. Bagaimanakah menentukan hubungan peluang empirik dengan peluang teoretik. Pada kegiatan 1 kalian telah mempelajari tentang peluang teoretik kejadian tertentu dalam suatu eksperimen. Untuk mengingat kembali pemahaman kalian tentang peluang teoretik, tentukan peluang teoretik dari kejadian berikut:
- Hasil sisi Angka pada eksperimen satu koin.
 - Hasil mata dadu 5 pada eksperimen satu dadu.
 - Hasil kelereng kuning pada eksperimen pengambilan tiga kelereng dengan warna berbeda (kuning, hitam, putih).
- Sekarang, coba bandingkan perhitungan peluang teoretik dengan peluang empirik hasil percobaan kalian.

	Peluang Empirik	Peluang Teoretik	Hubungan
Sisi angka (koin)			
Mata dadu 5			
Kelereng kuning			

- Menurut kalian, apakah hasil percobaan peluang empirik mendekati peluang teoretik?
- Apakah ketika kalian menambah banyak percobaan, banyaknya kemunculan hasil yang kalian amati juga bertambah?
- Jika percobaan tersebut kalian lakukan terus menerus hingga banyak kali percobaan, bagaimanakah peluang empirik? Semakin mendekati sama atau berbeda dengan peluang teoretiknya? Jelaskan jawabanmu.



Pada kegiatan 6.1 pada Bab ini, kalian telah mengenal peluang teoretik. Kemudian pada kegiatan 6.2, kalian telah mengenal peluang empirik beberapa kejadian sederhana. Lalu, adakah hubungan antara peluang empirik dengan peluang teoretik? Jelaskan alasanmu di depan kelas. Sampaikan tabel hasil pengisian kalian tersebut di depan kelas.

Bandingkan dengan hasil percobaan kelompok lain.



Setelah siswa menyelidiki peluang empirik, Minta siswa menjawab pertanyaan pada kegiatan Ayo Kita Menalar untuk mengetahui kemampuan menalar siswa.



Alternatif Jawaban

Alternatif jawaban:

1. a. $\frac{1}{2}$

b. $\frac{1}{6}$

c. $\frac{1}{3}$

Kolom hubungan yang disediakan pada kegiatan menalar, diharapkan untuk menghasilkan kesimpulan “nilai peluang empirik ketiga percobaan mendekati nilai peluang teoretiknya masing-masing”.

Untuk percobaan yang mendapatkan hasil yang diluar harapan, guru bisa mengevaluasi pada akhir pembelajaran.

2. Iya (ketika percobaan benar)
3. Iya (ketika percobaan benar)
4. Semakin sama. Semakin banyak percobaan yang dilakukan maka kejadian yang diamati semakin mendekati peluang teoretiknya. (minta siswa untuk menunjukkan hasil perhitungannya. Agar mudah terlihat kedekatan nilainya, sebaiknya siswa menampilkan nilai peluang empirik dan teoretiknya dalam bentuk bilangan desimal).



Ayo Kita Menalar

1. Bagaimanakah menentukan hubungan peluang empirik dengan peluang teoretik. Pada kegiatan 1 kalian telah mempelajari tentang peluang teoretik kejadian tertentu dalam suatu eksperimen. Untuk mengingat kembali pemahaman kalian tentang peluang teoretik, tentukan peluang teoretik dari kejadian berikut:
 - a. Hasil sisi Angka pada eksperimen satu koin.
 - b. Hasil mata dadu 5 pada eksperimen satu dadu.
 - c. Hasil kelereng kuning pada eksperimen pengambilan tiga kelereng dengan warna berbeda (kuning, hitam, putih).
 Sekarang, coba bandingkan perhitungan peluang teoretik dengan peluang empirik hasil percobaan kalian.

	Peluang Empirik	Peluang Teoretik	Hubungan
Sisi angka (koin)			
Mata dadu 5			
Kelereng kuning			

2. Menurut kalian, apakah hasil percobaan peluang empirik mendekati peluang teoretik?
3. Apakah ketika kalian menambah banyak percobaan, banyaknya kemunculan hasil yang kalian amati juga bertambah?
4. Jika percobaan tersebut kalian lakukan terus menerus hingga banyak kali percobaan, bagaimanakah peluang empirik? Semakin mendekati sama atau berbeda dengan peluang teoretiknya? Jelaskan jawabanmu.



Ayo Kita Berbagi

Pada kegiatan 6.1 pada Bab ini, kalian telah mengenal peluang teoretik. Kemudian pada kegiatan 6.2, kalian telah mengenal peluang empirik beberapa kejadian sederhana. Lalu, adakah hubungan antara peluang empirik dengan peluang teoretik? Jelaskan alasanmu di depan kelas. Sampaikan tabel hasil pengisian kalian tersebut di depan kelas.

Bandingkan dengan hasil percobaan kelompok lain.

166

Kelas VIII SMP/MTs

Semester 2



Ayo Kita Berbagi

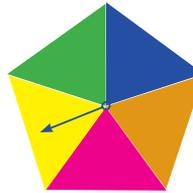
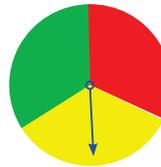
Minta siswa untuk mempresentasikan hasil dari kegiatan penyelidikan dan menjawab pertanyaan menalar. Jika memungkinkan, suruh siswa membuat diagram peluang empiriknya.

Agar ada pembandingan, sebaiknya kelompok yang mempresentasikan lebih dari satu kelompok sebagai pembandingan.



Latihan 6.2

1. Pada percobaan penggelindingan dadu sebanyak 100 kali, mata dadu “3” muncul sebanyak 30 kali. Berapakah peluang empiriknya?
2. Berapakah perkiraanmu akan muncul mata dadu “3”, saat dilakukan percobaan penggelindingan sebuah dadu sebanyak 100 kali?
3. Pada percobaan pengetosan dua koin uang logam sebanyak 100 kali, muncul pasangan mata koin sama sebanyak 45 kali. Berapakah peluang empirik muncul selain itu?
4. Suatu percobaan menggunakan spin yang terbagi tiga sama berdasarkan juringnya. Masing-masing juring berwarna merah, kuning, dan hijau. Percobaan dilakukan sebanyak 35 kali, dan bagian yang berwarna kuning tertunjuk oleh jarum sebanyak sebanyak 10 kali. Tentukan peluang empirik panah menunjuk ke bagian yang berwarna merah.
5. Suatu percobaan menggunakan spiner seperti gambar di samping. Percobaan dilakukan sebanyak 200 kali memutar. Jarum spiner menunjuk ke warna hijau, biru, orange, dan merah muda secara berturut-turut sebanyak 35, 43, 40, dan 39. Tentukan peluang empirik jarum spiner menunjuk ke warna kuning.
6. Pada percobaan pengambilan kelereng sebanyak n kali dari dalam kantong yang berisi 3 kelereng yang berwarna merah, kuning, dan hijau. Peluang empirik terambil kelereng merah adalah $\frac{19}{60}$, sedangkan kelereng hijau $\frac{11}{30}$. Tentukan :
 - a. Tentukan nilai n terkecil yang mungkin
 - b. Tentukan peluang empirik terambil kelereng hijau (berdasarkan n yang kalian tentukan)



Tugas Projek 6.2

Carilah kegiatan di sekitar kalian yang berkaitan dengan peluang. Jika kegiatan tersebut berkaitan dengan suatu permainan, carilah aturan mainnya. Buatlah perhitungan tentang peluang yang menurut kalian bermanfaat untuk masyarakat.

Minta siswa untuk mengerjakan Tugas Projek 6.2



Alternatif Jawaban

Alternatif Rangkuman:

- Langkah 1:
Menentukan banyaknya semua titik sampel dengan menggunakan prinsip dasar perhitungan ruang sampel.
Langkah 2:
Mendaftar semua titik sampel menggunakan diagram pohon atau grafik
- Langkah 1:
Mendaftar ruang sampel.
Langkah 2:
Mendaftar semua titik sampel yang memenuhi kejadian yang dimaksud.
Langkah 3:
Memasukkan pada rumus peluang teoretik.
-
- $\frac{n}{N}$ Semakin percobaan yang dilakukan, nilai peluang empiriknya semakin mendekati nilai peluang teoretiknya.
- Setuju.
Nilai yang berkaitan dengan kehidupan sehari-hari adalah “Semakin banyak kita mencoba maka kesempatan kita untuk berhasil juga semakin besar. Tidak mudah putus asa dan tidak mudah menyerah”



Merangkum 6

Tuliskan hal-hal penting yang kalian dapat dari kegiatan pembelajaran tentang Peluang. Berikut pertanyaan yang perlu dijawab untuk mengarahkan rangkumanmu:

- Ceritakan secara singkat bagaimana langkahmu menentukan semua titik sampel (ruang sampel) agar tidak ada yang terlewatkan.
- Ceritakan langkah yang kalian lakukan untuk menemukan peluang teoretik suatu kejadian.
- Misalkan seorang melakukan percobaan sebanyak n kali. Berapakah peluang empirik hasil percobaan yang muncul sebanyak k kali?
- Bagaimana hubungan peluang teoretik dengan peluang empirik?
- Setujukah kalian dengan pernyataan berikut, “jika kita melakukan percobaan semakin banyak, maka kesempatan muncul kejadian yang diamati juga semakin besar? Dapatkah kalian mengambil nilai berharga yang berkaitan dengan kehidupan sehari-hari dari pernyataan tersebut?”

Jangan Menyerah By: D'Masiv

Tak ada manusia
Yang terlahir sempurna
Jangan kau sesali
Segala yang telah terjadi
Kita pasti pernah
Dapatkan cobaan yang berat
Seakan hidup ini
Tak ada artinya lagi

Reff 1:

Syukuri apa yang ada
Hidup adalah anugerah
Tetap jalkami hidup ini
Melakukan yang terbaik
Tak ada manusia
Yang terlahir sempurna
Jangan kau sesali
Segala yang telah terjadi

Back to Ref 1

Reff 2:

Tuhan pasti kan menunjukkan
Kebesaran dan kuasanya
Bagi hambanya yang sabar
Dan tak kenal Putus asa

Back to Ref 1

Back to Ref 2

Sumber: Kapanlagi.com

168

Kelas VIII SMP/MTs

Semester 2



Merangkum

Ajak siswa untuk membuat rangkuman dengan cara menjawab pertanyaan pada buku siswa yang mengarah pada rangkuman yang ingin didapatkan.



Uji Kompetensi 6

- Dari 10 kali pelemparan mata uang logam, diperoleh 4 kali muncul gambar.
 - Tentukan peluang empirik muncul gambar
 - Tentukan peluang empirik muncul angka
- Dalam percobaan melempar dadu sebanyak 450 kali, frekuensi harapan muncul mata dadu kurang dari 5 adalah
- Dari 60 kali pelemparan sebuah dadu, diperoleh 10 kali muncul mata dadu 1, 12 kali muncul mata dadu 2, 11 kali muncul mata dadu 3, dan 8 kali muncul mata dadu 4.
 - Tentukan peluang empirik muncul mata dadu kurang dari 4
 - Tentukan peluang empirik muncul mata dadu lebih dari 4
- Dadu kuning dan biru digelindingkan bersama-sama.
 - Tentukan $n(A)$ untuk A kejadian muncul mata dadu 1 pada dadu kuning dan mata dadu ganjil pada dadu biru.
 - Sebutkan semua titik sampel kejadian jumlah mata dadu kuning dan biru adalah 6
- Suatu kantong berisi 2 kelereng merah, 3 kelereng putih, dan 5 kelereng biru. Kemudian diambil sebuah kelereng dari kantong itu.
 - Tentukan peluang terambil kelereng merah
 - Tentukan peluang terambil kelereng putih
 - Tentukan peluang terambil kelereng bukan biru (biru komplemen)
- Peluang muncul angka atau gambar dari pelemparan sebuah mata uang logam adalah sama.
 - Berapakah frekuensi harapan muncul angka jika uang itu dilempar 100 kali
 - Berapakah frekuensi harapan muncul angka jika uang itu dilempar 150 kali

Frekuensi harapan kejadian A yang dilakukan sebanyak N kali percobaan, biasanya dirumuskan dengan

$$Fh(A) = P(A) \times N, P(A) = \text{Peluang kejadian } A$$

- Sebuah kantong berisi kelereng merah dan putih. Jika peluang terambil kelereng merah adalah $\frac{1}{3}$, tentukan
 - frekuensi harapan terambil kelereng merah dari 30 pengambilan
 - frekuensi harapan terambil kelereng putih dari 45 pengambilan
- Suatu lomba sepeda hias diikuti peserta sebanyak:
 - 10 orang berumur 6 tahun.
 - 24 orang berumur 9 tahun
 - 16 orang berumur 10 tahun.Jika lomba tersebut akan memilih satu orang terbaik, berapa peluang yang akan terpilih adalah peserta berumur 9 tahun?
- Dadu hitam dan putih digelindingkan secara bersama-sama 36 kali. Frekuensi harapan muncul mata dadu berjumlah 6 adalah

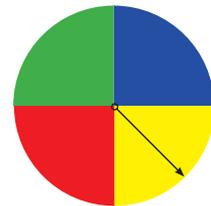
Setelah Pelaksanaan Pembelajaran

1. Ajak siswa untuk menggali nilai yang bisa diambil dalam peluang, yaitu tidak mudah menyerah. Guru melanjutkan dengan mengajak siswa menyanyikan lagu “jangan menyerah (D’masiv)” untuk menghidupkan suasana penutupan. (jika perlu)
2. Berikan kesempatan kepada siswa untuk memajang hasil karyanya di dinding kelas.
3. Ajak siswa melakukan refleksi terhadap kegiatan pembelajaran.
4. Periksa kesesuaian rangkuman yang dibuat oleh siswa.
5. Berikan soal tambahan untuk dikerjakan di rumah (jika perlu).
6. Berikan penilaian terhadap hasil karya siswa menggunakan rubrik penilaian.
7. Minta siswa untuk mengerjakan projek 6 dan / atau 6 di buku siswa.

10. Jika dua dadu (berbeda warna) dilempar bersamaan, dadu yang muncul jumlahnya 10 atau 3 adalah....
11. Tiga uang logam berbeda warna dilempar secara bersamaan sebanyak 64 kali. Frekuensi harapan munculnya 1 sisi gambar dan 2 sisi angka adalah
12. Buatlah suatu soal tentang eksperimen dua dadu yang jawabannya adalah peluang kejadian $A = \frac{1}{2}$
13. Buatlah suatu soal tentang eksperimen dua dadu yang jawabannya adalah frekuensi harapan kejadian A adalah 1.
14. Kalian adalah manager TIMNAS INDONESIA U-16. Suatu ketika TIMNAS bertanding di Final piala ASIA melawan MALAYSIA. Suatu ketika saat pertandingan sedang berjalan, pada menit ke 89 TIMNAS mendapatkan hadiah PENALTI. Skor sementara adalah 2 – 2. Pemain yang siap menendang adalah EVAN DIMAS, ILHAM, MALDINI, dan MUCHLIS. Seandainya kalian disuruh untuk menentukan penendang penalti tersebut, siapakah yang akan kalian tunjuk agar TIMNAS meraih kemenangan. Berikut catatan tendangan penalty keempat pemain tersebut.

Nama	Penalti (kali)	Masuk	Terblok Kiper	Melenceng
Evan Dimas	20	16	2	2
Ilham	18	14	2	2
Maldini	17	12	4	1
Muchlis	15	11	3	1

15. Suatu percobaan memutar spiner empat warna seperti pada gambar di samping sebanyak n kali. Peluang empirik jarum spiner menunjuk ke arah warna hijau, biru, dan kuning secara berturut-turut $\frac{1}{4}$, $\frac{3}{10}$, dan $\frac{9}{40}$. Tentukan:
 - a. n terkecil yang mungkin
 - b. Peluang empirik jarum spiner menunjuk warna merah





Soal Pengayaan

Latihan soal pematapan dan pengayaan.

- Dari 10 kali pengetosan mata uang logam, diperoleh 4 kali muncul gambar.
 - Tentukan peluang empirik muncul gambar
 - Tentukan peluang empirik muncul angka
- Dari 60 kali penggelindingan sebuah dadu, diperoleh 10 kali muncul mata dadu 1, 12 kali muncul mata dadu 2, 11 kali muncul mata dadu 3, dan 8 kali muncul mata dadu 4.
 - Tentukan peluang empirik muncul mata dadu kurang dari 4
 - Tentukan peluang empirik muncul mata dadu lebih dari 4
- Dadu merah dan kuning digelindingkan bersama-sama.
 - Tentukan $n(A)$ jika A adalah kejadian muncul mata dadu 1 pada dadu merah dan mata dadu ganjil pada dadu kuning
 - Sebutkan semua titik sampel kejadian jumlah mata dadu merah dengan mata dadu kuning adalah 6
- Dari penggelindingan sebuah dadu, setiap mata dadu mempunyai peluang yang sama untuk muncul. Tentukan:
 - peluang muncul mata dadu 5
 - peluang muncul mata dadu bilangan prima
 - peluang muncul mata dadu kurang dari 4
- Sebuah kantong berisi 2 kelereng merah, 3 kelereng putih, dan 5 kelereng biru. Kemudian diambil sebuah kelereng dari kantong itu.
 - Tentukan peluang terambil kelereng merah
 - Tentukan peluang terambil kelereng putih
 - Tentukan peluang terambil kelereng biru
- Peluang muncul angka atau gambar dari pengetosan sebuah mata uang logam adalah sama.
 - Berapakah frekuensi harapan muncul angka jika uang itu dilempar 100 kali
 - Berapakah frekuensi harapan muncul angka jika uang itu dilempar 150 kaliFrekuensi harapan kejadian A yang dilakuk sebanyak n kali, biasanya dirumuskan dengan $Fh(A) = P(A) \times n$, $P(A) =$ Peluang kejadian A
- Sebuah kantong berisi kelereng merah dan putih. Jika peluang terambil kelereng merah adalah $\frac{1}{3}$, tentukan

- a. frekuensi harapan terambil kelereng merah dari 30 pengambilan
 - b. frekuensi harapan terambil kelereng putih dari 45 pengambilan
8. Pada eksperimen penggelindingan sebuah dadu, peluang muncul mata dadu prima adalah
 9. Suatu lomba sepeda hias diikuti peserta sebanyak:
 - 10 orang berumur 6 tahun.
 - 24 orang berumur 9 tahun
 - 16 orang berumur 10 tahun.
 Jika lomba tersebut akan memilih satu orang terbaik, berapa peluang yang akan terpilih adalah peserta berumur 9 tahun?
 10. Pada eksperimen penggelindingan sebuah dadu, peluang muncul mata dadu kelipatan dua adalah
 11. Dadu berwarna merah dan putih digelindingkan secara bersamaan, sebanyak 36 kali. Frekuensi harapan muncul mata dadu berjumlah 6 adalah
 12. Dadu berwarna biru dan hijau digelindingkan secara bersamaan, peluang dadu yang muncul jumlahnya 10 atau 3 adalah
 13. Jika sebuah dadu digelindingkan berulang-ulang sebanyak 120 kali, maka frekuensi harapan muncul mata dadu bilangan prima adalah ...
 14. Di dalam suatu kaleng terdapat 22 kelereng berwarna merah, 20 kelereng berwarna putih, dan 24 kelereng berwarna biru. Jika satu kelereng diambil secara acak maka nilai kemungkinan terambil kelereng berwarna putih adalah
 15. Dalam percobaan penggelindingan dadu sebanyak 450 kali, frekuensi harapan muncul mata dadu kurang dari 5 adalah
 16. Dua uang logam dengan warna merah dan putih ditos bersama-sama sebanyak 600 kali. Peluang muncul dua gambar adalah
 17. Tiga uang logam berbeda warna dilempar secara bersamaan sebanyak 64 kali. Frekuensi harapan munculnya 1 gambar 2 angka adalah
 18. Buatlah suatu soal tentang eksperimen dua dadu yang jawabannya adalah peluang kejadian $A = \frac{1}{2}$
 19. Buatlah suatu soal tentang eksperimen dua dadu yang jawabannya adalah frekuensi harapan kejadian A adalah 1.
 20. Kamu adalah manager TIMNAS INDONESIA U-16. Suatu ketika TIMNAS bertanding di Final piala ASIA melawan MALAYSIA. Suatu ketika saat pertandingan sedang berjalan, pada menit ke 89 TIMNAS mendapatkan hadiah PENALTI. Skor sementara adalah 2 – 2. Pemain yang siap menendang adalah EVAN DIMAS,

ILHAM, MALDINI, dan MUCHLIS. Seandainya kamu disuruh untuk menentukan penendang penalti tersebut, siapakah yang akan kamu tunjuk agar TIMNAS meraih kemenangan. Berikut catatan tendangan penalty keempat pemain tersebut.

Nama	Penalti (kali)	Mavsuk	Terblok Kiper	Melenceng
Evan Dimas	20	16	2	2
Ilham	18	14	2	2
Maldini	17	12	4	1
Muchlis	15	11	3	1

Alternatif Jawaban

Alternatif jawaban beberapa soal

1. a. $\frac{4}{10}$ atau $\frac{2}{5}$

2. b. $\frac{19}{60}$

3.

4.

5. b. $\frac{3}{10}$

6. a. 50

7.

8. $\frac{3}{6}$ atau $\frac{1}{2}$

9. $\frac{24}{50}$

10.

11.

12. $\frac{5}{36}$

13.

14. $\frac{20}{66}$

15.

16.

17.

18.

19. Pada eksperimen pengundian dua dadu. Tentukan frekuensi harapan kejadian jumlah mata dadu kembar. Percobaan tersebut dilakukan sebanyak 6 kali.

20. Analisis:

Nama	Percobaan penalti (kali)	Masuk	Peluang empirik Masuk
Evan Dimas	20	16	0.80
Ilham	18	14	0.78
Maldini	17	12	0.71
Muchlis	15	11	0.73

Berdasarkan analisis pada tabel tersebut yang mempunyai peluang empirik berhasil memasukkan bola tendangan penalti terbesar adalah EVAN DIMAS yaitu 0,80. Maka saya sebagai manager memilih EVAN DIMAS sebagai penendang penalty tersebut.



Pedoman Penilaian

No	Aspek Penilaian	Capaian	Keterangan	
1	Keterselesaian Buku Siswa	B-	Bila Buku Siswa terselesaikan dengan baik	
		<B-	Bila ada bagian dari Buku Siswa yang tidak terselesaikan	
2	Portofolio: a) Uji Kompetensi b) Soal dari tempat lain	A	Bila memilih soal dari Uji Kompetensi dengan kategori Sangat Sulit dan mampu menyelesaikannya dengan baik	
		A-	Bila memilih soal dari Uji Kompetensi dengan kategori Sulit dan mampu menyelesaikannya dengan baik	
		B+	Bila memilih soal dari Uji Kompetensi dengan kategori Sedang dan mampu menyelesaikannya dengan baik	
		B	Bila memilih soal dari Uji Kompetensi dengan kategori Mudah dan mampu menyelesaikannya dengan baik	
		B-	Bila memilih soal dari Uji Kompetensi dengan kategori Sangat Sulit dan kurang mampu menyelesaikannya dengan baik	
		B, B-	Bila memilih soal dari Uji Kompetensi dengan kategori Sulit dan kurang mampu menyelesaikannya dengan baik	
		B+, B, B-	Bila memilih soal dari Uji Kompetensi dengan kategori Sedang dan kurang mampu menyelesaikannya dengan baik	
		A-, B+, B, B-	Bila memilih soal dari Uji Kompetensi dengan kategori Mudah dan kurang mampu menyelesaikannya dengan baik	
		Tugas Proyek	A	Bila Proyek terselesaikan dan mampu mempresentasikan dengan Baik
			A-, B+, B	Bila ada bagian dari Proyek yang tidak terselesaikan atau kurang mampu mempresentasikan
B-	Bila Proyek tidak terselesaikan samasekali			

Keterangan: - Nilai KKM = B-

- Aspek penilaian Nomor 1 adalah syarat nilai yang harus terpenuhi, sedangkan Aspek penilaian Nomor 2 adalah penambahan nilai.



DAFTAR PUSTAKA

- Aufmann, R. N., Lockwood, J. S., Nation, R. D., & Clegg, D. K. 2008. *Mathematical Thinking and Quantitative Reasoning*. Houghton Mifflin Company: Boston.
- Barnett, R. A. 1980. *Elementary Algebra Structure and Use*. America: McGraw-Hill, Inc
- Croft, C. 2002. *Students' Integrated Maths Module for Linear Functions 1*. OTRNet Publication. Wooroloo, Australia.
- Kindt, M., Dekker, T., and Burrill, G. 2006. *Algebra rules (Mathematics in Context)*. Chicago: Encyclopædia Britannica, Inc.
- Klerk, J. 2007. *Illustrated Maths Dictionary*. 4th Ed. Melbourne: Pearson Education Australia.
- Lappan, G., Fey, J. T., Fitzgerald, W. M., Friel, S. N., & Phillips, E. D. 2006. *Moving Straight Ahead: Linear Relationship*. Connected Mathematics. Boston: Perason, Prentice Hall.
- Lappan, G., Fey, J. T., Fitzgerald, W. M., Friel, S. N., & Phillips, E. D. 2006. *What Do You Expect? Probability and Expected Value*. Connected Mathematics. Boston: Perason, Prentice Hall.
- Lappan, G., Fey, J. T., Fitzgerald, W. M., Friel, S. N., & Phillips, E. D. 2006. *Variables and Patterns: Introducing Algebra*. Connected Mathematics. Boston: Perason, Prentice Hall.
- Lappan, G., Fey, J. T., Fitzgerald, W. M., Friel, S. N., & Phillips, E. D. 2006. *Looking for Pythagoras: The Pythagorean Theorem*. Connected Mathematics. Boston: Perason, Prentice Hall.
- Lappan, G., Fey, J. T., Fitzgerald, W. M., Friel, S. N., & Phillips, E. D. 2006. *Samples and Populations: Data and Statistics*. Connected Mathematics. Boston: Perason, Prentice Hall.
- Lappan, G., Fey, J. T., Fitzgerald, W. M., Friel, S. N., & Phillips, E. D. 2006. *Data About Us: Statistics*. Connected Mathematics. Boston: Perason, Prentice Hall.
- Lappan, G., Fey, J. T., Fitzgerald, W. M., Friel, S. N., & Phillips, E. D. 2006. *How Likely Is It?: Probability*. Connected Mathematics. Boston: Perason, Prentice Hall.

- Manitoba Education. 2009. *Kindergarten to Grade 8 mathematics glossary : support document for teachers*. Manitoba, Kanada: Manitoba Education, Citizenship and Youth Cataloguing in Publication Data.
- Murdock, J., Kamischke, E., & Kamischke, E. 2007. *Discovering Algebra: An Investigative Approach*. 2nd Ed. California: Key Curriculum Press.
- Musser, G. L., Burger, W. F., dan Peterson, B. E. *Mathematics for Elementary Teachers: A Contemporary Approach*. New Jersey: John Wiley & Son, Inc.
- Rahaju, E.B. dkk, 2008. *Contextual Teaching and Learning Matematika*. Pusat Perbukuan Depdiknas.
- Serra, M. 2007. *Discovering Geometry: An Investigative Approach*. 2nd Ed. California: Key Curriculum Press.
- Sukino & Wilson, S. 2006. *Matematika untuk SMP Kela VIII*. Erlangga: Jakarta.
- Sukino. 2009. *Maestro Olimpiade Matematika SMP Seri B*. Erlangga: Jakarta.
- TIM. 2008. *California Math Triumphs Volume 3A*. USA: Glencoe/McGraw Hill Companies, Inc.
- TIM. 2004. *Glencoe Mathematics Geometry (Florida Edition)*. USA: Glencoe/McGraw Hill Companies, Inc.
- TIM. 2008. *California Math Triumphs For Algebra 1*. USA: Glencoe/McGraw Hill Companies, Inc.
- Turmudi. 2012. *Tarif Taxi Dan Biaya Fotocopy Untuk Pengenalan Konsep Fungsi Linear Di Smpn 12 Bandung: Lesson Study*. KNM XVI. UNPAD.
- Van de Walle, J. A., Karp, K.S., & Bay-Williams, J.M. 2010. *Elementary and Middle School Mathematics: Teaching Developmentally*. Botton, MA: Pearson.
- Whitney, F. B., et al. 2008. *California Math Triumphs Volume 4B: The Core Processes of Mathematics*. Columbus, OH: Macmillan/McGraw-Hill-Glencoe.
- Wijers, M., Roodhardt, A., van Reeuwijk, M., Dekker, T., Burrill, G., Cole, B.R., & Pligge, M. A. 2006. *Building Formulas*. In Wisconsin Center for Education Research & Freudenthal Institute (Eds.), *Mathematics in Context*. Chicago: Encyclopædia Britannica, Inc.



Akar persamaan kuadrat	selesaian persamaan kuadrat sehingga membuat persamaan kuadrat menjadi benar.
Bagan/chart	diagram yang menggambarkan informasi dalam bentuk tabel, grafik, atau gambar.
Bangun Ruang	objek yang memiliki dimensi panjang, lebar, dan tinggi. Misalnya, prisma, limas, kubus).
Bidang koordinat	bidang yang dibentuk oleh sumbu horizontal dan sumbu vertikal, seringkali dinamai sumbu- x untuk garis horizontal dan sumbu- y untuk garis vertikal; terdiri atas kuadran 1 sampai 4 yang ditandai dengan menggunakan angka romawi I, II, III, dan IV.
Busur	kurva lengkung yang berhimpit dengan suatu lingkaran.
Data	informasi yang dikumpulkan. Data biasanya dalam bentuk bilangan, dikumpulkan dalam bentuk tabel, diolah dalam bentuk diagram.
Data kontinu	data yang dihubungkan oleh garis pada grafik. Misalnya, grafik hubungan tinggi badan dengan usia.
Diagram batang	gambar yang menggunakan batang secara horizontal atau vertikal untuk menunjukkan suatu data.
Diagram garis	grafik yang menggunakan segmen garis untuk menunjukkan perubahan data.
Diagram lingkaran	bagian lingkaran dengan membagi luas lingkaran oleh juring yang mewakili suatu data; jumlah data pada setiap juring harus 100%.
Diagram Pohon	diagram yang menunjukkan hasil yang mungkin dalam suatu eksperimen (peluang teoretik).
Diameter	segmen garis pada lingkaran yang melalui pusat lingkaran.
Dua garis saling tegak lurus	dua garis yang berpotongan dan membentuk sudut 90° ; dua garis dengan kemiringan m_1 dan m_2 , dua garis tersebut saling tegak lurus jika dan hanya jika $m_1 \times m_2 = -1$.

Dua garis sejajar	dua garis yang memiliki kemiringan yang sama. misal dua garis memiliki kemiringan m_1 dan m_2 , dua garis tersebut sejajar jika dan hanya jika $m_1 = m_2$.
Grafik	representasi visual yang digunakan untuk menunjukkan hubungan numerik.
Hasil dari percobaan	salah satu kejadian yang mungkin terjadi dalam percobaan peluang (misalnya, ketika pengetosan koin, terdapat dua hasil).
Hipotenusa	sisi miring segitga siku-siku; sisi terpanjang segitiga siku-siku.
Jari-jari	ruas garis yang ditarik dari pusat lingkaran ke sebarang titik pada lingkaran; sama dengan setengah diameter.
Jaring-Jaring	perpaduan beberapa poligon yang dapat dibuat bangun ruang.
Kaki segitiga siku-siku	dua sisi segitiga siku-siku yang mengapit sudut siku-siku, bukan hipotenusa.
Kejadian	bagian dari ruang sampel.
Keliling Lingkaran	panjang kurva lengkung tertutup yang berhimpit pada suatu lingkaran.
Kemiringan	perbandingan jarak vertikal terhadap horzontal suatu garis atau lintasan; disimbolkan m ; persamaan garis $y = mx + b$ memiliki gradien m ; besar kemiringan garis yang melalui dua titik (x_1, y_1) dan (x_2, y_2) adalah $\frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$.
Kilogram (kg)	satuan yang digunakan untuk mengukur massa; 1 kilogram = 1.000 gram.
Kilometer (km)	satuan yang digunakan untuk pengukuran panjang; 1 kilometer = 1.000 meter.
Konstanta	lambang yang mewakili suatu nilai tertentu.
Koordinat	pasangan terurut suatu bilangan yang digunakan untuk menentukansuatu titik pada bidang koordinat, ditulis (x, y) .

Kuadran	satu dari empat bagian bidang koordinat yang dipisahkan oleh sumbu- x dan sumbu- y . Kuadran diberi nama Kuadran I, II, III, dan IV yang dimulai dari bagian kanan atas berlawanan arah jarum jam.
Kubik	satuan untuk ukuran volume.
Kubus	bangun dimensi tiga dengan 6 sisi persegi sebagai bidang yang membatasi, 12 rusuk yang sama panjang, dan 8 titik.
Legenda	bagian dari diagram yang menyatakan kategori dari informasi suatu data, misalnya menggunakan warna atau gambar.
Limas	bangun ruang sisi datar yang alasnya berupa poligon (segi banyak) dan sisi tegaknya adalah segitiga yang berpotongan di satu titik, yaitu titik puncak.
Luas Permukaan	jumlah luas semua sisi-sisi pada bangun ruang.
Peluang	perbandingan antara kejadian yang sudah terjadi dengan semua kejadian yang mungkin terjadi; nilainya sama dengan atau lebih dari 0 dan kurang dari atau sama dengan 1.
Peluang Teoretik	perbandingan hasil terhadap ruang sampel pada suatu eksperimen.
Peluang Empirik	perbandingan banyak kali muncul kejadian tertentu terhadap n kali Perbandingan suatu bilangan yang digunakan untuk membandingkan dua besaran.
Persamaan garis lurus	pernyataan matematika yang menyatakan dua ekspresi aljabar adalah sama. pernyataan yang berisi tanda sama dengan ($=$). Misalnya, $y = ax + b$; dinyatakan oleh garis lurus pada bidang koordinat.
Persamaan linear dua variabel	kalimat matematika yang dinyatakan dalam bentuk $ax + by = c$, dengan $a, b \neq 0$.
Selesaian	nilai (satu atau lebih) yang membuat persamaan atau kalimat terbuka menjadi benar.
Statistik	hasil analisis atau pengolahan data.
Sumbu	garis horizontal atau vertikal yang digunakan dalam sistem koordinat Cartesius untuk meletakkan titik pada bidang koordinat.

Sumbu- x	garis bilangan horizontal pada bidang koordinat.
Sumbu- y	garis bilangan vertikal pada bidang koordinat.
Teorema Pythagoras	hubungan matematis yang menyatakan bahwa dalam segitiga siku-siku jumlah kuadrat dari panjang dua sisi sama dengan kuadrat sisi miringnya (<i>hipotenusa</i>); jika a dan b adalah panjang dua sisi segitiga siku-siku dan c adalah panjang sisi miring (<i>hipotenusa</i>), maka $a^2 + b^2 = c^2$.
Titik asal	titik pada bidang koordinat yang merupakan titik potong sumbu- x dan sumbu- y ; berkoordinat di $(0, 0)$.
Variabel	<ul style="list-style-type: none"> - simbol yang mewakili suatu bilangan dalam suatu bentuk aljabar. Misal, $2n + 3$, variabelnya adalah n; - simbol yang digunakan untuk menyatakan nilai yang tidak diketahui dalam suatu persamaan. Misal, $a + 3 = 5$, variabelnya adalah a. - simbol yang digunakan untuk menyatakan suatu bilangan atau anggota himpunan pasangan terurut. Misal, $y = x + 3$, variabelnya adalah x dan y.