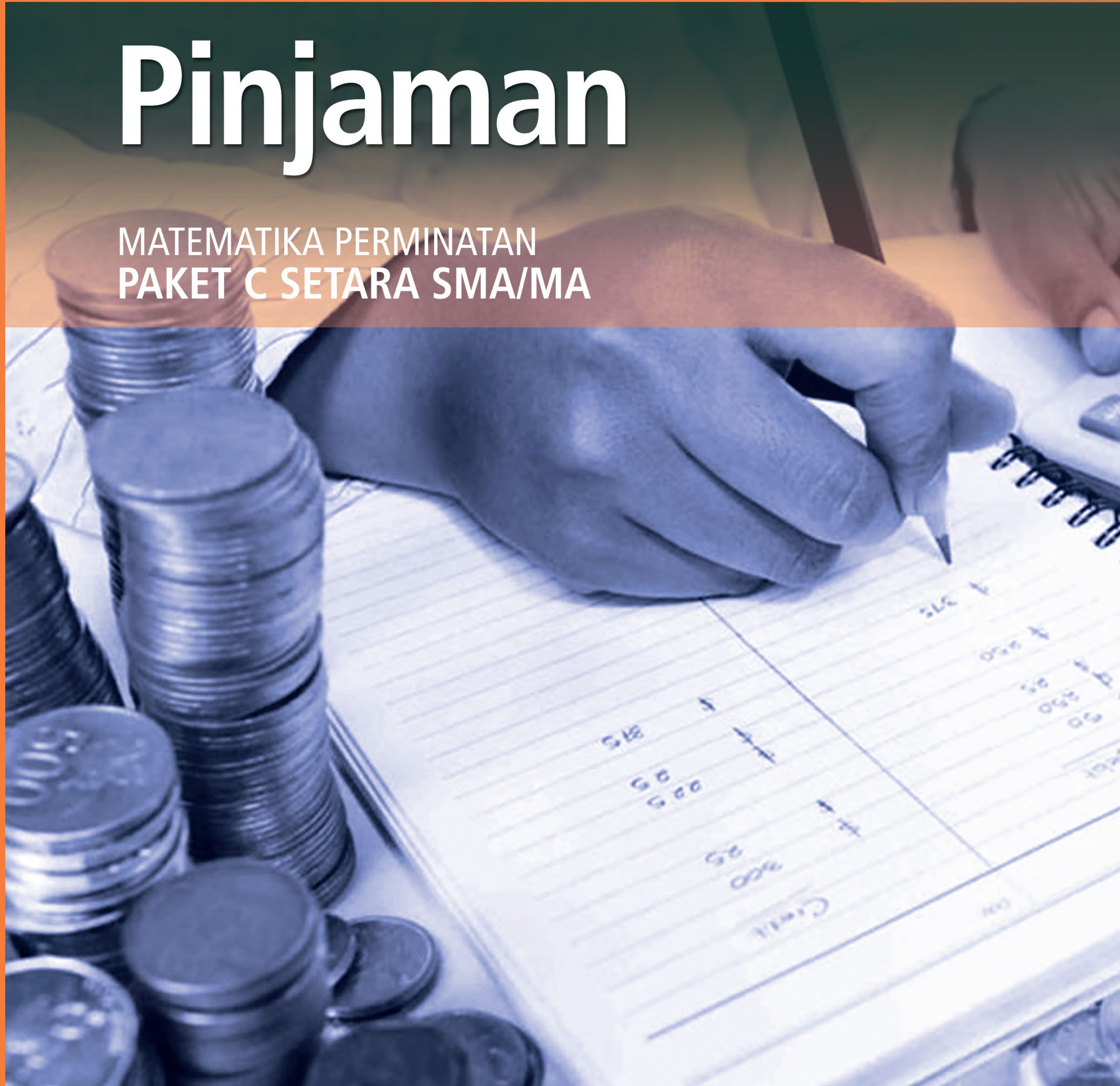
Kementerian Pendidikan dan Kebudayaan
Direktorat Jenderal Pendidikan Anak Usia Dini dan Pendidikan Masyarakat
Direktorat Pembinaan Pendidikan Keaksaraan dan Kesetaraan
Tahun 2017

MODUL 1

# Pinjaman

MATEMATIKA PERMINATAN
**PAKET C SETARA SMA/MA**

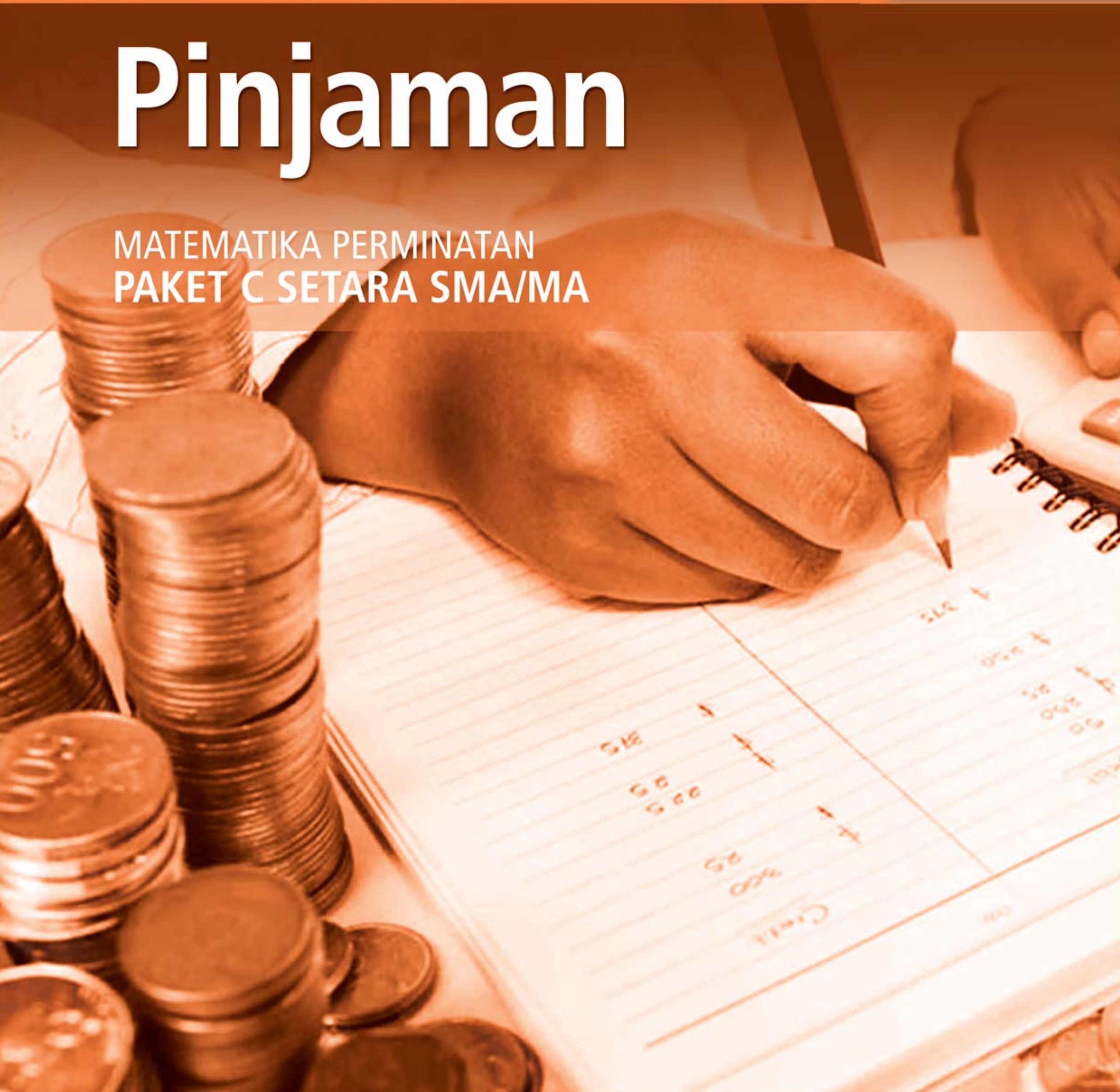


Kementerian Pendidikan dan Kebudayaan
Direktorat Jenderal Pendidikan Anak Usia Dini dan Pendidikan Masyarakat
Direktorat Pembinaan Pendidikan Keaksaraan dan Kesetaraan
Tahun 2017

MODUL 1

# Pinjaman

MATEMATIKA PERMINATAN
**PAKET C SETARA SMA/MA**



# Kata Pengantar

Pendidikan kesetaraan sebagai pendidikan alternatif memberikan layanan kepada mayarakat yang karena kondisi geografis, sosial budaya, ekonomi dan psikologis tidak berkesempatan mengikuti pendidikan dasar dan menengah di jalur pendidikan formal. Kurikulum pendidikan kesetaraan dikembangkan mengacu pada kurikulum 2013 pendidikan dasar dan menengah hasil revisi berdasarkan peraturan Mendikbud No.24 tahun 2016. Proses adaptasi kurikulum 2013 ke dalam kurikulum pendidikan kesetaraan adalah melalui proses kontekstualisasi dan fungsionalisasi dari masing-masing kompetensi dasar, sehingga peserta didik memahami makna dari setiap kompetensi yang dipelajari.

Pembelajaran pendidikan kesetaraan menggunakan prinsip *flexible learning* sesuai dengan karakteristik peserta didik kesetaraan. Penerapan prinsip pembelajaran tersebut menggunakan sistem pembelajaran modular dimana peserta didik memiliki kebebasan dalam penyelesaian tiap modul yang di sajikan. Konsekuensi dari sistem tersebut adalah perlunya disusun modul pembelajaran pendidikan kesetaraan yang memungkinkan peserta didik untuk belajar dan melakukan evaluasi ketuntasan secara mandiri.

Tahun 2017 Direktorat Pembinaan Pendidikan Keaksaraan dan Kesetaraan, Direktorat Jendral Pendidikan Anak Usia Dini dan Pendidikan Masyarakat mengembangkan modul pembelajaran pendidikan kesetaraan dengan melibatkan pusat kurikulum dan perbukuan kemdikbud, para akademisi, pamong belajar, guru dan tutor pendidikan kesetaraan. Modul pendidikan kesetaraan disediakan mulai paket A tingkat kompetensi 2 (kelas 4 Paket A). Sedangkan untuk peserta didik Paket A usia sekolah, modul tingkat kompetensi 1 (Paket A setara SD kelas 1-3) menggunakan buku pelajaran Sekolah Dasar kelas 1-3, karena mereka masih memerlukan banyak bimbingan guru/tutor dan belum bisa belajar secara mandiri.

Kami mengucapkan terimakasih atas partisipasi dari Pusat Kurikulum dan Perbukuan Kemdikbud, para akademisi, pamong belajar, guru, tutor pendidikan kesetaraan dan semua pihak yang telah berpartisipasi dalam penyusunan modul ini.

Jakarta, Desember 2017
Direktur Jenderal

Harris Iskandar

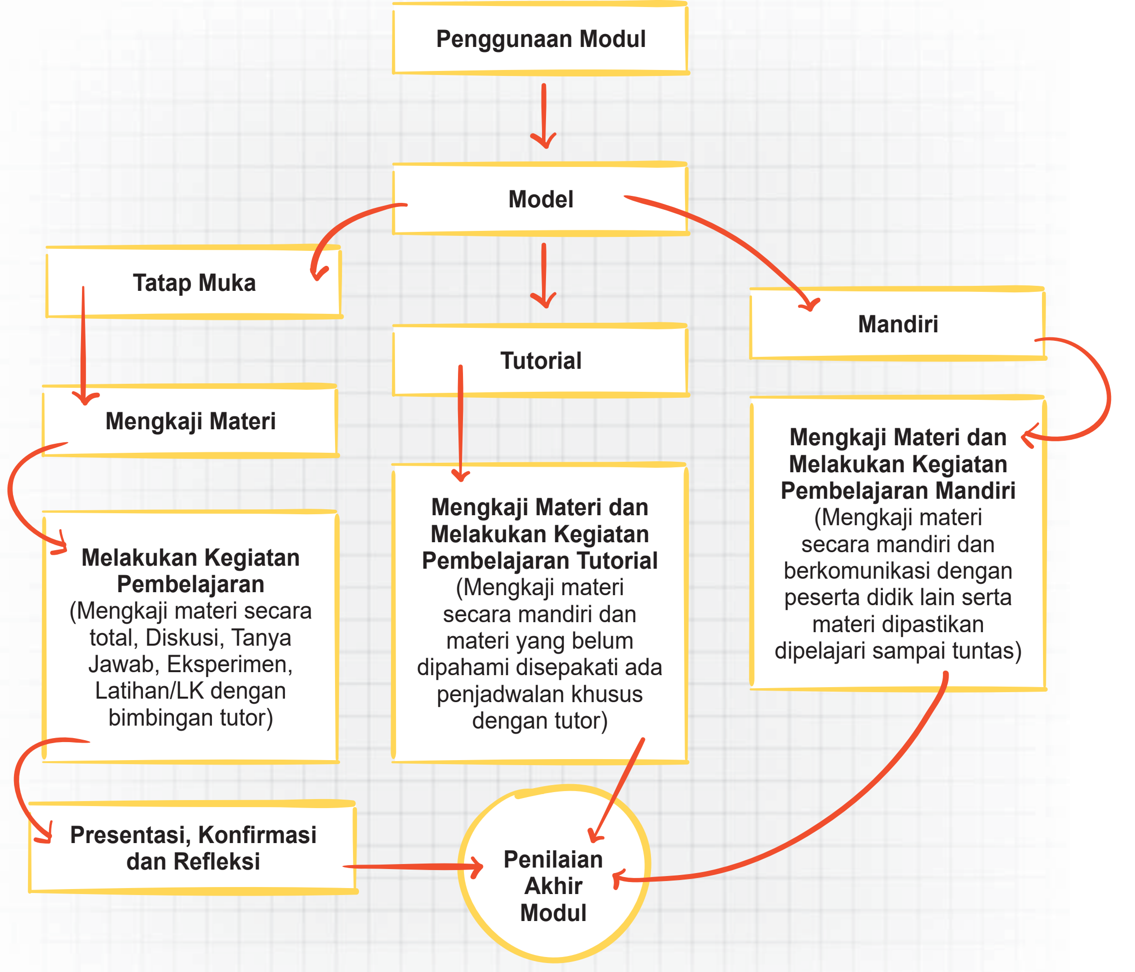


# Daftar Isi

# PINJAMAN

## Petunjuk Penggunaan Modul

Secara umum, petunjuk penggunaan modul pada setiap kegiatan pembelajaran disesuaikan dengan langkah-langkah kegiatan pada setiap penyajian modul. Modul ini dapat digunakan dalam kegiatan pembelajaran oleh peserta didik, baik dilaksanakan dengan model tatap muka, model tutorial, maupun model belajar mandiri. Berikut ini alur petunjuk penggunaan modul secara umum dapat dilihat pada bagian di bawah ini.




*Gambar 1.1 Alur Model Kegiatan Pembelajaran*

1. **Kegiatan Pembelajaran Tatap Muka**

   Pembelajaran tatap muka merupakan seperangkat tindakan yang dirancang untuk mendukung proses belajar peserta didik secara tatap muka, sedangkan kegiatan tatap muka adalah kegiatan pembelajaran yang di dalamnya terjadi proses interaksi antara peserta didik dan pendidik/tutor. Metode yang sering digunakan dalam kegiatan pembelajaran seperti metode diskusi, Tanya jawab, demonstrasi, eksperimen dan lainnya.

2. **Kegiatan Pembelajaran Tutorial**

   Pembelajaran turorial yang dimaksud dalam kegiatan ini adalah dimana pembelajaran dilakukan secara mandiri untuk materi-materi yang dapat dengan mudah dipahami oleh peserta didik, sedangkan materi-materi yang dianggap sulit untuk dipahami atau dipelajari maka dilakukan dengan tatap muka. Dalam pembelajaran metode tutorial ini diberikan dengan bantuan tutor. Setelah peserta didik diberikan bahan kajian materi pembelajaran, kemudian peserta didik diminta untuk mempelajari kalian materi yang ada dalam modul. Pada bagian kajian materi yang dirasa sulit, peserta didik dapat bertanya pada tutor.

3. **Kegiatan Pembelajaran Mandiri**

   Kegiatan pembelajaran mandiri merupakan kegiatan pembelajaran yang didorong agar peserta didik mampu menguasai suatu kompetensi guna menyelesaikan suatu permasalahan. Pada kegiatan pembelajarn mandiripeserta didik diberikan kajian materi yang ada dalam modul untuk dipelajari dan diarahkan untuk memegang kendali dalam menemukan dan mengorganisir jawaban yang diharapkan.

   Penetapan kompetensi sebagai tujuan pembelajaran mandiri dan sampai pada cara pencapaian mulai dari penentuan waktu belajar, tempat belajar, sumber belajar lainnya maupun evaluasi modul dilakukan oleh peserta didik itu sendiri. Pada pembelajaran mandiri dipastikan dengan benar bahwa peserta didik melakukan kajian materi, melakukan tahapan kegiatan pembelajaran, tahapan penugasan/latihan, evaluasi, bahkan sampai pada tahap penilaian dilakukan oleh peserta didik itu sendiri.

## Kompetensi Dasar dan Indikator Pencapaian Kompetensi

**Tabel 1.1 Tabel Kompetensi Dasar dan Indikator Pencapaian Kompetensi**

| No | Kompetensi Dasar | Indikator Pencapaian Kompetensi |
|---|---|---|
| 1 | 3.1 Menjelaskan dan menentukan penyelesaian masalah kontekstual yang berkaitan dengan fungsi eksponensial dan fungsi logaritma dengan menggunakan contoh dan model dari peristiwa kontekstual. | 3.1.1. Menemukan konsep bentuk pangkat dan sifat-sifatnya dari masalah kontekstual.<br>3.1.2. Menggunakan konsep bentuk bilangan berpangkat dengan pangkat bulat positif, negatif, dan nol dalam penyelesaian soal.<br>3.1.3. Menyederhanakan bentuk aljabar yang memuat bilangan berpangkat.<br>3.1.4. Menemukan konsep logaritma dari masalah kontekstual.<br>3.1.5. Menggunakan konsep logaritma dan sifat-sifatnya dalam penyelesaian soal.<br>3.1.6. Menyederhanakan bentuk aljabar yang memuat logaritma. |
| | 4.1 Menyajikan dan menyelesaikan masalah kontekstual yang berkaitan dengan fungsi eksponensial dan fungsi logaritma dengan menggunakan langkah-langkah/prosedur penyelesaian masalah | 4.1.1. Mengidentifikasi masalah kontekstual yang berhubungan dengan bentuk pangkat dan menyelesaikannya<br>4.1.2. Mengidentifikasi masalah kontekstual yang berhubungan dengan logaritma serta menyelesaikannya. |

## Tujuan yang Diharapkan Setelah Mempelajari Modul

Tujuan setelah mempelajari modul 1 ini, diharapkan peserta didik memiliki kemampuan, pengetahuan, dan keterampilan tentang :

1. Menemukan, menggunakan dan mengidentifikasi konsep bentuk pangkat dan sifat-sifatnya dari masalah kontekstual.
2. Menemukan, menggunakan dan mengidentifikasi konsep logaritma dan sifat-sifatnya dari masalah kontekstual.
3. Menyederhanakan bentuk aljabar yang memuat bilangan berpangkat dan logaritma

## Pengantar Modul

Pembelajaran merupakan wahana untuk mendapatkan kemampuan baik sikap, pengetahuan dan ketrampilan. Untuk mendukung terciptanya kegiatan pembelajaran baik melalui model tatap muka, tutorial maupun mandiri, maka salah satu alternatifnya adalah dengan modul ini. Materi pada modul 1 ini adalah fungsi eksponen dan logaritma yang meliputi dua materi yaitu fungsi eksponen dan fungsi logaritma.

Materi pada modul 1 ini disajikan dalam tema “Pinjaman” dan di dalamnya terdapat beberapa subtema yang terintegrasi dalam kegiatan pembelajaran. Secara umum materi pembelajaran dalam modul ini membahas yang berkaitan dengan pemahaman fungsi eksponensial dan fungsi logaritma. Modul ini memberikan gambaran uraian materi dengan penerapan dalam kehidupan sehari-hari atau bersifat konstektual.

Modul 1 dengan tema "Pinjaman" ini terbagi menjadi dua subtema yang terintegrasi ke dalam unit, yaitu (1) "Angsuran Pinjaman", memuat penjelasan mengenai bagaimana menghitung besar angsuran pinjaman setiap periode sehingga tidak terjadi ketimpangan antara penghasilan dan pengeluaran ; (2) "Suku Bunga", menjelaskan tentang berapa suku bunga yang harus dibayarkan selama melakukan pinjaman pada jangka waktu atau periode tertentu, serta menentukan bunga tabungan bank dalam periode tertentu. Selain penjelasan mengenai materi, modul ini juga dilengkapi dengan penugasan dan soal-soal latihan untuk menguji pemahaman dan penguasaan peserta didik terhadap materi yang telah dipelajarinya.

Modul ini dilengkapi dengan contoh-contoh yang terjadi di kehidupan sehari-hari, misalnya yang berkaitan dengan konsep bilangan pangkat dalam fungsi eksponensial adalah cara menghitung besarnya angsuran suatu pinjaman, kredit rumah dan menentukan jangka waktu atau periode angsuran suatu pinjaman. Penggunaan fungsi logaritma misalnya dalam menentukan besarnya suku bunga suatu pinjaman, dan sebagainya.

Dengan mempelajari modul ini, dimana materi dikaitkan dengan masalah kehidupan sehari-hari, maka diharapkan peserta didik dengan mengkaji, mencermati, mengolah, menjawab permasalahan atau soal-soal latihan dapat memberikan manfaat dalam kehidupan sehari-hari.

Materi disajikan dengan tema dan subtema yang diintegrasikan dengan permasalahan kehidupan sehari-hari dimaksudkan agar peserta didik lebih tertarik dan memahami bahwa mempelajari fungsi eksponensial dan fungsi logaritma sangat penting dan bermanfaat dalam kehidupan sehari-hari. Dengan mempelajari modul ini, sudah barang tentu memberikan gambaran betapa pentingnya belajar, karena dengan belajar, peserta didik mampu menghadapi dan menyelesaikan permasalahan yang dihadapi dalam dunia nyata, sehingga jelas bahwa dengan mempelajari materi ini memberikan manfaat dalam menjalani kehidupan sehari-hari.



# UNIT 1 ANGSURAN PINJAMAN

Setiap manusia yang hidup pasti akan membutuhkan sesuatu atas dirinya seperti makan, bernafas, pakaian, tempat tinggal, dan lain-lain. Kebutuhan-kebutuhan manusia sebagian besar diperoleh tidak dengan cuma-cuma. Diperlukan sebuah usaha untuk mendapatkannya baik mencari, membeli, melakukan pinjaman dan usaha-usaha yang lainnya.

Tuntutan ekonomi yang semakin tinggi memaksa masyarakat harus berjuang untuk bisa bertahan dan memenuhi kebutuhan mereka. Semakin tinggi kebutuhan manusia maka semakin tinggi pula masalah pada masyarakat dan kebutuhan-kebutuhan pokok menjadi bertambah. Untuk membeli sebuah kebutuhan, kadang manusia harus mengeluarkan uang dalam jumlah besar dan bahkan harus melakukan pinjaman dengan mengangsur setiap bulannya.

Misal untuk membeli rumah mewah manusia harus mengeluarkan uang sebesar Rp 1 miliar. Dalam matematika 1 miliar dapat dituliskan dengan 1.000.000.000. Agar tidak terlalu panjang dalam penulisannya, dapat dituliskan dalam notasi pangkat atau notasi eksponen 1 × 109. Nah, bilangan 109 inilah yang disebut sebagai bilangan berpangkat, dengan 10 disebut bilangan pokok dan 9 disebut bilangan pangkat atau eksponen. Karena pangkatnya bilangan bulat, maka disebut bilangan berpangkat bilangan bulat.

Bilangan pangkat banyak sekali manfaatnya dalam kehidupan sehari-hari, misalnya sebuah perusahaan kontraktor memperoleh pekerjaan untuk membangun jalan tol. Untuk keperluan tersebut tentunya membutuhkan biaya yang sangat besar bahkan sampai ratusan triliun, sehingga perusahaan membutuhkan pinjaman.

Misalnya pinjaman yang diajukan 500 triliun, yang dapat ditulis 500.000.000.000.000. Panjang sekali bukan? Sangat tidak praktis tentunya. Disinilah kegunaan bilangan berpangkat, kita bisa menuliskan bilangan besar tersebut dengan cara yang sangat sederhana, yaitu 5 x 1014. Itulah salah satu manfaat bentuk pangkat dalam kehidupan sehari-hari yaitu memudahkan dan menyederhanakan dalam penulisan dan perhitungannya.

Bentuk-bentuk bilangan seperti 10-11, 1024 , 1022 dan 108 merupakan bentuk-bentuk bilangan berpangkat yang telah kalian pelajari saat SMP/MTs. Bentuk-bentuk bilangan berpangkat dapat kita bagi menjadi empat jenis, yaitu: bilangan berpangkat positif, berpangkat nol, berpangkat negatif dan bilangan berpangkat pecahan. Berikut ini uraian tentang bentuk-bentuk bilangan berpangkat yang dapat kalian pelajari!

## Pangkat Bilangan Bulat Positif

Pangkat bulat positif merupakan cara ringkas untuk menuliskan perkalian dari bilangan-bilangan dengan faktor-faktor yang sama, seperti :

$$5 \times 5$$

$$4 \times 4 \times 4 \times 4$$

Perkalian bilangan-bilangan dengan faktor yang sama seperti contoh di atas disebut sebagai perkalian berulang. Setiap perkalian berulang dapat dituliskan atau disajikan secara ringkas dengan menggunakan notasi bilangan berpangkat atau notasi eksponen.

**Contoh Soal:**

Perkalian berulang $3 \times 3 \times 3 \times 3$ dapat ditulis secara ringkas dengan notasi bilangan berpangkat atau notasi eksponen sebagai 34.

**Jadi, $3 \times 3 \times 3 \times 3 = 3^4$**

Notasi $3^4$ (dibaca : 3 pangkat 4 atau 3 eksponen 4) merupakan bentuk bilangan berpangkat. Bilangan 2 disebut bilangan pokok/bilangan dasar/basis, dan bilangan 4, yang ditulis agak ke atas, disebut pangkat atau eksponen.

Berdasarkan uraian di atas, bilangan pangkat bulat positif dapat didefinisikan sebagai berikut:

Jika a merupakan bilangan real tidak nol, dan n merupakan bilangan bulat, maka :

$$a^n = \underbrace{a \times a \times a \ldots \times a \times a \times a}_{\text{n faktor}}$$

**Keterangan:**

a : bilangan pokok atau basis

n : pangkat atau eksponen (n adalah bilangan asli > 1)

Jika n = 1, maka $a^n = a^1 = a$

Jika n = 0, maka $a^n = a^0 = 1$

**Sifat-sifat Berpangkat Bilangan Bulat Positif**

Jika a dan b adalah bilangan real dan p, q, dan r bilangan bulat positif, maka berlaku :

1) $a^p \times a^q = a^p + q$
2) $a^p : a^q = a^p - q$ dengan p > q dan a
3) $(a^p)^q = a^{pxq}$
4) $(axb)^n = a^n + b^n$
5) $(\frac{a}{b})^n = \frac{a^n}{b^n}$ dengan $b \neq 0$
6) $0^0 = 0$

**Contoh Soal:**

Tentukan hasil dari bentuk pangkat berikut !

a. $\frac{a^5}{a^3} = a2$

c. $\frac{3^4}{3^3} = 3$

e. $(\frac{3}{4})^2 =$

b. $(2 \times 5)^3$

d. $0^7 =$

**Jawab :**

a. $\frac{a^5}{a^3} = \frac{a \times a \times a \times a \times a}{a \times a \times a} = a(^{5-3}) = a^2$

b. $(2 \times 5)^3 = 2^3 \times 5^3$

c. $\frac{3^4}{3^3} = \frac{3 \times 3 \times 3 \times 3}{3 \times 3 \times 3} = 3(^{4-3}) = 3^1 = 3$

d. $0^7 = 0$

e. $(\frac{3}{4})^2 = \frac{3^2}{4^2}$

## Pangkat Bilangan Bulat Negatif

Setiap bilangan bulat negatif dapat diubah dalam bentuk bilangan bulat positif, dan sebaliknya bilangan bulat positif juga dapat diubah dalam bentuk bilangan bulat negatif.

Jika a merupakan bilangan real tidak nol, dan n merupakan bilangan bulat, maka :

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$$

**Keterangan :**
$a^{-n}$ disebut bilangan berpangkat bulat negatif

Karena bilangan bulat negatif tidak dapat diartikan sebagai hasil perkalian dari beberapa bilangan dengan faktor-faktor yang sama, maka bilangan berpangkat dengan pangkat bilangan bulat negatif, bukan merupakan bilangan berpangkat dalam arti yang sebenarnya. Oleh karena itu, bilangan berpangkat dengan pangkat bulat negatif sering disebut dengan bilangan tak sebenarnya.

Sifat-sifat yang berlaku pada bilangan berpangkat bulat positif juga berlaku pada bilangan berpangkat bulat negatif atau berpangkat nol, kecuali sifat **$0^n = 0$.**

**Contoh Soal:**

Rubahlah bilangan berpangkat bulat negatif berikut menjadi bilangan berpangkat bulat positif!

1. $3^{-2}$
2. $2 \times 4^{-2}$
3. $\frac{3}{k^{-5}}$
4. $(\frac{1}{3})^{-4}$
5. $\frac{1}{2a^{-5}}$

**Jawab:**

1. $3^{-2} = \frac{1}{3^2}$
2. $2 \times 4^{-2} = 2 \times \frac{1}{4^2} = \frac{2}{4^2}$
3. $\frac{3}{k^{-5}} = 3 \times k^5 = 3k^5$
4. $(\frac{1}{3})^{-4} = \frac{1}{(\frac{1}{3})^4} = 3^4$
5. $\frac{1}{2a^{-5}} = \frac{1}{2}a^5 = \frac{a^5}{2}$

## Pangkat Bilangan Nol

Untuk sembarang bilangan real tidak nol a, berlaku:

$a^0 = 1$, untuk a
$0^n = 0$, untuk n

**Keterangan:**
a bilangan real dan a ≠ 0 disebut

**Contoh Soal:**

Tentukanlah hasil dari bentuk-bentuk pangkat berikut!

1. $5^0$
2. $(-7)^0$
3. $(\frac{1}{3 + 2^3})^0$
4. $0^{-p}$

**Jawab:**

1. $5^0 = 1$
2. $(-7)^0 = 1$
3. $(\frac{1}{3 + 2^3})^0 = 1$
4. $0\text{-}p = \frac{1}{0^p}$ (tidak terdefinisi, karena pembagian dengan nol).

**Contoh Soal:**

Ubahlah soal berikut dalam bentuk pangkat positif!

1. $a^{-3}$
2. $5^2 \times 5^{-3}$
3. $(\frac{2x^3}{y})^{-2}$
4. $(2^{-2} + 2^{-1} + 2^0)\text{-}2$

**Jawab:**

1. $a^{-3} = \frac{1}{a^3}$
2. $5^{-2} \times 5^{-3} = 5^{-2(-3)} = 5^{-5} = \frac{1}{5^5}$
3. $(\frac{2x^3}{y})^{-2} = \frac{(2)^{-2}\,(x^3)^{-2}}{y^{-2}}$

   $= \frac{2^{-2}\,x^{-6}}{y^{-2}} = \frac{y^2}{4x^6}$
4. $(2^{-2} + 2^{-1} + 2^0)^{-2} = (\frac{1}{2^2} + \frac{1}{2} + 1)^{-2}$

   $= (\frac{1}{4} + \frac{2}{4} + \frac{4}{4})^{-2} = (\frac{7}{4})^{-2}$

   $= \frac{7^{-2}}{4^{-2}} = \frac{4^2}{7^2} = \frac{16}{49}$

## Pangkat Bilangan Pecahan

Setelah memahami konsep pangkat bulat positif, pangkat bulat negatif, selanjutnya akan diperluas pada konsep pangkat pecahan dan kaitan antara pangkat pecahan dengan bentuk akar. Kalian tentu masih ingat, bahwa bilangan pecahan adalah bilangan yang dapat dituliskan dalam bentuk $\frac{m}{n}$ , dengan m dan n adalah bilangan bulat dengan $n \neq 0$.

Dengan demikian, bilangan berpangkat dengan pangkat pecahan dapat dituliskan dalam notasi : $a^{\frac{m}{n}}$ dengan a bilangan real dan $a \neq 0$.

Misalkan a bilangan real tidak nol dan n bilangan bulat positif, maka pangkat pecahan $a^{\frac{m}{n}}$ sama dengan akar pangkat n dari bilangan $a^m$.

$$a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}$$

Dengan syarat : $\sqrt[n]{a^m}$ adalah bilangan real

**Contoh Soal:**

Ubahlah bentuk pangkat pecahan berikut menjadi bentuk akar!

1. $5^{\frac{2}{3}} = \sqrt[3]{5^2}$
2. $8^{\frac{1}{2}} = \sqrt[2]{5^1}$

Di atas telah dijelaskan bahwa bilangan pangkat bulat negatif dapat diubah ke dalam bentuk bilangan pangkat positif, dan sebaliknya. Pertanyaannya sekarang, apakah bilangan pangkat pecahan negatif juga dapat diubah menjadi bilangan pangkat pecahan positif, dan sebaliknya? Perhatikan uraian berikut!

Misalkan $a \in R$ dan $a \neq 0$, maka $a^{-\frac{m}{n}}$ adalah kebalikan dari $a^{\frac{m}{n}}$ atau sebaliknya ditulis :

$$a^{-\frac{m}{n}} = \frac{1}{a^{\frac{m}{n}}} \text{ atau } a^{\frac{m}{n}} = \frac{1}{a^{-\frac{m}{n}}}$$

Dari hubungan diatas menunjukkan bahwa tiap bilangan berpangkat pecahan negatif dapat diubah menjadi bilangan berpangkat pecahan positif, dan sebaliknya.



## Fungsi Eksponen dan Penerapannya

**1. Persamaan Eksponen Sederhana**

Setelah kalian mempelajari tentang bentuk pangkat atau eksponen, sekarang pembahasan akan diperluas tentang persamaan eksponen sederhana dan fungsi eksponen. Persamaan eksponen adalah persamaan yang eksponennya (pangkatnya) memuat perubah x atau persamaan yang bilangan pokoknya memuat perubah x. Persamaan eksponen itu sendiri ada dua bentuk, yaitu persamaan eksponen sederhana dan persamaan eksponen lanjut. Untuk tahapan ini, hanya akan membahas tentang persamaan eksponen sederhana. Persamaan eksponen sederhana maksudnya persamaan yang hanya menyamakan nilai basisnya dan langsung bisa menentukan penyelesaiannya.

Dari berbagai bentuk persamaan eksponen yang ada, cara penyelesaiannya bergantung pada bentuknya.

**a. Persamaan eksponen berbentuk $a^{f(x)} = a^p$**

Penyelesaian persamaan berbentuk $a^{f(x)} = a^p$ mengikuti aturan berikut :

Jika $a^{f(x)} = a^p$ ($a > 0$ dan $a \neq 1$), maka $a^{f(x)} = p$

**Contoh:**

Tentukan himpunan penyelesaian dari :

1. $3^{2+x} = 27$
2. $2^{3+2x} = 16$

**Jawab**:

1. $3^{2+x} = 27$

   $3^{2+x} = 3^3$

   $3^{2+x} = 3^3$

   $2 + x = 3$

   $x = 3 - 2 = 1$

   Jadi, himpunan penyelesaiannya adalah { 1 }
2. $2^{3+2x} = 2^4$

   $3 + 2x = 4$

   $2x = 4 – 3 = 1$

   $x = ½$

   Jadi, himpunan penyelesaiannya adalah { ½ }

**b. Persamaan eksponen berbentuk $a^{f(x)} = a^{g(x)}$**

Penyelesaian persamaan berbentuk $a^{f(x)} = a^{g(x)}$ mengikuti aturan berikut :

Jika $a^{f(x)} = a^{g(x)}$ ($a > 0$ dan $a \neq 1$), maka $f(x) = g(x)$

**Contoh soal:**

Tentukan himpunan penyelesaian dari :

1. $5^{x^2+7x+42} = 25^{12-x}$
2. $4^{x3} = \sqrt{8^{x+2}}$

**Jawab:**

1. $5^{x^2+7x+42} = 25^{12-x}$

   $5^{x^2+7x+42} = 5^{2(12-x)}$

   $5^{x^2+7x+42} = 5^{24-2x}$ (Basis sudah sama)

   Maka, $x^2 + 7x + 42 = 24-2x$ (yang sejenis dikelompokkan)

   $x^2 + 7x + 2x + 42 - 24 = 0$

   $x^2 + 9x + 18 = 0$ (difaktorkan)

   $(x +3) (x+6) = 0$

   $X = -3$ atau $x = -6$

   Jadi, himpunan penyelesaiannya adalah {-3, -6}

2. $4^{x-3} = \sqrt{8^{x+2}}$

   $2^{2(x-3)} = 2^{(3(½ (x+2))}$

   $2^{2x-6} = 2^{(3/2\ x+3)}$ (Basis sudah sama)

   $2x - 6 = \frac{3}{2}x + 3$

   $2x - \frac{3}{2}x = 3 + 6$

   $½x = 9$

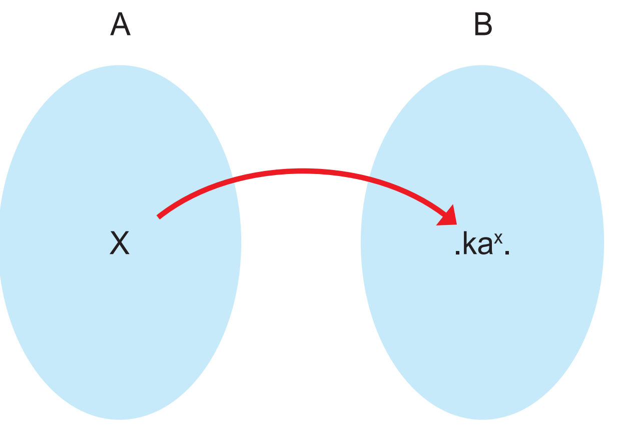
   $x = \frac{9}{½} = 9 \times \frac{2}{1} = 18$

   Jadi, himpunan penyelesaiannya adalah {18}

## 2. Fungsi Eksponen

Nah, kalian sudah paham tentang persamaan eksponen sederhana kan? Sekarang apa yang dimaksud dengan fungsi eksponen?.

Fungsi adalah sebuah relasi khusus yang mempunyai aturan tertentu. Fungsi yang memetakan setiap anggota himpunan A dengan tepat satu anggota himpunan B disebut fungsi dari A ke B yang ditulis $f : A \rightarrow B$. Apakah setiap $x \in A$ tepat memiliki pasangan di $\in B$ ? Perhatikan gambar berikut!




*Gambar 1.2 Diagram panah yang menjelaskan suatu fungsi*

Pada gambar di atas tampak bahwa setiap bilangan real *x* dipetakan dengan tepat ke bilangan real $ka^x$, dengan *k* konstanta. Dengan demikian fungsi *f* memetakan $x \in A$ ke $ka^x$ atau $f : x \rightarrow ka^x$. Aturan fungsi *f* sering ditulis dengan notasi $y = f(x) = ka^x$ dengan *x* variabel bebas dan *a* merupakan bilangan pokok (basis), dengan $a > 0$ dan $a \neq 1$. Fungsi seperti ini disebut dengan fungsi eksponen. Secara umum, pengertian fungsi eksponen dapat dituliskan sebagai berikut:

> Fungsi eksponen adalah sebuah fungsi yang memetakan setiap *x* anggota himpunan bilangan real dengan tepat satu anggota bilangan real $ka^x$, dengan *k* suatu konstanta dan *a* bilangan pokok (basis) dengan $a > 0$ dan $a \neq 1$.

**Contoh fungsi eksponen:**

1. $f(x) = 3^x$
2. $f(x) = 4^{2x}$
3. $f(x) = (\frac{1}{3})^x$

## 3. Grafik Fungsi Eksponen

Grafik fungsi eksponen dapat dibuat dengan bantuan nilai fungsi. Untuk lebih memahami tentang grafik fungsi eksponen, perhatikan contoh berikut.

**Contoh:**

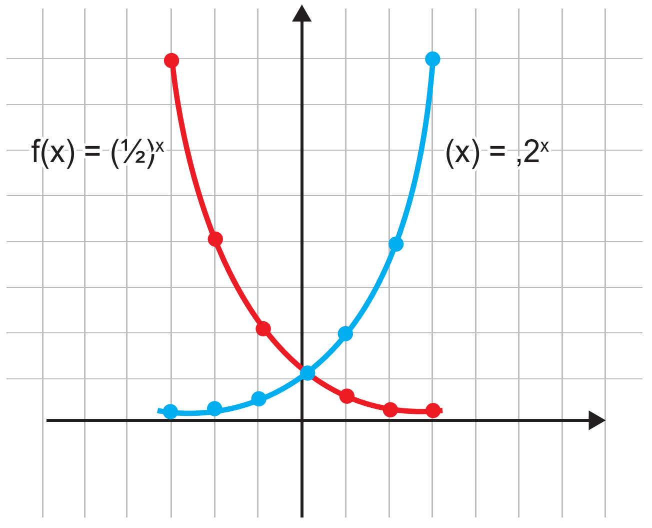
Gambarlah grafik fungsi eksponen $f(x) = 2^x$ dan $f(x) = (½)^x$

**Jawab:**

Mula-mula dibuat tabel nilai fungsi berikut:

| x | -3 | -2 | -1 | 0 | 1 | 2 | 3 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $f(x) = 2^x$ | 1/8 | 1/4 | 1/2 | 1 | 2 | 4 | 8 |
| $f(x) = (½)^x$ | 8 | 4 | 2 | 1 | 1/2 | 1/4 | 1/8 |

Dari tabel di atas, kemudian dibuat grafik sebagai berikut :




*Gambar 1.3 Grafik fungsi eksponen*

Berdasarkan grafik tersebut dapat disimpulkan bahwa:

- Fungsi eksponen $f(x) = a^x$ dengan $a > 1$ merupakan fungsi naik (kurva bergerak ke atas)
- Fungsi $f(x) = a^x$ dengan $0 < a < 1$ merupakan fungsi turun (kurva bergerak turun).

**4. Penerapan Fungsi eksponen**

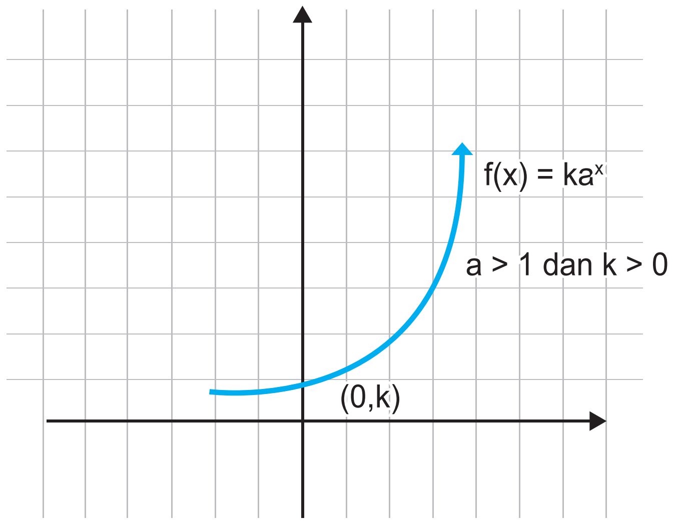
Pertumbuhan dan penyusutan yang terjadi dalam kehidupan sehari-hari tidak hanya bersifat linear atau kuadratis.

a. **Pertumbuhan (Pertambahan)**

Konsep pertumbuhan atau pertambahan secara eksponensial sering kita jumpai dalam kehidupan sehari-hari, misalnya pertumbuhan penduduk, pertumbuhan keuangan perusahaan, perhitungan sistem angsuran dalam kredit barang, perbankan dan sistem asuransi.



Perhatikan gambar berikut :




*Gambar 1.4 Grafik pertumbuhan (fungsi monoton naik)*

Amatilah grafik 1.4 di atas. Pada gambar tersebut tampak bahwa jika x bertambah, maka nilai $f(x) = y = ka^x$ juga makin besar. Jika suatu grafik pertumbuhan atau pertambahan mempunyai bentuk grafik seperti pada gambar tersebut, dapat dikatakan bahwa grafik pertumbuhan atau pertambahan itu merupakan grafik fungsi eksponensial.

Pertumbuhan secara eksponensial dapat dituliskan dalam fungsi $f(x) = y = ka^x$ dengan $a = p + 1$ dan nilai $p > 0$. Nilai p di sini menyatakan laju pertumbuhan. Jika $a = P + 1$, $k > 0$, dan $p > 0$, maka fungsi eksponen $f(x) = y = ka^x$ dapat dinyatakan dalam bentuk sebagai berikut.

$$f(x) = k(p + 1)^x$$

Untuk lebih memahami tentang pertumbuhan (Pertambahan), perhatikan contoh berikut.

**Contoh Soal:**

Sony menabung sebesar Rp 500.000,00 di suatu bank selama 3 tahun dengan bunga majemuk sebesar 10% per tahun. Pada setiap akhir tahun bunga pada tahun yang bersangkutan ditambahkan dengan uang yang tersimpan sehingga seluruhnya menjadi modal awal tahun berikutnya. Berapa jumlah uang Sony pada akhir tahun ke-3?

**Jawab:**

Misalkan uang Sony yang ditabung dinyatakan dengan $M_0$

Bunga majemuk bank dinyatakan dengan bilangan decimal $i$

Waktu penyimpanan = $t$ tahun

Uang Sony pada akhir tahun ke-*t* dinyatakan : $M_t$

Bunga yang diberikan oleh Bank adalah bunga majemuk, maka uang Sony pada akhir tahun ke-*t* tumbuh secara eksponensial dengan besar :

$$M_t = M_0 (1 + i)^t$$

**Diketahui:** $M_0$ = Rp 500.000,00

$i$ = 10%

$t$ = 3 tahun

**Ditanyakan:** $M_t$

$M_t = M_0 (1 + i)^t$

$M_t = 500.000 (1 + 0,1)^3$

$M_t = 500.000 (1,1)^3$

$M_t = 500.000 (1,331)$

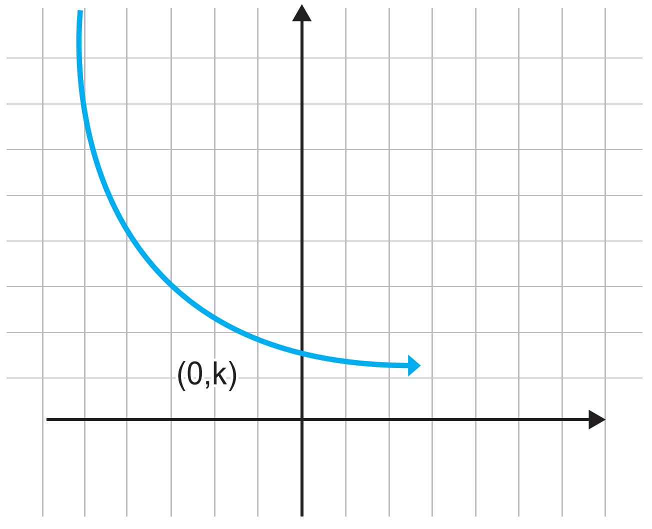
$M_t = 665.500$

Jadi, besarnya uang Sony pada akhir tahun ke-3 adalah Rp 665.500,00.

b. **Peluruhan (Pengurangan atau Penyusutan)**

Contoh penyusutan yang terjadi secara eksponensial adalah peluruhan zat radioaktif, kadar pestisida,

Perhatikan grafik fungsi eksponen $f(x) = ka^x$ dengan k > 0 dan 0 < a < 1 berikut :




*Gambar 1.5 Grafik peluruhan (fungsi monoton turun)*

Pada grafik tersebut terlihat bahwa grafik fungsi eksponen $f(x) = ka^x$ dengan k > 0 dan 0 < a < 1 merupakan fungsi monoton turun. Dengan kata lain, jika x bertambah, nilai $f(x) = ka^x$ makin berkurang. Secara umum Penyusutan atau peluruhan secara eksponensial dapat dituliskan dengan rumus fungsi berikut :

$$f(x) = ka^x \text{ dengan } a = 1 - p$$

Secara umum, jika a = 1-p, k > 0 dan 0 < a < 1 maka fungsi eksponen $f(x) = ka^x$ dapat dinyatakan dalam bentuk berikut :

$$f(x) = k(1 - p)^x$$

Untuk lebih memahami tentang peluruhan (pengurangan atau penyusutan), perhatikan contoh berikut.

**Contoh Soal:**

Pada pukul 08.00 pagi massa suatu zat radioaktif adalah 0,2 kg. Apabila diketahui laju peluruhan zat radioaktif tersebut 10% setiap jam, hitunglah sisa zat radioaktif itu pada pukul 14.00 siang?

**Jawab:**

Misalkan massa zat radioaktif pada pukul 08.00 ditulis dengan notasi $P_0$

Laju peluruhan *p*

Waktu peluruhan *t*

Sisa zat radioaktif pada waktu *t* dinyatakan $P_t$

Maka, rumus untuk peluruhan zat radioaktif itu dapat dituliskan sebagai :

$$P_t = P_0 (1 - p)t$$

Dari soal di atas, dapat diperoleh :

**Diketahui:** $P_0$ = 0,2 kg

$p$ = 10%

$t$ = 14.00 - 08.00 = 4 jam

**Ditanya:** $P_t$

**Dijawab:** $P_t = P_0 (1-p)^t$

$P_t = 0,2\ (1 - 0,1)^4$

$P_t = 0,2\ (0,9)^4 = 0,2\ (0,6561)$

$P_t = 0,13122$

Jadi, sisa zat radioaktif pada pukul 14.00 adalah 0,13122 kg = 131,22 gram.

## PENUGASAN

Pada unit 1. “Angsuran Pinjaman”, meliputi beberapa kajian materi meliputi :

**Tujuan:**

Pada pembelajaran ini memiliki tujuan penugasan agar peserta didik dapat:

1. Menemukan konsep bentuk pangkat dan sifat-sifatnya dari kehidupan sehari-hari
2. Menggunakan konsep bentuk bilangan berpangkat dengan (pangkat bulat positif, negative dan nol) dalam penyelesaian masalah sehari-hari
3. Menyederhanakan bentuk aljabar yang memuat bilangan berpangkat
4. Menyelesaikan permasalahan kehidupan sehari-hari yang melibatkan bentuk bilangan berpangkat dengan prosedur dan strategi sesuai karakteritik masalah

**Alat dan bahan yang digunakan:**

1. Lingkungan sekitar (masyarakat)
2. Kertas grafik (Buku kotak kecil)
3. Buku, internet, koran, majalah, dll
4. Penggaris, alat tulis

**Langkah-langkah Kegiatan:**

a. Kegiatan 1.1. Penggunaan Konsep Bentuk Pangkat dan Sifat-sifatnya
Untuk mengetahui bagaimana menggunakan konsep bentuk pangkat dan sifat-sifatnya pelajari dan kaji permasalahan berikut ini.

**Masalah 1.1:**

Kenali dan Gunakan Bentuk Pangkat

Baca dan cermati uraian materi di atas! kemudian amati kejadian sehari-hari di sekitar kalian yang termasuk penerapan bentuk pangkat atau eksponen, Berikan 5 contoh penerapan tersebut kemudian rubahlah dalam bentuk pangkat!



**Alternatif Jawaban:**

Alternatif jawaban Kenali dan Gunakan Bentuk Pangkat

Banyak sekali kegiatan sehari-hari yang dapat dijadikan contoh penggunaan atau penerapan bentuk pangkat dalam kehidupan sehari-hari, misalnya :

1. Uang dalam Jual beli
2. Jarak
3. Luas, keliling, ukuran suatu bangunan, tanah, dll.
4. Angsuran pinjaman/kredit
5. Berat

b. Kegiatan 1.2. Menyelesaikan permasalahan bentuk bilangan berpangkat
Untuk mengetahui bagaimana menyelesaikan permasalahan kehidupan sehari-hari yang melibatkan bentuk bilangan berpangkat dengan prosedur dan strategi sesuai karakteritik masalah, pelajari dan kaji permasalahan berikut ini.

**Masalah 1.2a:**

Menggambar Grafik Fungsi Eksponen dengan $a > 1$

Gambarlah grafik fungsi $(x) = 2^x$. dan $f(x) = 4^x$, kemudian apa yang dapat kalian simpulkan!

**Alternatif Jawaban:**

Menggambar grafik fungsi dengan langkah-langkah berikut :

1. Membuat tabel nilai fungsi

| x | $f(x) = 2^x$ | $f(x) = 4^x$ |
|---|---|---|
| -3 | | |
| -2 | | |
| -1 | | |
| 0 | | |
| 1 | | |
| 2 | | |
| 3 | | |

2. Menggambar setiap titik (x, (x)) dari kedua fungsi tersebut dalam satu bidang cartesius, kemudian hubungkan titik-titik tersebut menjadi kurva mulus.
3. Mencermati grafik yang telah dibuat, untuk menjawab pertanyaan berikut:
   (a) Apakah kedua grafik memotong sumbu Y? Jika ya, tentukan titik potongnya
   (b) Apakah kedua fungsi tersebut fungsi naik atau fungsi turun?
   (c) Jika nilai x semakin besar, apakah nilai fungsi semakin besar atau semakin turun?
   (d) Menarik kesimpulan

**Masalah 1.2.b:**

Diskusi

1. Pada awal tahun 2010, Anton menabung di bank sebesar Rp 1.000.000,00 dengan bunga majemuk sebesar 7% per tahun. Berapa jumlah uang Anton di akhir tahun 2015?
2. Sejak tahun 2000, setiap awal tahun Jovita selalu menabung sejumlah uang ke bank dengan bunga majemuk 6% per tahun. Jumlah tabungan dan bunga yang ia terima pada akhir tahun 2012 sebesar Rp 1.000.000,00. Berapa uang yang ditabung Jovita setiap tahunnya?

## LATIHAN

**Kerjakanlah soal berikut dengan jelas dan benar!**

Lukislah grafik fungsi :

1. $f(x) = 3^x + 1$
2. $f(x) = (\frac{1}{5})^x$
3. $h(x) = -2^x$
4. $g(x) = 5^x - 2$

**Tentukan himpunan penyelesaian setiap persamaan eksponen berikut!**

5. $5^{x+1} = 25\sqrt{5}$
6. $32^{2x-3} = \frac{1}{8}$
7. $7^{x2+x-6} = (\frac{1}{49})^{x-2}$

**Kerjakan soal berikut!**

8. Modal sebesar Rp 250.000,00 disimpan di bank dengan bunga majemuk 2% per bulan. Tentukan berapa besar modal tersebut setelah setengah tahun.
9. Waktu paruh sebuah unsur radioaktif adalah 2 hari. Berapa lama diperlukan oleh 64 g unsur ini untuk meluruh menjadi tinggal 2 g?
10. Suatu unsur radioaktif memiliki waktu paruh 4 jam. Setelah meluruh setelah 20 jam, massanya tinggal 5 gram, maka massa awal zat tersebut adalah ....



# UNIT 2 SUKU BUNGA

Sebelum mempelajari fungsi logaritma, perlu diingat kembali tentang pengertian dan sifat-sifat operasi logaritma.

## Pengertian Logaritma

Secara umum, pengertian operasi logaritma dituliskan sebagai berikut :

$^{g}\log a = p$ jika dan hanya jika $a = g^p$, dimana $g > 0$, $g \neq 1$, dan $a > 0$

Bilangan g disebut bilangan pokok logaritma (Basis), sedangkan a disebut numerus atau bilangan yang dicari nilai logaritmanya. Hasil dari logaritma bilangan a adalah p yang merupakan eksponen dari g.

Logaritma dari suatu bilangan c dengan bilangan pokok a adalah suatu bilangan b yang memangkatkan a sehingga diperoleh hasil sama dengan c dan dinyatakan dengan:

Jika $^{a}\log x = n$ maka $x = a^n$

**Keterangan:**

- a dinamakan bilangan pokok (basis) logaritma dengan $a < 0$ dan $a \neq 1$. Apabila bilangan pokok a tidak ditulis, berarti bilangan pokok logaritma adalah 10 (sistem desimal).
- c dinamakan numerus, yaitu bilangan yang ditarik ligaritmanya, disyaratkan $c > 0$
- b dinamakan hasil logaritma atau pangkat pada $a^b$. Nilai dapat positif, dapat negatif atau nol.

Pernyataan $^{3}\log x$ dibaca "logaritma dari bilangan x dengan bilangan pokok atau basis logaritma 3 ". Pengertian di atas dinyatakan dengan $^{3}\log x = n$ jika dan hanya jika $x = 3^n$.

## Hubungan Bentuk Akar dan Pangkat Bilangan

Logaritma merupakan balikan atau invers dari operasi eksponensial, maka fungsi logaritma juga berkaitan dengan fungsi eksponen.

## Sifat-sifat Logaritma dan Operasi Aljabar Logaritma

Jika sifat-sifat tentang perpangkatan dinyatakan dengan bentuk logaritma, maka sering dinyatakan sebagai sifat-sifat logaritma.

1. ${}^a\log p.q = {}^a\log p + {}^a\log q$
2. ${}^a\log b \text{ x } b\log c = {}^a\log c$
3. ${}^a\log \frac{p}{q} = {}^a\log p - {}^a\log q$
4. ${}^a\log b = \frac{1}{{}^b\log a}$
5. ${}^a\log \frac{p}{q} = -\,{}^a\log \frac{q}{p}$
6. ${}^a\log b^p = p.\,{}^a\log b$
7. ${}^{a^p}\log b = \frac{1}{p}\,{}^a\log b$
8. ${}^a\log a^p = p$
9. $a^{{}^a\log m} = m$
10. ${}^p\log m = \frac{{}^a\log p}{{}^a\log q}$

**Contoh Soal:**

Sederhanakan soal-soal berikut !

1. ${}^2\log 4 + {}^2\log 8$
2. ${}^2\log 40 - {}^2\log 10$
3. ${}^3\log \frac{1}{9} + {}^3\log 27$
4. ${}^2\log 25 - {}^3\log 5 + \log 20$
5. Jika log 2 = a, nyatakan logaritma-logaritma di bawah ini dalam a!
   a. ${}^2\log 9$
   b. ${}^8\log 3$
   c. ${}^3\log 2$
   d. ${}^3\log 4$



**Jawab:**

1. ${}^2\log 4 + {}^2\log 8 = {}^2\log (4\times8)$
$= {}^2\log 32$
$= {}^2\log 2^5$
$= 5 \times {}^2\log 2$
$= 5 \times 1 = 5$

2. ${}^2\log 40 - {}^2\log 10 = {}^2\log\left(\frac{40}{10}\right)$
$= {}^2\log 4$
$= {}^2\log 2^2$
$= 2 \times {}^2\log 2 = 2 \times 1 = 2$

3. $3\log \frac{1}{9} + 3\log 27 = {}^3\log\left(\frac{1}{9} x\ 27\right)$
$= {}^3\log 3 = 1$

4. ${}^2\log 25 - {}^3\log 5 + \log 20 = \log 25^2 - \log 5^3 + \log 20$
$= \log\left(\frac{25^2}{5^3}\right) + \log 20$
$= \log\left(\frac{25^2}{5^3} x\ 20\right) = \log 100 = 2$

5. Jika ${}^2\log 3$ = a, nyatakan logaritma-logaritma di bawah ini dalam a!

a. ${}^2\log 9 = {}^2\log 3^2$
$= 2 \text{ x } {}^2\log 3 = 2 \text{ x } a = 2a$

b. ${}^8\log 3 = \frac{\log 3}{\log 8} = \frac{\log 3}{\log 2^3}$
$= \frac{1}{3}\ \frac{\log 3}{\log 2} = \frac{1}{3}\ {}^2\log 3 = \frac{1}{3}\ a$

c. ${}^3\log 2 = \frac{1}{{}^2\log 3} = \frac{1}{a}$

d. ${}^3\log 4 = {}^2\log 2^2$
$= 2 \times {}^2\log 2 = 2 \times \frac{1}{a} = \frac{2}{a}$

## Fungsi Logaritma

### 1. Pengertian Fungsi Logaritma

Sebagaimana halnya pada pengertian logaritma di atas, fungsi logaritma merupakan fungsi invers (balikan) dari fungsi eksponen. Pengertian fungsi logaritma adalah :

> Fungsi logaritma adalah fungsi yang memetakan x bilangan real dengan aturan $f(x) = {}^a\log x$. Aturan fungsi ini juga dapat dituliskan :
>
> $f : x \rightarrow {}^a\log x$, dengan $a > 0$, $a \neq 1$ dan $x > 0$

**Keterangan:**

a) Domain fungsi f adalah $Df = \{x \mid x > 0, x \in R\}$
b) a adalah bilangan pokok (basis) dimana $a > 0$, $a \neq 1$
c) Range fungsi f adalah $Rf = \{y \mid -\infty < y < \infty, y \in R\}$

### 2. Grafik Fungsi Logaritma

Cara membuat grafik fungsi logaritma $f(x) = {}^a\log x$ adalah :

Membuat tabel hubungan antara x dengan $y = f(x) = {}^a\log x$

Menggambar titik-titik yang diperoleh pada langkah 1) dan kemudian menghubungkannya dengan kurva mulus. Maka akan diperoleh grafik yang dimaksud.

**Catatan:**

Sebagaimana fungsi eksponen, fungsi logaritma $f(x) = {}^a\log x$ dengan $a > 1$ merupakan fungsi monoton naik.

Grafik fungsi logaritma dibedakan menjadi dua yaitu :

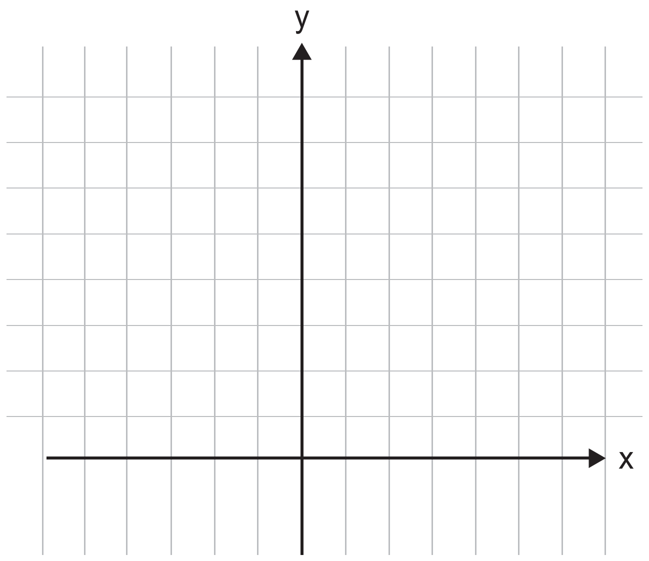
a) Grafik fungsi logaritma dengan basis lebih besar daripada Satu
Untuk lebih memahaminya, lengkapilah titik-titik berikut.

Gambarlah grafik fungsi logaritma $f(x) = {}^3\log x$.

Untuk mempermudah membuat grafik, dibuat tabel pasangan koordinat berikut:

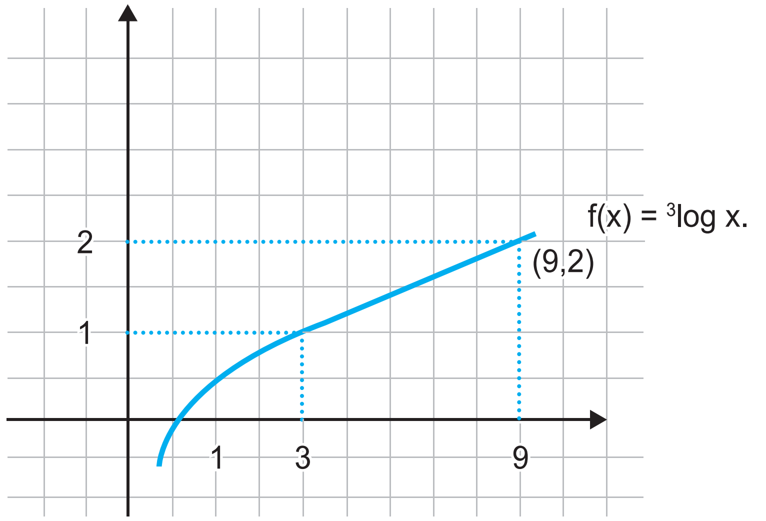
| x | …. | 27 | 9 | 3 | 1 | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| f(x) | | | | | | | | | |
| (x,f(x)) | ( , ) | ( , ) | ( , ) | ( , ) | ( , ) | ( , ) | ( , ) | ( , ) | ( , ) |

Gambarlah pasangan koordinat titik (x,y) yang telah diperoleh itu dalam bidang kartesius yang tersedia di bawah ini. Hubungkan titik-titik itu dengan sebuah kurva mulus sehingga kalian peroleh grafik fungsi $f(x) = {}^3\log x$.




*Gambar 1.6 Diagram Kartesius*

Apakah gambar yang kalian peroleh seperti pada gambar grafik berikut?




*Gambar 1.7 Grafik fungsi logaritma*

Dari gambar tersebut dapat diketahui bahwa, jika nila x makin besar maka nilai y juga makin besar. Hal ini dapat dituliskan sebagai berikut :

> Jika $x_1 < x_2$ maka ${}^a\log x_1 < {}^a\log x_2$, untuk $a > 0$

Dengan demikian f(x) = ${}^{a}\log x$ merupakan fungsi monoton naik untuk a > 0.

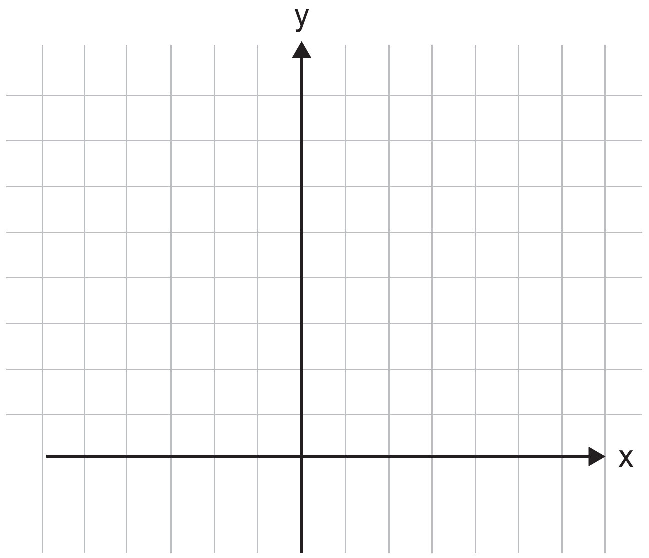
**b) Grafik fungsi logaritma dengan basis antara nol dan satu**

Sama dengan langkah mengambar grafik di atas, kita akan menggambarkan grafik fungsi f(x) = ${}^{\frac{1}{3}}\log x$.

Membuat tabel pasangan koordinat titik-titik.

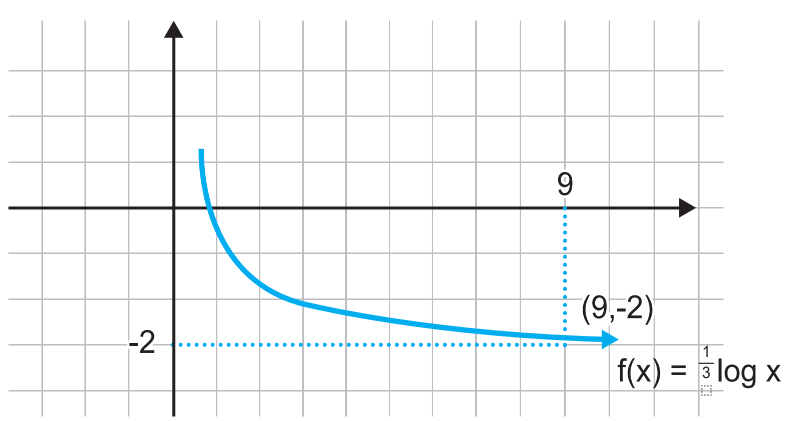
| x | .... | | 1 | 3 | 9 | 27 | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| f(x) | | | | | | | | | |
| (x,f(x)) | ( , ) | ( , ) | ( , ) | ( , ) | ( , ) | ( , ) | ( , ) | ( , ) | ( , ) |

Menggambar pasangan koordinat titik (x,y) yang telah diperoleh dalam bidang kartesius.




*Gambar 1.8 Diagram Kartesius*

Menghubungkan titik-titik tersebut dengan sebuah kurva mulus sehingga diperoleh grafik fungsi f(x) = ${}^{\frac{1}{3}}\log x$. Apakah grafik yang kalian peroleh seperti ini?




*Gambar 1.9 Grafik fungsi logaritma*



Dari grafik fungsi tersebut dapat disimpulkan bahwa jika nilai x semakin besar, maka f(x) = ${}^{\frac{1}{3}}\log x$ semakin kecil. Secara umum dapat dituliskan sebagai berikut :

Jika $x_1 < x_2$ maka ${}^{a}\log x_1 > {}^{a}\log x_2$, untuk $0 < a < 1$

Berdasarkan pertidaksamaan itu, dapat dikatakan bahwa grafik fungsi logaritma f(x) = ${}^{a}\log x$, dengan 0 < a < 0 merupakan grafik fungsi monoton turun.

**3. Sifat-sifat Fungsi Logaritma f(x) = ${}^{a}\log x$,dengan a ≠ 1**

Setelah kalian mempelajari tentang grafik fungsi logaritma, diketahui sifat-sifat fungsi logaritma sebagai berikut :

a. Selalu memotong sumbu X di titik (1,0)
b. Merupakan fungsi kontinu
c. Tidak pernah memotong sumbu Y sehingga dikatakan sumbu Y sebagai asimtot tegak
d. f merupakan fungsi naik jika a>1 , merupakan fungsi turun jika 0<a<1
   Grafik fungsi f(x) = ${}^{a}\log x$ dan f(x) = ${}^{\frac{1}{a}}\log x$ simetris terhadap sumbu X.

**4. Aplikasi Fungsi Logaritma**

Konsep dan fungsi logaritma sangat bermanfaat dalam kehidupan sehari-hari. Dalam ilmu kimia, logaritma digunakan untuk menentukan kadar keasaman suatu larutan. Dalam ilmu fisika logaritma digunakan untuk menentukan taraf intensitas suatu bunyi. Logaritma juga digunakan untuk menentukan besarnya skala Richter yang biasa digunakan dalam satuan skala besarnya kegempaan. Fungsi logaritma juga bisa digunakan dalam ilmu perbankkan, yaitu untuk menghitung besarnya bunga majemuk. Penghitungan bunga majemuk termasuk fungsi pertumbuhan (monoton naik).

Pada unit 1 telah dibahas tentang fungsi eksponen yang disajikan dalam subtema angsuran pinjaman, nah sekarang bagaimana caranya jika kita ingin mengetahui kapan angsuran pinjaman kita selesai, berapa suku bunga yang diberikan bank, dan butuh berapa periode kita mengangsur pinjamanan? Untuk dapat menjawab itu semua, perhatikan baik-baik uraian materi berikut.

**Apa sih bunga majemuk itu?**

Kalian tentu sudah mengerti bahwa jika seseorang menyimpan uang di bank dalam periode tertentu pasti akan mendapat bunga, dan jika bunga tersebut tidak diambil, maka bunga tersebut bersama-sama dengan modal awal akan menjadi modal baru yang akan berbunga lagi pada periode berikutnya. Bunga yang diperoleh akan lebih besar dari bunga periode sebelumnya. Nah, proses bunga berbunga ini disebut bunga majemuk.

Sebagai contoh, Beril meminjam uang di bank untuk modal usaha sebesar Rp 50.000.000,00 dengan bunga majemuk 2% dengan lama pinjaman 4 tahun. Beril mendapatkan tabel rincian pinjamannya yang harus dibayarkan di akhir tahun keempat sebagai berikut :

| Tahun | Bunga | Pinjaman |
|---|---|---|
| 0 | 0 | Rp 50.000.000,00 |
| 1 | Rp 1.000.000,00 | Rp 51.000.000,00 |
| 2 | Rp 1.020.000,00 | Rp 52.020.000,00 |
| 3 | Rp 1.040.400,00 | Rp 53.060.400,00 |
| 4 | Rp 1.061.208,00 | Rp 54.121.608,00 |

Dari tabel tersebut, terlihat bahwa bunga terus bertambah setiap tahunnya/periodenya, yang diperoleh dari mengalikan suku bunga ( i ) dengan besarnya modal pada periode sebelumnya. Perhitungannya sebagai berikut :

Modal sebelumnya = Rp 50.000.000,00

Bunga tahun/periode I = 3% × Rp 50.000.000,00 = Rp 1.000.000,00

Modal periode I = Rp 50.000.000,00 + Rp 1.000.000,00

= Rp 51.000.000,00

Bunga tahun/periode II = 3% × Rp 51.000.000,00 = Rp 1.020.000,00

Modal periode II = Rp 51.000.000,00 + Rp 1.020.000,00

= Rp 52.020.000,00

Begitu seterusnya.

Selain menghitung secara manual seperti di atas, menghitung besarnya bunga majemuk dapat dilakukan dengan fungsi eksponen, yang sudah kita bahas di unit 1. Selain dengan hitungan manual seperti uraian diatas, atau dengan fungsi eksponen, suku Bunga bank juga dapat dihitung dengan menggunakan logaritma. Kita dapat menggunakan logaritma untuk menentukan waktu yang diperlukan untuk menaikkan tabungan awal menjadi suatu jumlah tertentu.

Dalam bunga majemuk dengan tabungan awal $M_o$ pada bunga i per tahun, maka jumlah tabungan setelah waktu penyimpanan t tahun ($M_t$) dapat dirumuskan sebagai berikut :

$M_t = M_0 (1 + i)^t$ Bunga majemuk dihitung t tahun
$M_t = M_0 (1 + i)$ Bunga sederhana (untuk satu tahun)



**Contoh Soal:**

Bu Sinta memiliki tabungan di suatu bank sejumlah Rp 5.000.000,00 dengan bunga majemuk 5% per tahun. Tentukan waktu yang diperlukan agar tabungan Bu Sinta menjadi dua kali lipat.

**Jawab:**

Diketahui : $M_o$ = Rp 5.000.000,00

i = 5% = 0,05

n = 2

$M_t$ = 10.000.000

Ditanya : Lama menabung = t = ....

Dijawab : Digunakan rumus $M_t = M_0 (1 + i)^t$

Sifat logaritma yang digunakan $\log a^n = n \times \log a$

$10.000.000 = 5.000.000 (1 + 0,05)^t$

$10.000.000 = 5.000.000 (1,05)^t$

$(1,05)^t = \frac{10.000.000}{5.000.000} = 2$ (gunakan sifat logaritma)

$\log (1,05)^t = \log 2$

$t \times \log (1,05) = \log 2$

$t = \frac{\log 2}{\log 1,05}$ (Gunakan kalkulator atau tabel logaritma)

$t = 14,04$

Jadi, tabungan Bu Sinta akan menjadi dua kali lipat setelah 14,04 tahun.

## PENUGASAN

Pada unit 2. “Suku Bunga”, meliputi beberapa kajian materi meliputi :

**Tujuan:**

Pada pembelajaran ini memiliki tujuan penugasan agar peserta didik dapat:

1. Menemukan konsep logaritma dan sifat-sifatnya dari kehidupan sehari-hari
2. Menggunakan konsep logaritma dalam penyelesaian masalah sehari-hari

3. Menyederhanakan bentuk logaritma yang memuat bilangan berpangkat
4. Menyelesaikan permasalahan kehidupan sehari-hari yang melibatkan bentuk logaritma dengan prosedur dan strategi sesuai karakteritik masalah

**Alat dan Bahan yang digunakan:**

1. Lingkungan sekitar (masyarakat)
2. Kertas grafik (Buku kotak kecil)
3. Buku, internet, koran, majalah
4. Penggaris, alat tulis

**Langkah-langkah Kegiatan:**

a. Kegiatan 1.1. Penggunaan Konsep logaritma dan Sifat-sifatnya
Untuk mengetahui bagaimana menggunakan konsep logaritma dan sifat-sifatnya pelajari dan kaji permasalahan berikut ini.

**Masalah 1.1:**

Menyatakan bentuk pangkat ke bentuk logaritma

Nyatakan dalam bentuk perpangkatan yang ekuivalen dengan bentuk logaritma pada soal-soal berikut :

1. ${}^{4}\log 64 = 3$
2. ${}^{5}\log x = 2$
3. ${}^{4}\log 16 = a$
4. ${}^{x}\log 32 = 5$

**Alternatif Jawaban:**

Untuk dapat menyelesaikan soal-soal tersebut, gunakan pengertian dan sifat logaritma, yaitu: ${}^{g}\log a = p$ jika dan hanya jika $a = g^{p}$

b. Kegiatan 1.2. Menggambar Grafik Fungsi Logaritma
Untuk mengetahui bagaimana cara menggambar grafik fungsi logaritma yang benar dan efektif, pelajari dan praktekkan !

**Masalah 1.2.a:**

Gambarlah grafik fungsi logaritma berikut :

1. $f(x) = {}^{4}\log x$
2. $f(x) = {}^{2}\log (2x - 3)$

**Alternatif Jawaban:**

Menggambar grafik fungsi dengan langkah-langkah berikut :

1. Membuat tabel nilai fungsi
2. Menggambar setiap titik ($x$, ($x$)) di bidang cartesius, kemudian hubungkan titik-titik tersebut menjadi kurva mulus.

**Masalah 1.2.b:**

Menggambar Grafik Fungsi Logaritma 0 < a >1

Gambarlah grafik fungsi logaritma berikut :

1. $f(x) = {}^{\frac{1}{5}}\log x$
2. $f(x) = {}^{\frac{1}{2}}\log (x + 1)$

**Alternatif Jawaban:**

Menggambar grafik fungsi dengan langkah-langkah berikut :

1. Membuat tabel nilai fungsi
2. Menggambar setiap titik ($x$, ($x$)) di bidang cartesius, kemudian hubungkan titik-titik tersebut menjadi kurva mulus.
3. Mencermati grafik yang telah dibuat, untuk menjawab pertanyaan berikut:
   (a) Apakah kedua grafik memotong sumbu Y? Jika ya, tentukan titik potongnya
   (b) Apakah kedua fungsi tersebut fungsi naik atau fungsi turun?
   (c) Jika nilai x semakin besar, apakah nilai fungsi semakin besar atau semakin turun?
   (d) Menarik kesimpulan

**Masalah 1.2.c:**

Menggambar Grafik Fungsi Logaritma dalam satu koordinat

Diskusi: Gambarlah grafik fungsi $f(x) = 5^{x}$ dan $g(x) = {}^{5}\log x$ dalam satu koordinat. Amati dan kemudian apa yang dapat kalian simpulkan!

**Alternatif Jawaban:**

Menggambar grafik fungsi dengan langkah-langkah berikut :

1. Membuat tabel nilai fungsi
2. Menggambar setiap titik (x, (x)) dan (x, g(x)) di satu bidang cartesius, kemudian hubungkan titik-titik tersebut menjadi kurva mulus, sehingga nanti ada dua kurva.
3. Mencermati grafik yang telah dibuat, untuk menjawab pertanyaan berikut:
   (a) Apakah kedua grafik memotong sumbu Y? Jika ya, tentukan titik potongnya

(b) Apakah kedua fungsi tersebut fungsi naik atau fungsi turun?
(c) Jika nilai x semakin besar, apakah nilai fungsi semakin besar atau semakin turun?
(d) Menarik kesimpulan

c. Kegiatan 1.3. Menyelesaikan masalah sehari-hari yang berkaitan dengan fungsi logaritma
Untuk mengetahui bagaimana menyelesaikan permasalahan kehidupan sehari-hari yang melibatkan fungsi logaritma dengan prosedur dan strategi sesuai karakteritik masalah, pelajari dan kaji permasalahan berikut ini!

**Masalah 1.3:**

Menentukan Lama Waktu Menabung

1. Uang sejumlah Rp 10.000.000,00 ditabung dengan bunga majemuk 4% per tahun. Tentukan waktu yang diperlukan agar tabungan tersebut menjadi Rp 40.000.000,00 .
2. Dinda menabung di bank sebesar Rp 1.000.000,00 dengan bunga majemuk 20% per tahun. Berapa tahunkah uang tersebut ditabung agar uangnya menjadi Rp 2.488.320,00?

**Alternatif jawaban:**

Untuk menyelesaikan soal tersebut, digunakan rumus bunga majemuk, yaitu $M_t = M_\theta(1 + i)^t$ dan menggunakan sifat fungsi logaritma $\log a^n = n \times \log a$.

## LATIHAN

**Tentukan himpunan penyelesaian dari soal berikut!**

1. Nilai x yang memenuhi persamaan ${}^{10}\log (2 \times -5) = {}^{10}\log (x + 3)$
2. ${}^{6}\log (x + 2) – {}^{6}\log (x – 3) = 1$
3. ${}^{3}\log (x^2 – 1) – {}^{3}\log (5x + x) = 0$
4. $\text{Log } (x^2 - 4x + 3) = \log (3 – 2x)$
5. Gambarlah grafik fungsi berikut :
   a. $f(x) = {}^{3}\log (x + 1)$
   b. $f(x) = {}^{3}\log 2x$

**Kerjakan soal berikut!**

6. Suatu modal ditabung dengan bunga majemuk 30% setahun. Pada akhir tahun ke tiga, modal tersebut menjadi Rp 2.197.000,00, maka nilai tunai modal tersebut adalah ....
7. Tentukan nilai akhir sebuah modal sebesar Rp 5.000.000,00 yang diperbungakan selama 6 tahun dengan bunga majemuk 2% per tahun.
8. Carilah nilai akhir jika sebuah modal Rp 100.000,00 yang dibungakan dengan bunga majemuk selama 5 tahun 4 bulan dengan bunga 6% per tahun.
9. Pak Johan menabung di bank sebanyak Rp 5.000.000,00 selama 10 tahun. Berapa besar tabungannya jika :
   a. Bunga 4% per tahun
   b. Bunga 4% per tri wulan
10. Modal sebesar Rp 250.000,00 disimpan di bank dengan bunga majemuk 2% per bulan. Setelah setengah tahun modal itu akan menjadi ....

## Rangkuman

1. Fungsi eksponen adalah sebuah fungsi yang memetakan setiap *x* anggota himpunan bilangan real dengan tepat satu anggota bilangan real $ka^x$, dengan k suatu konstanta dan a bilangan pokok (basis) dengan $a > 0$ dan $a \neq 1$
2. Sifat-sifat fungsi eksponen $f(x) = ka^x$ dengan $a \neq 1$ sebagai berikut :
   a. Selalu memotong sumbu Y di titik (0, 1)
   b. Merupakan fungsi kontinu
   c. Tidak pernah memotong sumbu X sehingga dikatakan sumbu X sebagai asimtot mendatar
   d. f merupakan fungsi naik jika $a > 1$ dan merupakan fungsi turun jika $0 < a < 1$
   e. Grafik fungsi $f(x) = a^x$ dan $f(x) = (\frac{1}{a})^x$ simetris terhadap sumbu Y.
3. Suatu keadaan tumbuh atau bertambah yang mengikuti grafik fungsi eksponen $f(x) = ka^x$ dengan $a > 0$ disebut pertumbuhan secara eksponen , sedangkan keadaan tumbuh atau bertambah yang mengikuti grafik fungsi eksponen $f(x) = ka^{-x}$ dengan $a > 0$ disebut peluruhan secara eksponensial.

   Definisi logaritma suatu bilangan adalah : ${}^{g}\log a = p$ jika dan hanya jika $a = g^p$
4. Fungsi logaritma adalah suatu fungsi yang memetakan setiap x bilangan real dengan aturan $f(x) = {}^{a}\log x$ dengan $a > 0$, $x > 0$, $a = 1$ atau dapat ditulis :

$$f : x \rightarrow {}^{a}\log x$$

5. Fungsi logaritma $f(x) = {}^{a}\log x$ dengan $a > 1$ merupakan fungsi monoton naik, sedangkan fungsi logaritma $g(x) = {}^{a}\log x$ dengan $0 < a < 1$ atau $g(x) = {}^{\frac{1}{a}}\log x$ merupakan fungsi monoton turun.

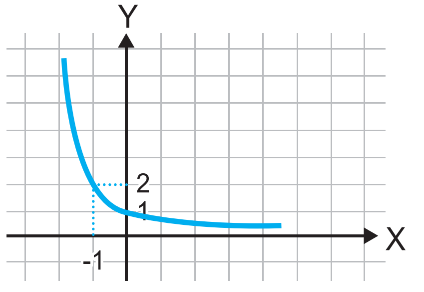


## UJI KOMPETENSI

**Pilihlah satu jawaban yang benar dengan memberi tanda silang (x) pada huruf A, B, C, D, dan E**

1. Himpunan penyelesaian dari persamaan eksponen $2^{2x+3} = 8^{x-5}$ adalah ....
   a. { 18 }
   b. { 12 }
   c. { 8 }
   d. { 4 }
   e. { 3 }
2. Jika $3^{x-2y} = \frac{1}{81}$ dan $2^{x-y} - 16 = 0$, maka nilai x + y = ....
   a. 12
   b. -4
   c. 8
   d. 4
   e. -12
3. Jika $f(x) = a^x$ dan $0 < a < 1$, maka :
   (1) Grafik f(x) hanya memotong sumbu koordinat di titik (0, 1)
   (2) Grafik f(x) memiliki asimtot mendatar sumbu X
   (3) f(x) monoton menurun
   (4) Grafik f(x) selalu di bawah sumbu X.

   Pernyataan yang sesuai dengan grafik di atas adalah ….
   a. (1), (2) dan (3)
   b. (1) dan (3)
   c. (2) dan (4)
   d. (4)
   e. Semua benar
4. Persamaan grafik fungsi dari gambar berikut adalah :




   a. $f(x) = x^2 + 1$
   b. $f(x) = x^2$
   c. $f(x) = 2^x$
   d. $f(x) = 3^x$
   e. $f(x) = (½)^x$

5. Suatu zat radioaktif meluruh dengan waktu paruh 20 hari. Agar zat radioaktif hanya tinggal 1/8 saja dari jumlah asalnya, maka diperlukan waktu ....
   a. 27,5 hari
   b. 30 hari
   c. 40 hari
   d. 60 hari
   e. 160 hari
6. Aktivitas isotope radioaktif yang baru ditemukan berkurang menjadi 4% dari harga awalnya dalam selang waktu 200 jam. Waktu paruh isotope itu adalah ....
   a. 10,2 jam
   b. 34 jam
   c. 43 jam
   d. 52,4 jam
   e. 68,6 jam
7. Modal sebesar Rp 150.000,00 ditabung dengan bunga majemuk 12% per tahun. Besar modal tersebut pada akhir tahun ke-5 dapat dinyatakan dengan ....
   a. $(150.000 \times 1,12)^4$
   b. $(150.000 \times 1,12)^5$
   c. $150.000 \times (1,12)^4$
   d. $150.000 \times (1,12)^5$
   e. $150.000 \times (1,12)^6$
8. Pak Darmo menabung di bank sebesar Rp 200.000,00 dengan bunga majemuk 40% per tahun. Jumlah uang Pak Darmo setelah 3 tahun adalah ....
   a. Rp 392.000,00
   b. Rp 425.000,00
   c. Rp 548.800,00
   d. Rp 624.600,00
   e. Rp 650.800,00
9. Suatu modal ditabung dengan bunga majemuk 30% per tahun. Pada akhir tahun ke-3 modal tersebut menjadi Rp 2.197.000,00, maka nilai tunai modal tersebut adalah ....
   a. Rp 100.000,00
   b. Rp 549.000,00
   c. Rp 659.100,00
   d. Rp 1.000.000,00
   e. Rp 2.133.009,71
10. Della memiliki tabungan sebesar Rp 750.000,00 dengan bunga majemuk 20% per tahun. Tentukan waktu yang diperlukan Della agar tabungannya menjadi Rp 1.866.240,00. (Diketahui log 2,49 = 0,3962 dan log 1,2 = 0,0792)
   a. 2 tahun
   b. 4 tahun
   c. 3 tahun
   d. 5 tahun
   e. 7 tahun

## Kunci Jawaban

1. (A) { 18 }
2. (D) 4
3. (A) (1), (2) dan (3)
4. (A) $f(x) = x^2 + 1$
5. (D) 60 hari
6. (E) 68,6 jam
7. (D) $150.000 \times (1,12)^5$
8. (C) Rp 548.800,00
9. (D) Rp 1.000.000,00
10. (D) 5 tahun

# KRITERIA PINDAH MODUL

Setelah seluruh materi dan setiap kompetensi dasar dipelajari dengan seksama maka cobalah untuk mengerjakan latihan soal yang disediakan, baik secara individu, kelompok maupun dengan bimbingan tutor. Semakin rajin peserta didik dalam mengerjakan soal penugasan, diharapkan semakin terampil dan cepat mengeneralisasikan setiap permasalahan baik yang disediakan dalam modul ataupun dalam kaitannya dengan permasalahan sehari-hari.

Pada tahap berikutnya, kerjakan soal-soal dalam latihan, untuk mengukur penguasaan materi yang diperoleh dengan menggunakan rumus di bawah ini.

$$\text{Skor penilaian} = \frac{\text{Jumlah jawaban benar}}{\text{jumlah soal}} \times 100\%$$

Arti tingkat penguasaan yang Anda capai :

90-100% = Baik Sekali

80-89% = Baik

70-79% = Cukup

60-69% = Kurang

Jika peserta didik mampu mencapai skor penilaian 80% atau lebih (tingkat penguasaan "baik" atau "sangat baik) maka dapat melanjutkan ke Standar Kompetensi berikutnya, tetapi jika penilaian kurang dari 80% dianjurkan untuk mengulang kembali Standar Kompetensi tersebut, terutama pada bagian yang belum dikuasai. Tanyakan dengan teman atau dengan bimbingan tutor.



## Saran Referensi

Untuk menambah wawasan dalam pemahaman terkait modul 2 yang meliputi materi vektor pada bidang dan vektor dalam ruang, maka diharapkan peserta didik mencari sumber atau referensi lain selain modul ini. Saran referensi tersebut antara lain:

1. Judul Buku: "Ensiklopedia Matematika Terapan", Karya Sue Thomshon dan Ian Fortster, dengan judul tema terjemahan:
   a. Matematika dalam Masyarakat
   b. Matematika dalam Olahraga
   c. Matematika dalam Lingkungan
   d. Matematika dalam Tempat Kerja
   e. Matematika dalam Makanan
   f. Matematika dalam Rancang Bangun
   g. Matematika dalam Televisi
   h. Matematika dalam Sains
   i. Matematika dalam Teknologi
   j. Matematika dalam Perjalanan
   k. Matematika dalam Rumah
   l. Matematika dalam Tubuh
2. Judul Buku: "Tingkatkan Kemampuan Otak Anda (*Improve Your Brain Power*)", Karya Jackie Guthrie dan Tim Preston
3. Judul Buku: "Referensi Matematika dalam Kehidupan Manusia", Karya Dr. Wahyudin dan Drs. Sudrajat, M.Pd.
4. Judul Buku: "Panduan Belajar Matematika SMA.", Karya Sumanto
5. Sumber media internet (melalui browsing: anistuing.blogspot.co.id, fedraadi. wordpress. com, dan lain-lain)

# Daftar Pustaka


Haryati Sri. 2007. Matematika Pendekatan Tematik dan Induktif Tingkat V Derajat Mahir 1 untuk Paket C Setara Kelas X SMA/MA”. Jakarta : PT. Perca.

Juniati E.. Haryati Sri. 2007. Matematika Pendekatan Tematik dan Induktif, Program Kesetaraan Paket C Kelas XI Program IPS dan Bahasa”. Jakarta : PT. Perca.

Noormandiri, B.K., 2016. Matematika untuk SMA/MA kelas X Kelompok Peminatan Matematika dan Ilmu-Ilmu Alam”. Jakarta : Erlangga.

Wirodikromo, S..2002. Matematika untuk SMA Kelas X. Jakarta : Erlangga.

Yuana R.A., Indriyastuti. 2016. Buku Siswa, Perspekstif Matematika 1 untuk kelas X SMA dan MA Kelompok Peminatan Matematika dan Ilmu-Ilmu Alam”. Solo : PT. Tiga Serangkai Pustaka Mandiri.